

河西区 2018—2019 学年度第二学期高三年级总复习质量调查 (二)

数学试卷 (理工类)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分, 考试用时 120 分钟。第 I 卷 1 至 3 页, 第 II 卷 4 至 7 页。

答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上, 并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时, 考生务必将答案涂写在答题卡上, 答在试卷上的无效。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第 I 卷

注意事项:

1. 每小题选出答案后, 用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。
3. 本卷共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。

参考公式:

- 如果事件  $A, B$  互斥, 那么  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
  - 如果事件  $A, B$  相互独立, 那么  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$
  - 柱体的体积公式  $V = Sh$
  - 锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$
- 其中  $S$  表示柱 (锥) 体的底面面积  
 $h$  表示柱 (锥) 体的高

一. 选择题: 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

(1) 设全集  $U = \{n \in N | 1 \leq n \leq 10\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , 则  $(C_U A) \cap B =$

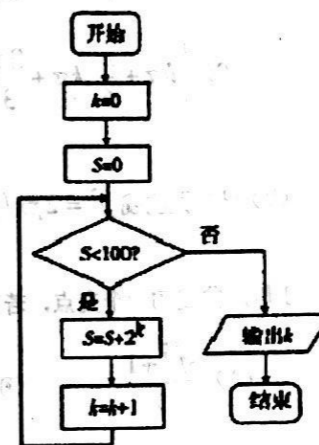
- (A)  $\{6, 9\}$  (B)  $\{6, 7, 9\}$   
(C)  $\{7, 9\}$  (D)  $\{7, 9, 10\}$

(2) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y \geq 0, \\ x-y \leq 0, \\ x-2y+2 \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 2x - y$  的最小值等于

- (A)  $-\frac{5}{2}$  (B)  $-2$  (C)  $-\frac{3}{2}$  (D)  $2$

(3) 如图所示, 程序框图的输出结果是

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8



(4) 设  $\{a_n\}$  是公比为  $q$  的等比数列, 则 “ $q > 1$ ” 是 “ $\{a_n\}$  为递增数列” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(5) 设  $a = \left(\frac{3}{4}\right)^{0.5}$ ,  $b = \left(\frac{4}{3}\right)^{0.4}$ ,  $c = \log_3(\log_3 4)$ , 则

- (A)  $b < a < c$  (B)  $c < a < b$   
(C)  $c < b < a$  (D)  $a < c < b$

(6) 已知函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ , 其中  $\varphi$  为实数, 若  $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{6}\right)$  对  $x \in R$  恒成立, 且

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) > f(\pi)$ , 则  $f(x)$  的单调递增区间是

(A)  $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}\right] (k \in Z)$       (B)  $\left[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in Z)$

(C)  $\left[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}\right] (k \in Z)$       (D)  $\left[k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi\right] (k \in Z)$

(7) 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  与双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  有相同的焦点  $F$ , 点

$A$  是两曲线的一个交点, 若直线  $AF$  的斜率为  $\sqrt{3}$ , 则双曲线的离心率为

(A)  $\frac{\sqrt{7}+1}{3}$       (B)  $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$       (C)  $\frac{\sqrt{7}+3}{3}$       (D)  $\frac{\sqrt{7}+4}{3}$

(8) 在平行四边形  $ABCD$  中,  $|\overline{AD}| = 2, |\overline{CD}| = 4, \angle ABC = 60^\circ$ ,  $E, F$  分别是  $BC, CD$  的中点,  $DE$  与  $AF$  交于  $H$ , 则  $\overline{AH} \cdot \overline{DE}$  的值

(A) 12      (B) 16      (C)  $\frac{12}{5}$       (D)  $\frac{16}{5}$

河西区 2018—2019 学年度第二学期高三年级总复习质量调查(二)

数学试卷(理工类)

第 II 卷

注意事项:

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2. 本卷共 12 小题, 共 110 分。

二. 填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(9) 设  $z = 1 - i$  ( $i$  是虚数单位), 则  $\frac{2}{z} + \bar{z} =$  \_\_\_\_\_.

(10) 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $D, E$  分别为  $PB, PC$  的中点, 记三棱锥  $D-ABE$  的体积为  $V_1$ , 三棱锥  $P-ABC$  的体积为  $V_2$ , 则  $\frac{V_1}{V_2} =$  \_\_\_\_\_.

(11)  $\left(3x^2 - \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)^5$  的展开式中  $x^3$  的系数为 \_\_\_\_\_. (用数字作答)

(12) 已知曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = \sqrt{2} \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数),  $C$  在点  $(1, 1)$  处的切线为  $l$ , 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 则  $l$  的极坐标方程为 \_\_\_\_\_.

(13) 若  $\log_4(3a+4b) = \log_2 \sqrt{ab}$ , 则  $a+b$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

(14) 已知函数  $f(x)$  满足,  $f(x) = \begin{cases} kx+k, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ , 其中  $k \geq 0$ , 若函数  $y = f(f(x)) + 1$  有 4 个零点, 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

姓名 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 学校 \_\_\_\_\_

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(15) (本小题满分 13 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $A, B, C$  对应的边为  $a, b, c$ .

(I) 若  $c=2, C=\frac{\pi}{3}$ , 且  $\triangle ABC$  的面积等于  $\sqrt{3}$ , 求  $\cos(A+B)$  和  $a, b$  的值;

(II) 若  $B$  是钝角, 且  $\cos A = \frac{3}{5}, \sin B = \frac{12}{13}$ , 求  $\sin C$  的值.

(16) (本小题满分 13 分)

甲, 乙, 丙三位学生独立地解同一道题, 甲做对的概率为  $\frac{1}{2}$ , 乙, 丙做对的概率分别为  $m, n$  ( $m > n$ ), 且三位学生是否做对相互独立. 记  $\xi$  为这三位学生中做对该题的人数,

其分布列为:

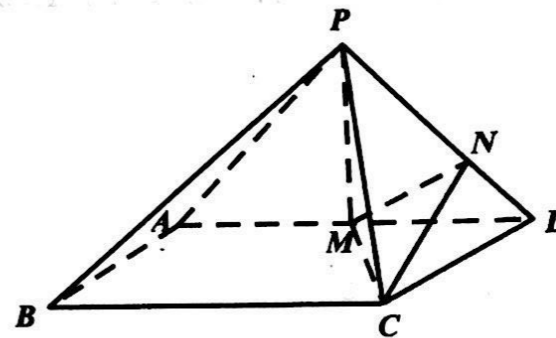
$\xi$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{4}$	$a$	$b$	$\frac{1}{24}$

- (I) 求至少有一位学生做对该题的概率;
- (II) 求  $m, n$  的值;
- (III) 求  $\xi$  的数学期望.

(17) (本小题满分 13 分)

如图, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA=PD$ , 四边形  $ABCD$  为平行四边形,  $\angle ABC = 45^\circ, AB=AC=2$ ,  $M$  为线段  $AD$  的中点, 点  $N$  满足  $\overline{PN} = 2\overline{ND}$ .

- (I) 求证: 直线  $PB \parallel$  平面  $MNC$ ;
- (II) 求证: 平面  $MNC \perp$  平面  $PAD$ ;
- (III) 若平面  $PAB \perp$  平面  $PCD$ , 求直线  $BP$  与平面  $PCD$  所成角的正弦值.



(18) (本小题满分 13 分)

数列  $\{a_n\}$  是等比数列, 公比大于 0, 前  $n$  项和  $S_n$  ( $n \in N^*$ ),  $\{b_n\}$  是等差数列,

已知  $a_1 = \frac{1}{2}, \frac{1}{a_3} = \frac{1}{a_2} + 4, a_3 = \frac{1}{b_4 + b_6}, a_4 = \frac{1}{b_5 + 2b_7}$ .

- (I) 求数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式  $a_n, b_n$ ;
- (II) 设  $\{S_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$  ( $n \in N^*$ ),
  - (i) 求  $T_n$ ;
  - (ii) 证明:  $\sum_{i=1}^n \frac{(T_{i+1} - b_{i+1})b_{i+3}}{b_{i+1} \cdot b_{i+2}} < \frac{1}{2}$ .

(19) (本小题满分 14 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > \sqrt{3})$  的右焦点为  $F$ , 右顶点为  $A$ , 已知  $|OA| - |OF| = 1$ , 其中  $O$  为原点,  $e$  为椭圆的离心率.

(I) 求椭圆的标准方程及离心率  $e$ ;

(II) 设过点  $A$  的直线  $l$  与椭圆交于点  $B$  ( $B$  不在  $x$  轴上), 垂直于  $l$  的直线与  $l$  交于点  $M$ , 与  $y$  轴交于点  $H$ , 若  $BF \perp HF$ , 且  $\angle MOA \leq \angle MAO$ , 求直线  $l$  的斜率的取值范围.

(20) (本小题满分 14 分)

已知函数  $f(x) = \ln x + ax$ , 在点  $(t, f(t))$  处的切线方程为  $y = 3x - 1$ .

(I) 求  $a$  的值;

(II) 已知  $k \leq 2$ , 当  $x > 1$  时,  $f(x) > k\left(1 - \frac{3}{x}\right) + 2x - 1$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围;

(III) 对于在  $(0, 1)$  中的任意一个常数  $b$ , 是否存在正数  $x_0$ , 使得  $e^{f(x_0+1)-3x_0-2} + \frac{b}{2}x_0^2 < 1$ , 请说明理由.

河西区 2018—2019 学年度第二学期高三年级总复习质量调查(二)

数学试题(理工类) 参考答案及评分标准

一、选择题: 本题考查基本知识和基本运算. 每小题 5 分, 满分 40 分.

(1) C                      (2) A                      (3) C                      (4) D

(5) B                      (6) C                      (7) B                      (8) C

二、填空题: 本题考查基本知识和基本运算. 每小题 5 分, 满分 30 分.

(9)  $2+2i$                       (10)  $\frac{1}{4}$                       (11) 270

(12)  $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$     (13)  $7+4\sqrt{3}$                       (14)  $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分.

(15) 本小题满分 13 分.

(I) 解: 因为  $A+B+C=\pi$ ,  $C=\frac{\pi}{3}$ , 所以  $A+B=\pi-C$ .

所以  $\cos(A+B) = \cos(\pi-C) = -\cos C = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ .

由余弦定理及已知条件得,  $a^2+b^2-ab=4$ ,

又因为  $\triangle ABC$  的面积等于  $\sqrt{3}$ , 所以  $\frac{1}{2}ab\sin C = \sqrt{3}$ , 得  $ab=4$ .

联立方程组  $\begin{cases} a^2+b^2-ab=4, \\ ab=4, \end{cases}$  解得  $a=2, b=2$ . .....7分

(II) 解: 因为  $B$  是钝角, 且  $\cos A = \frac{3}{5}$ ,  $\sin B = \frac{12}{13}$ .

$$\text{所以 } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\cos B = -\sqrt{1 - \sin^2 B} = -\sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{5}{13}$$

$$\text{所以 } \sin C = \sin[\pi - (A+B)] = \sin(A+B)$$

$$= \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{4}{5} \times \left(-\frac{5}{13}\right) + \frac{3}{5} \times \frac{12}{13} = \frac{16}{65} \quad \dots\dots 13 \text{分}$$

(16) 本小题满分 13 分.

(I) 解: 设“甲做对”为事件  $A$ , “乙做对”为事件  $B$ , “丙做对”为事件  $C$ ; 由题意知,  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = m$ ,  $P(C) = n$ .

由于事件“至少有一位学生做对该题”与事件“ $\xi=0$ ”是对立的, 所以至少有一位

学生做对该题的概率是  $1 - P(\xi=0) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ . .....4分

(II) 解: 由题意知  $P(\xi=0) = P(\overline{ABC}) = \frac{1}{2}(1-m)(1-n) = \frac{1}{4}$ ,

$$P(\xi=3) = P(ABC) = \frac{1}{2}mn = \frac{1}{24},$$

$$\text{整理得 } mn = \frac{1}{12}, m+n = \frac{7}{12}.$$

由  $m > n$ , 解得  $m = \frac{1}{3}$ ,  $n = \frac{1}{4}$ . .....8分

(III) 解: 由题意知  $a = P(\xi=1) = P(\overline{ABC}) + P(\overline{ACB}) + P(\overline{BCA})$

$$= \frac{1}{2}(1-m)(1-n) + \frac{1}{2}m(1-n) + \frac{1}{2}(1-m)n = \frac{11}{24},$$

b = P(ξ = 2) = 1 - P(ξ = 0) - P(ξ = 1) - P(ξ = 3) = 1/4

所以ξ的数学期望为 Eξ = 0 × P(ξ = 0) + 1 × P(ξ = 1) + 2P(ξ = 2) + 3P(ξ = 3) = 13/12

.....13分

(17) 本小题满分13分.

(I) 证明: 连接BD, 交MC于点O, 连接NO. 在平行四边形ABCD中, 因为MD = 1/2 BC,

所以OD = 1/2 OB,

又因为PN = 2ND, 即ND = 1/2 PN,

所以ON // PB,

又因为ON ⊂ 平面MNC, PB ⊄ 平面MNC, 所以直线PB // 平面MNC.

(II) 证明: 因为PA = PD, M为线段AD的中点, 所以PM ⊥ AD, 又因为平面PAD ⊥ 平面ABCD于AD, PM ⊂ 平面PAD, 所以PM ⊥ 平面ABCD

在平行四边形ABCD中, 因为∠ABC = 45°, AB = AC = 2, 所以AB ⊥ AC

如图, 以A为原点, 分别以AB, AC所在直线为x轴, y轴, 建立空间直角坐标系,

则B(2,0,0), C(0,2,0), D(-2,2,0), M(-1,1,0) 因为PM ⊥ 平面ABCD

设P(-1,1,t) (t > 0), 则AP = (-1,1,t), CM = (-1,-1,0), AD = (-2,2,0)

所以CM · AD = 2 - 2 + 0 = 0, CM · AP = 1 - 1 + 0 = 0

所以CM ⊥ AD, CM ⊥ AP, 又因为AP ∩ AD = A

所以CM ⊥ 平面PAD, 又因为CM ⊂ 平面MNC

所以平面MNC ⊥ 平面PAD.

.....8分

(III) 解: 因为AB = (2,0,0), AP = (-1,1,t)

设m = (x,y,z)为平面ABP的一个法向量

则 { x=0, -x+y+tz=0 } 不妨设m = (0,t,-1)

因为DC = (2,0,0), DP = (1,-1,t)

设n = (x,y,z)为平面DCP的一个法向量

则 { x=0, x-y+tz=0 } 不妨设n = (0,t,1)

因为平面PAB ⊥ 平面PCD, 所以m ⊥ n, 所以m · n = t^2 - 1 = 0 以为t > 0

所以t = 1

所以BP = (-3,1,1), n = (0,1,1),

所以sinθ = |cos < BP, n >| = 2 / (sqrt(11) \* sqrt(2)) = sqrt(22) / 11

所以直线BP与平面PCD所成角的正弦值为 sqrt(22) / 11. ....13分

(18) 本小题满分13分.

(I) 解: 设数列{an}的公比为q (q > 0)

{ a1 = 1/2, 1/aq^2 = 1/aq + 4, 1/q^2 - 1/q - 2 = 0, q = -1 (舍) 或 q = 2, an = 1/2^n }

设数列{bn}的公差为d

$$\begin{cases} \frac{1}{8} = \frac{1}{2(b_1+4d)} \\ \frac{1}{16} = \frac{1}{3b_1+16d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1+4d=4 \\ 3b_1+16d=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1=0 \\ d=1 \end{cases}, b_n=n-1. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

(II) 解:  $S_n = \frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$

$T_n = (1+1+\dots+1) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}) = n - (1 - \frac{1}{2^n}) = n - 1 + \frac{1}{2^n}$

$$\frac{(T_{i+1}-b_{i+1}) \cdot b_{i+3}}{b_{i+1} \cdot b_{i+2}} = \frac{(i+\frac{1}{2^{i+1}}-i) \cdot (i+2)}{i \cdot (i+1)} = \frac{(i+2)}{i \cdot (i+1) \cdot 2^{i+1}} = \frac{1}{i \cdot 2^i} - \frac{1}{(i+1) \cdot 2^{i+1}}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(T_{i+1}-b_{i+1}) \cdot b_{i+3}}{b_{i+1} \cdot b_{i+2}} = (\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 2^2}) + (\frac{1}{2 \cdot 2^2} - \frac{1}{3 \cdot 2^3}) + \dots + (\frac{1}{n \cdot 2^n} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}})$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}} < \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 13 \text{分}$$

(19) 本小题满分 14 分.

(I) 解: 由已知得  $a-c=1$ , 即  $a-\sqrt{a^2-3}=1$ , 解得  $a=2$ , 所以  $c=1$ ,

得  $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ , 椭圆方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ .  $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

(II) 解: 设直线  $l$  的斜率为  $k(k \neq 0)$ , 则直线  $l$  的方程为  $y=k(x-2)$ ,

设  $B(x_B, y_B)$  由方程组  $\begin{cases} y=k(x-2) \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$ , 消去  $y$ ,

整理得  $(4k^2+3)x^2 - 16k^2x + 16k^2 - 12 = 0$

解得  $x=2$  或  $x = \frac{8k^2-6}{4k^2+3}$ ,

所以  $B$  点坐标为  $(\frac{8k^2-6}{4k^2+3}, \frac{-12k}{4k^2+3})$ .

由 (I) 知,  $F(1,0)$ , 设  $H(0, y_H)$ , 有  $\overline{FH} = (-1, y_H)$ ,

$\overline{BF} = (\frac{9-4k^2}{4k^2+3}, \frac{12k}{4k^2+3})$ , 由  $BF \perp HF$ , 则  $\overline{BF} \cdot \overline{FH} = 0$ ,

所以  $\frac{4k^2-9}{4k^2+3} + \frac{12ky_H}{4k^2+3} = 0$ , 解得  $y_H = \frac{9-4k^2}{12k}$ ,

因此直线  $MH$  的方程为  $y = -\frac{1}{k}x + \frac{9-4k^2}{12k}$ , 设  $M(x_M, y_M)$ ,

由方程组  $\begin{cases} y=k(x-2) \\ y=-\frac{1}{k}x + \frac{9-4k^2}{12} \end{cases}$  消去  $y$ , 解得  $x_M = \frac{20k^2+9}{12(k^2+1)}$ ,

在  $\triangle MAO$  中,  $\angle MOA \leq \angle MAO \Leftrightarrow |MA| \leq |MO|$ ,

即  $(x_M-2)^2 + y_M^2 \leq x_M^2 + y_M^2$ , 化简得  $x_M \geq 1$ , 即  $\frac{20k^2+9}{12(k^2+1)} \geq 1$ ,

解得  $k \leq -\frac{\sqrt{6}}{4}$ , 或  $k \geq \frac{\sqrt{6}}{4}$ .

所以, 直线  $l$  的斜率的取值范围为  $(-\infty, -\frac{\sqrt{6}}{4}] \cup [\frac{\sqrt{6}}{4}, +\infty)$ .  $\dots\dots\dots 14 \text{分}$

(20) 本小题满分 13 分.

(I) 解: 函数  $f(x) = \ln x + ax$  的导数为  $f'(x) = \frac{1}{x} + a$ , 在点  $(t, f(t))$  处的切线

方程为  $y = 3x - 1$ , 可得  $f'(t) = \frac{1}{t} + a$ ,

所以函数的切线方程为  $y - (\ln t + at) = (\frac{1}{t} + a)(x - t)$ , 即  $y = (\frac{1}{t} + a)x + \ln t - 1$ .

所以  $\begin{cases} \frac{1}{t} + a = 3 \\ \ln t - 1 = -1 \end{cases}$  , 解得  $a = 2$ . .....3分

(II) 证明: 由 (I) 可得  $f(x) = \ln x + 2x$ , 因为  $f(x) > k\left(1 - \frac{3}{x}\right) + 2x - 1$ ,

所以  $\ln x > k\left(1 - \frac{3}{x}\right) - 1$ , 即为,  $x \ln x + x - k(x - 3) > 0$

可令  $g(x) = x \ln x + x - k(x - 3)$ ,  $g'(x) = 2 + \ln x - k$ , 由  $x > 1$ ,

可得  $\ln x > 0$ ,  $2 - k \geq 0$ , 即有  $g'(x) > 0$ ,  $g(x)$  在  $(1, +\infty)$  递增,

可得  $g(x) > g(1) = 1 + 2k \geq 0$ , 所以  $-\frac{1}{2} \leq k \leq 2$ , 故  $k$  的取值范围为  $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$ ;

.....7分

(III) 解: 对于在  $(0, 1)$  中的任意一个常数  $b$ ,

假设存在正数  $x_0$ , 使得:  $e^{f(x_0+1)-3x_0-2} + \frac{b}{2}x_0^2 < 1$ .

由  $e^{f(x_0+1)-3x_0-2} + \frac{b}{2}x_0^2 = e^{\ln(x_0+1)-x_0} + \frac{b}{2}x_0^2 = (x_0+1) \cdot e^{-x_0} + \frac{b}{2}x_0^2 < 1$  成立,

从而存在正数  $x_0$ , 使得上式成立, 只需上式的最小值小于 0 即可.

令  $H(x) = (x+1) \cdot e^{-x} + \frac{b}{2}x^2 - 1$ ,

$H'(x) = e^{-x} - (x+1)e^{-x} + bx = x(b - e^{-x})$

令  $H'(x) > 0$ , 解得  $x > -\ln b$ , 令  $H'(x) < 0$ , 解得  $0 < x < -\ln b$ ,

则  $x = -\ln b$  为函数  $H(x)$  的极小值点, 即为最小值点.

故  $H(x)$  的最小值为

$H(-\ln b) = (-\ln b + 1) \cdot e^{\ln b} + \frac{b}{2} \ln^2 b - 1 = \frac{b}{2} \ln^2 b - b \ln b + b - 1$ .

高三数学试题 (理科) 答案 第 7 页 (共 8 页) (二)

再令  $G(x) = \frac{x}{2} \ln^2 x - x \ln x + x - 1$  ( $0 < x < 1$ )

$G'(x) = \frac{1}{2}(\ln^2 x + 2 \ln x) - (1 + \ln x) + 1 = \ln^2 x > 0$

则  $G(x)$  在  $(0, 1)$  递增, 可得  $G(x) < G(1) = 0$ , 则  $H(-\ln b) < 0$ .

故存在正数  $x_0 = -\ln b$ , 使得  $e^{f(x_0+1)-3x_0-2} + \frac{b}{2}x_0^2 < 1$ . .....14分

自主招生在线创立于 2014 年, 是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台, 旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵, 关注用户超百万, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生, 引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主招生在线官方微信号: **zizzsw**。



微信扫一扫, 快速关注

高三数学试题 (理科) 答案 第 8 页 (共 8 页) (二)



自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注