广东省新高考普通高中学科综合素养评价
高三年级春学期开学调研考试
数学

本试卷共4页，22小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：1. 答卷前，考生务必用黑色笔迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。将条形码横贴在答题卡指定位置。

2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色笔迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将试题与答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\{x|(6-x)(x+3)\geq 0，x\in \mathbf{Z}\}$， $B=\{-2,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{0,1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-2,0,1,2\}$

2. 已知复数 z 满足 $(1-\mathrm{i})z=1+\mathrm{i}$，其中 i 为虚数单位，则 $\bar{z}$ 的实部为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 0　　D. $-\mathrm{i}$

3. 设 $\lambda\in\mathbf{R}$，则“$\lambda=1$”是“直线 $3x+(\lambda-1)y=1$ 与直线 $\lambda x+(1-\lambda)y=2$ 平行”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=45°$，$\angle B=30°$，$BC=3\sqrt{2}$，则 $AC=$（　　）

A. 3　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

5. 设抛物线 $E:y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 F 的直线与 E 相交于 A，B 两点，则 $|AF|+2|BF|$ 的最小值为（　　）

A. $3+2\sqrt{2}$　　B. $2+3\sqrt{2}$　　C. 3　　D. $2\sqrt{2}$

6. 某学校为了丰富同学们的寒假生活，寒假期间给同学们安排了6场线上讲座，其中讲座 A 只能安排在第一或最后一场，讲座 B 和 C 必须相邻，问不同的安排方法共有（　　）

A. 34种　　B. 56种　　C. 96种　　D. 144种

7. 在概率论中，全概率公式指的是：设 Ω 为样本空间，若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互斥，$A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\Omega$，则对任意的事件 $B\subseteq\Omega$，有

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+\cdots+P(A_n)P(B|A_n).$$

若甲盒中有2个白球、2个红球、1个黑球，乙盒中有 x 个白球（$x\in\mathbf{N}$）、3个红球、2个黑球，现从甲盒中随机取出一个球放入乙盒，再从乙盒中随机取出一个球，若从甲盒中取出的球和从乙盒中取出

的球颜色相同的概率大于等于$\frac{5}{12}$，则x的最大值为（　　）

A.4　　B.5　　C.6　　D.7

8. 若正实数a，b满足$a>b$，且$\ln a\cdot\ln b>0$，则下列不等式一定成立的是（　　）

A. $\log_a\frac{1}{b}>0$　　B. $a-b>\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$　　C. $3^{ab+1}<3^{a+b}$　　D. $a^{b-1}<b^{a-1}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 给出下列说法，其中正确的是（　　）

A．某病 8 位患者的潜伏期（天）分别为 3，3，8，4，2，7，10，18，则它们的第 50 百分位数为 5.5

B．已知数据x_1，x_2，…的平均数为 2，方差为 3，那么数据$2x_1+1$，$2x_2+1$，…的平均数和方差分别为 5，13

C．在回归分析中，变量间的关系若是非确定性关系，那么因变量不能由自变量唯一确定

D．样本相关系数$r\in(-1,1)$

10. 已知$A(1,1)$，$B(4,2)$，P为圆$C(x-4)^2+(y-1)^2=4$上的一个动点，则下列结论正确的是（　　）

A. 以AB为直径的圆与圆C相交所得的公共弦所在直线方程为$3x-y-7=0$

B. 若点$P(4,3)$，则△PAB的面积为$\frac{3}{2}$

C. 过点B且与圆C相切的圆的圆心轨迹为圆

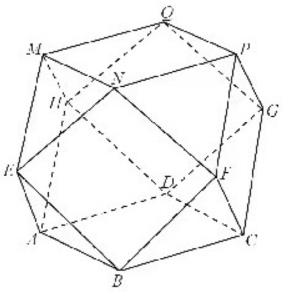
D. $|PA|^2+|PB|^2$的最小值为$18-3\sqrt{10}$

11. 将函数$f(x)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后，所得图象对应的函数为$y=g(x)$，则下列结论正确的是（　　）

A．函数$g(x)$的图象关于直线$x=\pi$对称　　B．函数$g(x)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$对称

C．函数$g(x)$在$\left[-\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}\right]$上单调递增　　D．函数$g(x)$在$[0,2\pi]$上恰有 5 个极值点

12．半正多面体（semiregular solid）亦称“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形围成的多面体，半正多面体有且只有 13 种．最早用于 1970 年世界杯比赛的足球就可以近似看作是由 12 个正五边形和 20 个正六边形组成的半正面体，半正多面体体现了数学的对称美．如图所示的二十四等边体就是一种半正多面体，它由 8 个正三角形和 6 个正方形围成，它是通过对正方体进行八次切截而得到的．若这个二十四等边体的棱长都为 2，则下列结论正确的是（　　）



A. MQ与平面$AEMH$不可能垂直　　B. 异面直线BC和EA所成角为$60°$

C. 该二十四等边体的体积为$\frac{40\sqrt{2}}{3}$　　D. 该二十四等边体外接球的表面积为18π

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

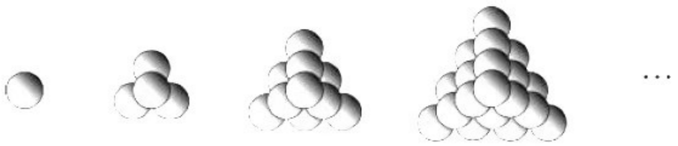
13. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 通过点 $P(2,4)$，并且 l 的方向向量与向量 $\vec{n}=(1,-1)$ 垂直，已知数列 $\{a_n\}$ 满足：对于任意正整数 n，点 (a_n,a_{n+1}) 均在 l 上，若 $a_3=5$，则 $a_{2023}=$________.

14. 已知点 P 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，点 A 的坐标为(6,0)，O 为原点，则 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的取值范围为________.

15. 设点 F 为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点，A，B 为椭圆的上、下顶点，O 为坐标原点，点 P 是以 OF 为直径的圆上一点，且满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$，且 $\tan\angle PFO=2$，则椭圆的离心率为________.

16. 如图，用相同的球堆成若干堆“正三棱锥”形的装饰品，其中第 1 堆只有 1 层，且只有 1 个球；第 2 堆有 2 层 4 个球，其中第 1 层有 1 个球，第 2 层有 3 个球；…；第 n 堆有 n 层共 S_n 个球，第 1 层有 1 个球，第 2 层有 3 个球，第 3 层有 6 个球，…则 $S_6=$________，$\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{S_k}=$________.

[参考公式：$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$]



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin A\sin B\sin C=\sin^2 A-\sin^2 B+\sin^2 C$.

（1）求角 B 的大小；

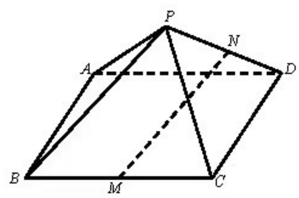
（2）D 为 AC 边上一点，且 $BD=2$，$c=3$，$a=2$，求 AD 的长.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$PA=PD=\sqrt{3}$，$PB=PC=\sqrt{6}$，$\angle APB=\angle CPD=90^\circ$，$AD$=2，点 M，N 分别是棱 BC，PD 的中点.

（1）求证：平面 $PAB\perp$平面 PCD；

（2）求直线 MN 与平面 PCD 所成角的正弦值.



19.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足$a_1=1$，$b_1=2$，$a_{n+1}=3a_n-(-1)^n b_n$，$b_{n+1}=3b_n-(-1)^n a_n$.

（1）求$\{a_{2n}+b_{2n}\}$的通项公式；

（2）令$c_n=a_n+(-1)^n b_n$，求数列$\{c_n\}$的前$2n$项和T_{2n}.

20.（本小题满分 12 分）

2022 年“五一”期间，为推动消费市场复苏，补贴市民，深圳市各区政府发放各类消费券，其中某区政府发放了市内旅游消费券，该消费券包含A，B，C，D，E，F六个旅游项目，甲、乙、丙、丁四人每人计划从中任选两个不同的项目参加，且他们的选择互不影响.

（1）求甲、乙、丙、丁这四个人中至少有一人选择项目A的概率；

（2）记X为这四个人中选择项目A的人数，求X的分布列及数学期望；

（3）如果将甲、乙、丙、丁四个人改为n个人（$n>4$），其他要求相同，问：这n个人中选择项目A的人数最有可能是多少人？

21.（本小题满分 12 分）

已知A，B两点的坐标分别为$(-1,0)$，$(1,0)$，直线AP，BP相交于点P，且它们的斜率之积为4.

（1）求点P的轨迹方程；

（2）过点$\left(\frac{1}{2},0\right)$的直线$l$与点$P$的轨迹交于$C$，$D$两点，试探究直线$AC$与$BD$的交点$M$是否在某条定直线上，若是求出该定直线方程，若不是请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=a\ln x+x+\frac{2}{x}+2a\,(a\in\mathbf{R})$.

（1）证明函数$f(x)$有唯一极小值点；

（2）若$0<a<\frac{e}{4}$，求证：$f(x)<x+\frac{e^x+2}{x}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。