2022学年第二学期宁波三锋教研联盟期中联考

高二年级数学学科参考答案

一．单选题（每题5分，共40分）

1	2	3	4	5	6	7	8
D	A	C	A	D	B	C	B

二．多选题 （多选不给分，少选得2分，全对每题5分，共20分）

9	10	11	12
B C	ACD	ABC	B D

三．填空题（13题一空对3分，两空都对得5分，其余单空5分，共20分）

13. ___1________　　______16________

14. __________$8\ln 2+4$______

15. __________1______

16. ____________444_____

四 解答题（17题满分10分，其余各题满分12分）

17.(1) $\because 2^n=256 \therefore n=8$........1分

$\because a^3C_8^3=16C_8^2 \therefore a=2$........3分

(2)设第$k+1$项系数最大则$\begin{cases}C_8^k2^k\ge C_8^{k-1}2^{k-1}\\C_8^k2^k\ge C_8^{k+1}2^{k+1}\end{cases}$.......4分

$\therefore\begin{cases}2\cdot\dfrac{8!}{k!(8-k)!}\ge\dfrac{8!}{(k-1)!(9-k)!}\\\dfrac{8!}{k!(8-k)!}\ge 2\dfrac{8!}{(k+1)!(7-k)!}\end{cases}\therefore 5\le k\le 6$且$k\in N$.......6分

$\therefore$系数最大项为$T_6=1792x^{\frac{19}{6}}$和$T_7=1792x^3$........7分

(3)$C_3^3+C_4^3+C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3=C_4^4+C_4^3+C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3=C_9^4=126$.......10分

18.（1） $f(x)=2\sin x\cos x+2\sqrt{3}\sin^2 x-\sqrt{3}=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x$

$=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$ ……………………………2 分

故函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$. ……………………………3 分

由 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$（$k\in Z$）得 $-\dfrac{\pi}{12}+k\pi\le x\le\dfrac{5\pi}{12}+k\pi(k\in Z)$.

∴函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{12},k\pi+\dfrac{5\pi}{12}\right]$， $k\in Z$ …………………5 分

∴ $f(x)_{\max}=2, f(x)_{\min}=-2$ ……………………………………………7 分

（2）由 $f(A)=\sqrt{3}$ 得 $2\sin(2A-\dfrac{\pi}{3})=\sqrt{3}$ 解得 $A=\dfrac{\pi}{3}$ 或 $A=\dfrac{\pi}{2}$（舍）……………9 分

由余弦定理 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, $\cos A=\dfrac{1}{2}$，解得 $b^2+c^2=12+bc$ …………………… 10 分

而 $b^2+c^2\ge 2bc$，得 $bc\le 12$，

则 $S=\dfrac{1}{2}bc\sin A\le 3\sqrt{3}$，当且仅当 $b=c=2\sqrt{3}$ 时，S 取得最大值 $3\sqrt{3}$ ………………12 分

19. (1) $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty,+\infty)$ ， $f'(x)=e^x-a$ ……………………………………2 分

①当 $a\le 0$，$f'(x)>0$ 成立，$f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty,+\infty)$ ……………………3 分

②当 $a>0$ 时

令 $f'(x)>0$，得 $x>\ln a$，则 $f(x)$ 的单调增区间为 $(\ln a,+\infty)$ ……………………………4 分

令 $f'(x)<0$，得 $x<\ln a$，则 $f(x)$ 的单调减区间为 $(-\infty,\ln a)$ ……………………5 分

综上所述，当 $a\le 0$，$f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty,+\infty)$；

当 $a>0$ 时，$f(x)$ 的单调增区间为 $(\ln a,+\infty)$

$f(x)$ 的单调减区间为 $(-\infty,\ln a)$ ………………….6 分

(2) 当$x\in(0,+\infty)$时，$f(x)=e^{x}-ax\geq 0$成立，即$x>0$时，$a\leq\dfrac{e^{x}}{x}$成立 ....7 分

设$g(x)=\dfrac{e^{x}}{x}$，

设$g'(x)=\dfrac{xe^{x}-e^{x}}{x^{2}}=\dfrac{(x-1)e^{x}}{x^{2}}$ ....9 分

当$x\in(0,1)$时，$g'(x)<0$，函数$g(x)$在$(0,1)$上为减函数 .... 10 分

当$x\in(1,+\infty)$时，$g'(x)>0$，函数$g(x)$在$(1,+\infty)$上为增函数 ...11 分

则$g(x)$在x=1处取得最小值，$g(1)$=e，则$a\leq e$

综上所述，$x\in(0,+\infty)$时，$f(x)\geq 0$成立的 a的取值范围是$(-\infty,e]$...12 分

20.解：（1）考生可在化学、生物、政治、地理四科中选择两科，共有$C_{4}^{2}=6$种，

其中考生选择了地理作为再选科目，共有$C_{1}^{1}C_{3}^{1}=3$种，

故考生甲和考生乙都选择了地理作为再选科目的概率 $P=\dfrac{3}{6}\times\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{4}$. ....5 分

（2）由题意可得，X所有可能取值为 0，1，2，3， .... 6 分

$P(X=0)=\dfrac{C_{9}^{3}}{C_{12}^{3}}=\dfrac{84}{220}=\dfrac{21}{55}$，$P(X=1)=\dfrac{C_{3}^{1}C_{9}^{2}}{C_{12}^{3}}=\dfrac{108}{220}=\dfrac{27}{55}$，

$P(X=2)=\dfrac{C_{3}^{2}C_{9}^{1}}{C_{12}^{3}}=\dfrac{27}{220}$，$P(X=3)=\dfrac{C_{3}^{3}}{C_{12}^{3}}=\dfrac{1}{220}$，

故 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{21}{55}$	$\dfrac{27}{55}$	$\dfrac{27}{220}$	$\dfrac{1}{220}$

...............10 分

故 $E(X)=3\times\dfrac{3}{12}=\dfrac{3}{4}$. ....12 分

21（1）a=0.034 ....2 分

由样本频率分布直方图得，样本中获一等奖的有 6 人，获二等奖的有 8 人，获三等奖的有 16 人，共有 30 人获奖，70 人没有获奖，

从该样本中随机抽取两名学生的竞赛成绩，基本事件总数为C_{100}^{2}，设“抽取的两名学生中恰有一名学生获奖”为事件 A，

则事件 A 包含的基本事件的个数为$C_{70}^{1}C_{30}^{1}$，因为每个基本事件出现的可能性都相等，所以 $P(A)=\frac{C_{70}^{1}C_{30}^{1}}{C_{100}^{2}}=\frac{14}{33}$，

即抽取的两名学生中恰有一名学生获奖的概率为$\frac{14}{33}$ ....5 分

（2）由样本频率分布直方图得样本平均数的估计值$\mu=35\times0.006\times10+45\times0.012\times10+55\times0.018\times10+65\times0.034\times10$

$+75\times0.016\times10+85\times0.008\times10+95\times0.006\times10=64$，

则所有参赛学生的成绩 X 近似服从正态分布 $N(64,15^2)$，

（i）因为$\mu+\delta=79$，所以 $P(X>79)\approx\frac{1-0.6827}{2}=0.15865$， ....7 分

故参赛学生中成绩超过 79 分的学生数约为 $0.15865\times10000=1587$. ....8 分

（ii）由$\mu=64$，得 $P(X>64)=\frac{1}{2}$，即从所有参赛学生中堕机抽取 1 名学生，该生竞赛成绩在 64 分以上的概率为$\frac{1}{2}$， 所以随机变量ξ服从二项分布 $B(3,\frac{1}{2})$，

所以 $P(\xi=0)=C_3^0(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$，$P(\xi=1)=C_3^1(\frac{1}{2})^3=\frac{3}{8}$，$P(\xi=2)=C_3^2(\frac{1}{2})^3=\frac{3}{8}$，$P(\xi=3)=CC_3^3(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$，

所以随机变量ξ的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

.......................10 分

均值 $E(\xi)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$.

或 $E(\xi)=np=\frac{3}{2}$ ……………… 12 分

22.（1）$\because x\in(0,+\infty), f'(x)=(\ln x-1)^2+2(\ln x-1)=(\ln x-1)(\ln x+1)$ …………1 分

x	$\left(0,\frac{1}{e}\right)$	$\frac{1}{e}$	$\left(\frac{1}{e},e\right)$	e	$(e,+\infty)$
y'	+	0	-	0	+
- $f(x)$	增	$\frac{4}{e}$	减	0	增

……………3 分

$\therefore y_{极小值}=0$ …………………4 分

（可以不画表格，说明单调性也可给分）

（2）$\because f'(x)=ax^{a-1}(\ln x-a)\left(\ln x-a+\frac{2}{a}\right)$ …………………………………… 5 分

$f(x)$的极大值点为$e^{a-\frac{2}{a}}, y_{极大值}=f\left(e^{a-\frac{2}{a}}\right)=\frac{4e^{a^2}}{e^2a^2}$， …………………………………6 分

令 $t=a^2>0, g(t)=\frac{e^t}{t}, g'(t)=\frac{e^t(t-1)}{t^2}$，

由 $g(t)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，$g(t)_{\min}=g(1)=e$

$f(m)_{\min}=\frac{4}{e}$ ……………………………………… 8 分

（3）由题意得 $e^{a-\frac{2}{a}}<x_2<e^a, x_3>e^a$

$\therefore \dfrac{e^{2a}}{x_2} > e^{a}$，则当$e^{a-\frac{2}{a}} < x < e^{a}$时，$f(x) - f\left(\dfrac{e^{2a}}{x}\right) = x^{a}(\ln x - a)^{2} - \left(\dfrac{e^{2a}}{x}\right)^{a}(a - \ln x)^{2}$

$\because x < \dfrac{e^{2a}}{x}, \therefore x^{a} < \left(\dfrac{e^{2a}}{x}\right)^{a}, \therefore f(x) < f\left(\dfrac{e^{2a}}{x}\right)$ ………………………………………… 10 分

$\therefore f(x_2) < f\left(\dfrac{e^{2a}}{x_2}\right)$，即 $f(x_3) < f\left(\dfrac{e^{2a}}{x_2}\right)$ ……………………………………11 分

又因为$f(x)$在$\left(e^{a}, +\infty\right)$上单调递增，$\therefore x_3 < \dfrac{e^{2a}}{x_2}$

$\therefore x_2 . x_3 < e^{2a}$ ………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**浙江官方微信号：**zjgkjzb**。