注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名和座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题目 已知 z 为复数，$\overline{z}$ 为 z 的共轭复数，且 $\overline{z}=|z|-1+5i$，则 z 的虚部是 ( )

A. $5i$　　B. $-5i$　　C. 5　　D. -5

答案 D

解析 因为 z 与 $\overline{z}$ 互为共轭复数，所以 z 的虚部与 $\overline{z}$ 的虚部互为相反数.

因为 $\overline{z}$ 的虚部为 5，所以 z 的虚部为 -5.

故选：D.

题目 设 a，b 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，则下列选项中能得出 $\vec{a}\perp\vec{b}$ 的是 ( )

A. $a\subset\alpha$，$b\perp\beta$，$\alpha /\!/ \beta$　　B. $a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，$\alpha /\!/ \beta$

C. $a\perp\alpha$，$b /\!/ \beta$，$\alpha\perp\beta$　　D. $a\subset\alpha$，$b /\!/ \beta$，$\alpha\perp\beta$

答案 A

解析 A. 若 $a\subset\alpha$，$b\perp\beta$，$\alpha /\!/ \beta$，则 $b\perp\alpha$，$a\subset\alpha$，那么 $b\perp a$，故 A 正确；

B. 若 $a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，$\alpha /\!/ \beta$，则 $a /\!/ b$，故 B 错误；

C. 若 $a\perp\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则 $a /\!/ \beta$，或 $a\subset\beta$，又 $b /\!/ \beta$，则 a 与 b 有可能垂直，平行，或既不垂直也不平行，故 C 错误；

D. 若 $a\subset\alpha$，$b /\!/ \beta$，$\alpha\perp\beta$，则 a 与 b 有可能垂直，平行，或既不垂直也不平行，故 D 错误.

故选：A

题目 投掷 3 枚质地均匀的正方体骰子，观察正面向上的点数，则对于这 3 个点数，下列说法正确的是 ( )

A. 有且只有 1 个奇数的概率为 $\frac{1}{8}$

B. 事件“都是奇数”和事件“都是偶数”是对立事件

C. 在已知有奇数的条件下，至少有 2 个奇数的概率为 $\frac{4}{7}$

D. 事件“至少有 1 个是奇数”和事件“至少有 1 个是偶数”是互斥事件

答案 C

解析 A. 每个骰子奇数点向上的概率为 $\frac{1}{2}$，则三个骰子有且只有 1 个奇数的概率 $P=C_3^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{8}$，故 A 错误；

B. 事件“都是奇数”和事件“都是偶数”不能构成样本空间，这两个事件是互斥

事件，不是对立事件，故 B 错误；

C. 有奇数的对立事件是没有奇数，即三个都是偶数，概率为 $\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$，

所以有奇数的概率 $P=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$，至少有 2 个奇数的概率 $P=C_3^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+C_3^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{2}$，

所以在已知有奇数的条件下，至少有 2 个奇数的概率 $P=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{8}}=\frac{4}{7}$，故 C 正确；

D. 事件"至少有 1 个是奇数"包含事件：1 个奇数，2 个偶数，或 2 个奇数，1 个偶数，或 3 个奇数，

事件"至少有 1 个是偶数"包含事件：1 个偶数，2 个奇数，或 2 个偶数，1 个奇数，或 3 个偶数，

两个事件有公共事件：1 个奇数，2 个偶数，或 2 个奇数，1 个偶数，所以不是互斥事件，故 D 错误.

故选：C

题目 已知平面上的三点 A,B,C 满足 $|AB|=2$，$|BC|=\sqrt{2}$，向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角为 $45°$，且 $(\lambda\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB})\perp\overrightarrow{AB}$，则实数 $\lambda=$ （　　）

A. 0　　B. 1　　C. -2　　D. 2

答案 D

解析 因为 $(\lambda\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB})\perp\overrightarrow{AB}$，所以 $\lambda\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}^2=0$，

因为 $|AB|=2$，$|BC|=\sqrt{2}$，向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角为 $45°$，

所以 $\lambda\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}^2=\lambda\cdot\sqrt{2}\cdot 2\cdot\cos 45°-2^2=0$，

所以 $2\lambda=4$，所以 $\lambda=2$.

故选：D

题目 一个不透明的盒子里装有 10 个大小形状都相同的小球，其中 3 个黑色、7 个白色，现在 3 个人依次从中随机地各取一个小球，前一个人取出一个小球记录颜色后放回盒子，后一个人接着取球，则这 3 个人中恰有一人取到黑球的概率为 （　　）

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{3A_7^2\cdot A_3^1}{A_{10}^3}$

C. $C_{10}^3\times 0.7^2\times 0.3$　　D. $C_3^1\times 0.7^2\times 0.3$

答案 D

解析 因为是有放回地取球，所以每个人取到黑球的概率相同，

且每个人取到黑球的概率为 $p=\frac{C_3^1}{C_{10}^1}=\frac{3}{10}=0.3$，

所以 3 个人中恰有一人取到黑球的概率为：$C_3^1\times 0.3\times(1-0.3)^2=C_3^1\times 0.7^2\times 0.3$.

故选：D.

题目 已知圆锥的高为 1，体积为 π，则过圆锥顶点作圆锥截面的面积最大值为 （　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{3}\pi$　　D. 3π

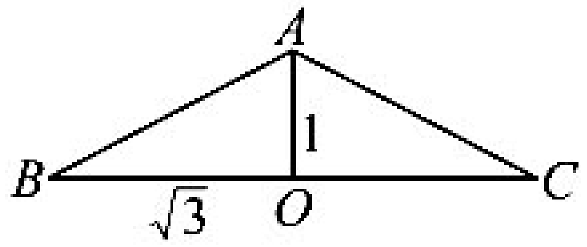
答案 B

解析 设圆锥的底面半径为 r，高为 h，母线为 l，则 $\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi r^2=\pi$，

得 $r=\sqrt{3}$，$l=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$，

如图，下图为圆锥的轴截面，等腰三角形，$\tan\angle BAO=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$，则 $\angle BAO=60^\circ$，

则等腰三角形的顶角为 $120^\circ>90^\circ$，



所以过圆锥顶点作圆锥截面，设顶角为 θ，面积 $S=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin\theta$，

当顶角为 90° 时，面积最大，最大值为 $\frac{1}{2}\times2\times2=2$.

故选：B

题目 对一个十位数 1234567890，现将其中 3 个数位上的数字进行调换，使得这 3 个数字都不在原来的数位上，其他数位上的数字不变，则可以得到不同的十位数（首位不为 0）的个数为 （　　）

A. 120　　B. 232　　C. 240　　D. 360

答案 B

解析 第一种情况，若这 3 个数位没有 0，则在其它 9 位任选 3 个数位，每个数位都不是原来的数位有 2 种方法，则有 $C_9^3\times2=168$，

第二种情况，若这 3 个数位有个位 0，和首位 1，其它 8 位任选 1 个数位，每个数位都不是原来的数位有 1 种方法，有 $C_8^1=8$ 种方法，

第三种情况，若这 3 个数位有个位 0，除首位之外的其它 8 位任选 2 个数位，有 $C_8^2\times2=56$ 种方法，

则得到不同的十位数有 $168+8+56=232$.

故选：B

题目 正四棱锥 $S-ABCD$ 的底面边长为 $\sqrt{2}$，各侧棱长为 2，各顶点都在同一个球面上，则过球心与底面平行的平面截得的台体体积是 （　　）

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{16\sqrt{3}}{81}$　　C. $\frac{38\sqrt{3}}{81}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

答案 C

解析 设底面正方形 $ABCD$ 的中心为 O'，正四棱锥 $S-ABCD$ 的外接球的球心为 O，过球心与底面平行的平面与棱锥的侧面交于正方形 $A_1B_1C_1D_1$，

因为正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}$，所以 $O'D=1$，

因为 $SD=2$，所以 $SO'=\sqrt{SD^2-O'D^2}=\sqrt{3}$，

设正四棱锥 $S-ABCD$ 的外接球的半径为 R，则 $SO=OD=R$，

在 $Rt\triangle O'OD$ 中，$O'O=\sqrt{3}-R$，

因为 $O'O^2+O'D^2=OD^2$，所以 $(\sqrt{3}-R)^2+1^2=R^2$，解得 $R=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以 $O'O=\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

因为 $\triangle SOD_1\backsim\triangle SO'D$，所以 $\frac{SO}{SO'}=\frac{OD_1}{O'D}$，

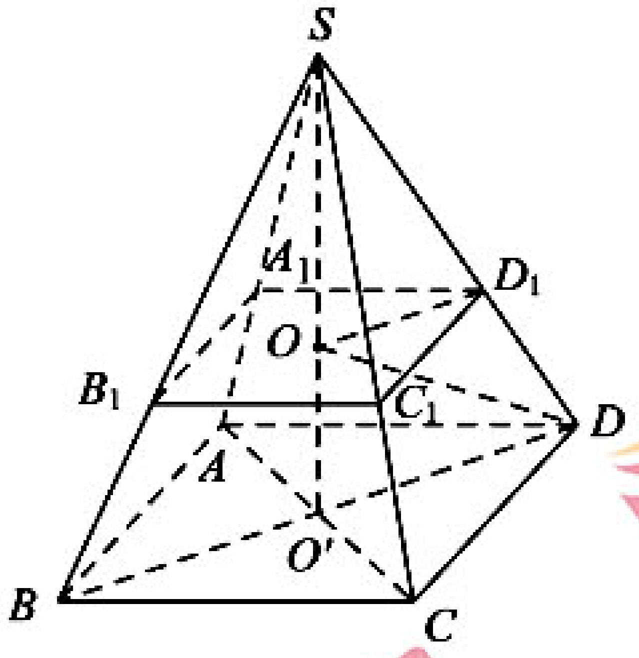
所以 $\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}}=\frac{OD_1}{1}$，得 $OD_1=\frac{2}{3}$，

因为四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 为正方形，所以 $C_1D_1=\frac{2}{3}\sqrt{2}$，

所以$S_{正方形A_1B_1C_1D_1}=\frac{8}{9}$,

所以所求台体的体积为$\frac{1}{3}\times\left(\frac{8}{9}+2+\sqrt{\frac{8}{9}\times 2}\right)\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{38\sqrt{3}}{81}$,

故选:C



二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

题目 已知复数z_1, z_2, z_3,则下列说法正确的有　(　　)

A. $\overline{z_1\cdot z_2\cdot z_3}=\overline{z_2}\cdot\overline{z_3}\cdot\overline{z_1}$　　B. $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}(z_2\neq 0)$

C. 若$|z_1-z_2|=|z_1+z_2|$,则$z_1\cdot z_2=0$　　D. 若$z_1\cdot z_2>z_2\cdot z_3$,则$|z_1|>|z_3|$

答案 AB

解析 设$z_1=a+bi$, $z_2=c+di$, $z_3=e+fi$,

对于A,因为$z_1\cdot z_2\cdot z_3=(a+bi)(c+di)(e+fi)=$

$[(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}](e+fi)$

$=e(ac-bd)-f(ad+bc)+[f(ac-bd)+e(ad+bc)]\mathrm{i}$,

则$\overline{z_1\cdot z_2\cdot z_3}=e(ac-bd)-f(ad+bc)-[e(ad+bc)+f(ac-bd)]\mathrm{i}$,

且$\overline{z_2}\cdot\overline{z_3}\cdot\overline{z_1}=(c-di)(e-fi)(a-bi)$

$=e(ac-bd)-f(ad+bc)-[e(ad+bc)+f(ac-bd)]\mathrm{i}$,

所以$\overline{z_1\cdot z_2\cdot z_3}=\overline{z_2}\cdot\overline{z_3}\cdot\overline{z_1}$,故正确;

对于B,因为$\frac{z_1}{z_2}=\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}$,

所以$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}-\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}$, $\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}=\frac{a-bi}{c-di}=\frac{(a-bi)(c+di)}{(c-di)(c+di)}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}-\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}$,

所以$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}(z_2\neq 0)$,故正确;

对于C,因为$z_1+z_2=(a+c)+(b+d)\mathrm{i}$, $z_1-z_2=(a-c)+(b-d)\mathrm{i}$,

所以$|z_1+z_2|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$, $|z_1-z_2|=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$,

且$|z_1-z_2|=|z_1+z_2|$,所以$ac+bd=0$,

所以$z_1\cdot z_2=(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}=-2ac+(ad+bc)\mathrm{i}$,

因为ac不一定等于0,所以$z_1\cdot z_2=0$错误;

对于D,若$z_1\cdot z_2$和$z_2\cdot z_3$为实数,但是z_1和z_3不一定为实数,故$z_1>z_3$错误;

故选:AB

题目10 下列说法正确的有 ( )

A. 在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}<0$，则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形

B. 已知 O 为 $\triangle ABC$ 的内心，且 $A=30^\circ$，$B=60^\circ$，则 $\overrightarrow{OA}+\sqrt{3}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=\vec{0}$

C. 已知非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足：$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}^2$，$4\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$，则 $\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{c}}{|\vec{b}||\vec{c}|}$ 的最小值为 $\dfrac{1}{2}$

D. 已知 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,1)$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 的夹角为钝角，则实数 λ 的取值范围是 $\left(-\infty,-\dfrac{5}{3}\right)$

答案 BD

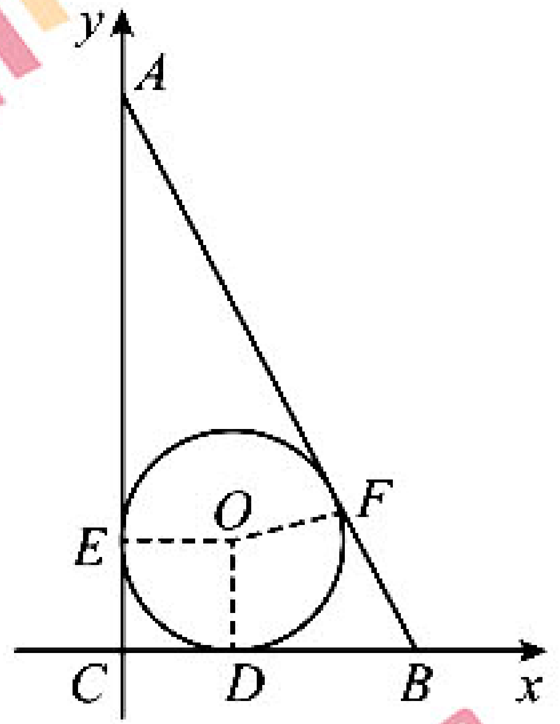
解析 对于 A，在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}<0$，说明角 C 是锐角，不能判断角 A、B 是否为锐角，故 A 错误；

对于 B，不妨记 $CB=1$，$CA=\sqrt{3}$，$AB=2$，建系如图，$A(0,\sqrt{3})$，$B(1,0)$，$C(0,0)$，

记 $OD=OE=OF=r$，由 $\triangle ABC$ 的面积得，$S=\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times(1+2+\sqrt{3})r$，可得 $r=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$，

所以 $O\left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{2},\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$，故 $\overrightarrow{OA}=\left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2},\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$，$\overrightarrow{OB}=\left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{2},\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$，$\overrightarrow{OC}=\left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2},\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$，

满足 $\overrightarrow{OA}+\sqrt{3}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，故 B 正确；



对于 C，记 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 $\theta\in[0,\pi]$，由 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}^2$，$4\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$，可得 $|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=|\vec{a}|^2$，

即 $|\vec{b}|\cos\theta=|\vec{a}|$，又 $4\vec{c}\cdot\vec{b}=2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=2\vec{a}^2+\vec{b}^2$，

即 $\vec{c}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}\vec{a}^2+\dfrac{1}{4}\vec{b}^2=\dfrac{1}{2}|\vec{b}|^2\cos^2\theta+\dfrac{1}{4}\vec{b}^2$，

又 $16\vec{c}^2=4\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=4\vec{a}^2+4\vec{a}^2+\vec{b}^2=8\vec{a}^2+\vec{b}^2$，

即 $\vec{c}^2=\dfrac{1}{2}\vec{a}^2+\dfrac{1}{16}\vec{b}^2=\dfrac{1}{2}|\vec{b}|^2\cos^2\theta+\dfrac{1}{16}\vec{b}^2$，

$|\vec{c}|=\sqrt{\dfrac{1}{2}|\vec{b}|^2\cos^2\theta+\dfrac{1}{16}\vec{b}^2}=|\vec{b}|\sqrt{\dfrac{1}{2}\cos^2\theta+\dfrac{1}{16}}$，

所以 $\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{c}}{|\vec{b}||\vec{c}|}=\dfrac{\dfrac{1}{2}|\vec{b}|^2\cos^2\theta+\dfrac{1}{4}\vec{b}^2}{|\vec{b}|^2\sqrt{\dfrac{1}{2}\cos^2\theta+\dfrac{1}{16}}}=\dfrac{2\cos^2\theta+1}{\sqrt{8\cos^2\theta+1}}$，

记 $x=\cos^2\theta\in[0,1]$，则研究 $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{8x+1}}$，$x\in[0,1]$，

令 $\sqrt{8x+1}=t\in[1,3]$，则 $x=\dfrac{t^2-1}{8}$，

可得 $2x+1=\dfrac{t^2+3}{4}$，故 $y=\dfrac{\frac{t^2+3}{4}}{t}=\dfrac{t}{4}+\dfrac{3}{4t}\geqslant 2\sqrt{\dfrac{t}{4}\times\dfrac{3}{4t}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，当且仅当 $t=\sqrt{3}$ 时，$\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{c}}{|\vec{b}||\vec{c}|}$ 的最小值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故 C 错误；

对于 D，因为 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,1)$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 的夹角为钝角，所以 $\vec{a}+\lambda\vec{b}=(1+\lambda,2+\lambda)$，$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\lambda\vec{b})<0$ 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 不共线，

即 $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\lambda\vec{b})=(1,2)\cdot(1+\lambda,2+\lambda)$

$=1+\lambda+4+2\lambda=5+3\lambda<0$，

可得 $\lambda<-\dfrac{5}{3}$，

当 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 共线时，$2(1+\lambda)=2+\lambda$，可得 $\lambda=0$，

所以 λ 的取值范围是 $\left(-\infty,-\dfrac{5}{3}\right)$，故 D 正确.

故选：BD.

题目11 某课外兴趣小组在探究学习活动中，测得 (x,y) 的 10 组数据如下表所示：

x	165	168	170	172	173	174	175	177	179	182
y	55	89	61	65	67	70	75	75	78	80

由最小二乘法计算得到线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{a}_1+\hat{b}_1x$，相关系数为 r_1；经过观察散点图，分析残差，把数据 $(168,89)$ 去掉后，再用剩下的 9 组数据计算得到线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{a}_2+\hat{b}_2x$，相关系数为 r_2．则（　　）

A. $\hat{a}_1<\hat{a}_2$　　B. $\hat{b}_1<\hat{b}_2$　　C. $r_1^2<r_2^2$　　D. $\hat{b}_1>0$，$\hat{b}_2>0$

答案 BCD

解析 身高的平均数为 $\dfrac{1}{10}(165+168+170+172+173+174+175+177+179+182)=173.5$，

因为离群点 $(168,89)$ 的横坐标 168 小于平均值 173.5，纵坐标 89 相对过大，

所以去掉离群点后经验回归直线的截距变小而斜率变大，

所以 $\hat{a}_1>\hat{a}_2$，$\hat{b}_1<\hat{b}_2$，故选项 A 错误，选项 B 正确，

去掉离群点后成对样本数据的线性相关程度更强，拟合效果会更好，所以 $r_1<r_2$，

由表格可知，随着 x 的增大，y 变大，所以 $0<r_1<r_2$，$\hat{b}_1>0$，$\hat{b}_2>0$，

所以 $r_1^2<r_2^2$，故选项 C 正确，选项 D 正确.

故选：BCD.

题目12 已知在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 O 为正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，点 P 在棱 CC_1 上，下列说法正确的有（　　）

A. $BD\perp PO$

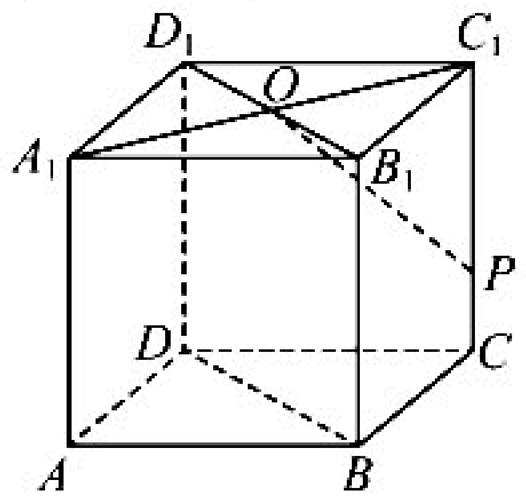
B. 当直线 AP 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值为 $\dfrac{4}{5}$ 时，$PC=3$

C. 当 $PC=1$ 时，点 C_1 到平面 APD_1 的距离是 $\dfrac{3}{2}$

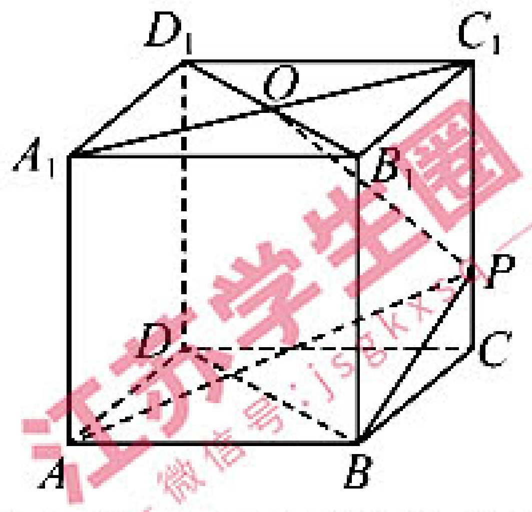
D. 当 $PC=2$ 时，以 O 为球心，OP 为半径的球面与侧面 ABB_1A_1 的交线长为 $\sqrt{2}\pi$

答案 ABD

解析 对于选项 A，由正方体得 $PC_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，所以 $PC_1\perp B_1D_1$，又 $BD\,/\!/\,B_1D_1$，$\therefore BD\perp PC_1$. 又 $OC_1\perp B_1D_1$，所以 $OC_1\perp BD$，因为 $OC_1, PC_1\subset$ 平面 OPC_1，$OC_1\cap PC_1=C_1$，所以 $BD\perp$ 平面 OPC_1，所以 $BD\perp PO$. 所以该选项正确；



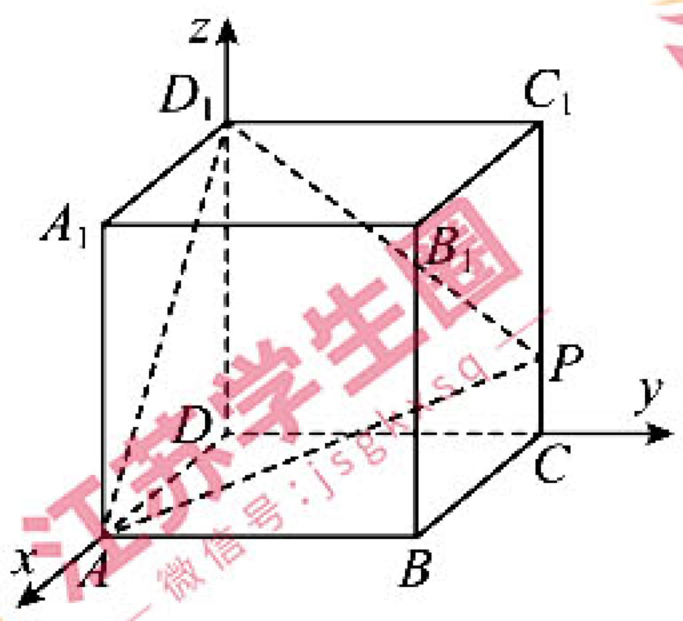
对于选项 B，连接 PA，PB，则 $\angle APB$ 就是直线 AP 与平面 BCC_1B_1 所成角，所以 $\tan\angle APB=\dfrac{AB}{PB}=\dfrac{4}{PB}=\dfrac{4}{5}$，$\therefore PB=5$，$\therefore PC=\sqrt{5^2-4^2}=3$，所以该选项正确；



对于选项 C，建立如图所示的空间直角坐标系，则 $A(4,0,0)$，$D_1(0,0,4)$，$P(0,4,1)$，$\therefore \overrightarrow{AD_1}=(-4,0,4)$，$\overrightarrow{D_1P}=(0,4,-3)$，

设平面 APD_1 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，所以 $\begin{cases}\overrightarrow{AD_1}\cdot\vec{n}=-4x+4z=0\\ \overrightarrow{D_1P}\cdot\vec{n}=4y-3z=0\end{cases}$，$\therefore \vec{n}=(4,3,4)$，

又 $C_1(0,4,4)$，$\therefore \overrightarrow{C_1A}=(4,-4,-4)$，$\therefore d=\dfrac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{C_1A}|}{|\vec{n}|}=\dfrac{12}{\sqrt{41}}=\dfrac{12}{41}\sqrt{41}$. 所以该选项错误；



对于选项 D，取 A_1B_1 的中点 E，由题得 $OP=\sqrt{2^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{3}$，

则截面圆的半径为 $\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$.

由题得截面圆的圆心为点 E，在平面 ABB_1A_1 内作 $EH\perp A_1B_1$，且 $EH=2\sqrt{2}$.

以点 E 为圆心，以 $EH=2\sqrt{2}$ 为半径作圆与棱 A_1A，B_1B 分别交于 F，G.

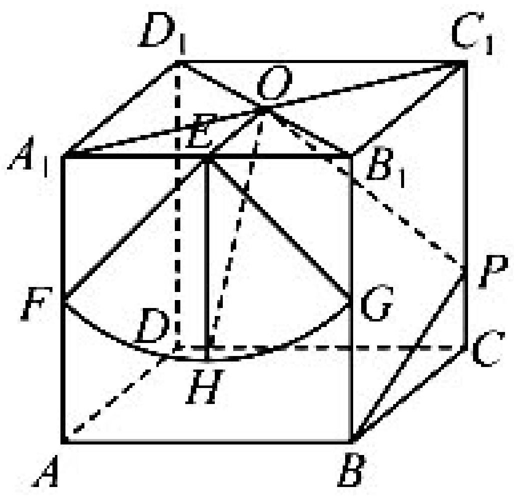
所以 $EH=EF=EG=\sqrt{12-4}=2\sqrt{2}$.

所以 $\angle A_1EF=\angle B_1EG=\dfrac{\pi}{4}$，$\therefore \angle FEG=\dfrac{\pi}{2}$，

$\therefore$ 以 O 为球心，OP 为半径的球面与侧面 ABB_1A_1 的交线为以点 E 为圆心，以 $2\sqrt{2}$ 为半径，圆心角为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的扇形的弧长 $\overset{\frown}{FG}$，

所以以 O 为球心，OP 为半径的球面与侧面 ABB_1A_1 的交线长 $\frac{1}{4}\times2\pi\times2\sqrt{2}=\sqrt{2}\pi$. 所以该选项正确.

故选：ABD



三、填空题：本大题共4小题，每题5分，满分20分.

题目13 $\left(\frac{1}{2}+2x\right)^{10}$ 的展开式中二项式系数最大的项的系数是 ______. （用数字作答）

答案 252

解析 因为 $n=10$，所以展开式中最大的二项式系数为 C_{10}^5，对应的是第6项，第6项的系数是 $C_{10}^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot2^5=252$.

故答案为：252

题目14 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(\sqrt{3},0)$，$B(0,1)$，以 A 为旋转中心，将线段 AB 按顺时针方向旋转30°，得到线段 AC，则向量 $\vec{AB}$ 在向量 $\vec{AC}$ 上的投影向量的坐标是 ______.

答案 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$

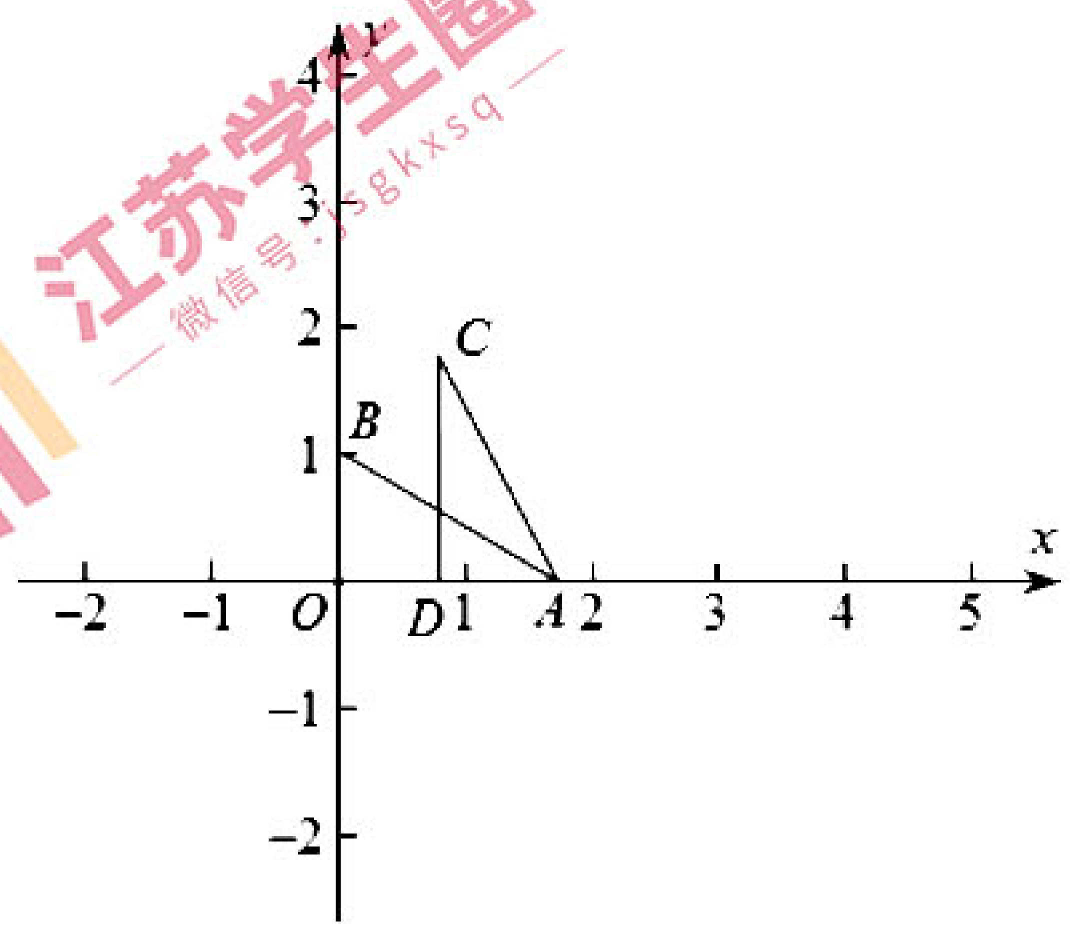
解析 如图，因为 $OA=\sqrt{3}$，$OB=1$，所以 $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=2$，则 $\angle OAB=30°$，

所以 $\angle OAC=60°$，$AC=2$，过点 C 作 $CD\perp x$ 轴，交 x 轴于点 D，

则 $AD=AC\cos60°=1$，$CD=AC\sin60°=\sqrt{3}$，所以 $C(\sqrt{3}-1,\sqrt{3})$，

则 $\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{3},1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,-\sqrt{3})$，所以 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2\sqrt{3}$，

所以向量 $\overrightarrow{AB}$ 在向量 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为 $\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|^2}\cdot\overrightarrow{AC}=-\frac{\sqrt{3}}{2}(1,-\sqrt{3})=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$.

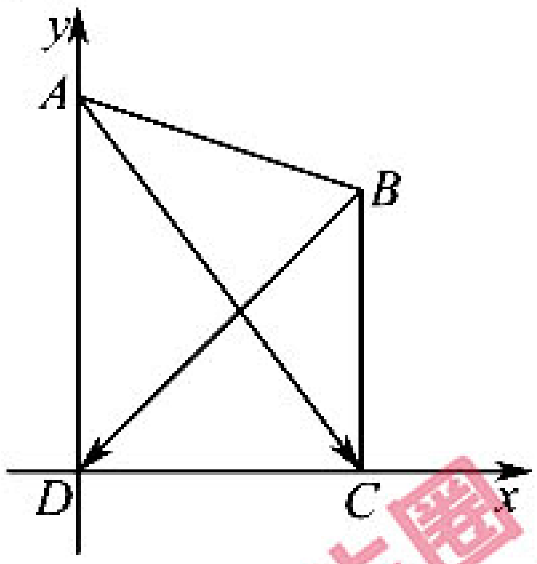


故答案为：$\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2}\right)$

题目 15 已知平面四边形 $ABCD$，$\angle ADC=90°$，$AB=BC=CD=3$，$AD=4$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$ ______.

答案 $\dfrac{7}{2}$

解析 以点 D 为坐标原点，DC，DA 所在直线分别为 x，y 轴建立平面直角坐标系．设 $B(x,y)$



则由题意知 $D(0,0)$，$A(0,4)$，$C(3,0)$．则 $\overrightarrow{AC}=(3,-4)$，$\overrightarrow{BD}=(-x,-y)$.

所以 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=4y-3x$.

因为 $AB=CB$，$\overrightarrow{AB}=(x,y-4)$，$\overrightarrow{CB}=(x-3,y)$，

所以 $x^2+(y-4)^2=(x-3)^2+y^2$，整理化简得 $8y-6x=7$.

故 $4y-3x=\dfrac{7}{2}$.

故答案为：$\dfrac{7}{2}$.

题目 16 已知在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=\sqrt{2}$，P 为 AB 的中点，将 $\triangle ADP$ 沿 DP 翻折，得到四棱锥 A_1-BCDP，则二面角 A_1-DC-B 的余弦值最小是 ______.

答案 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

解析 矩形 $ABCD$，连接 AC，与 DP 相交于点 Q，

因为 $AB=2$，$BC=\sqrt{2}$，P 为 AB 的中点，

所以 $\dfrac{AP}{AD}=\dfrac{AD}{CD}$，则 $\triangle ADP\backsim\triangle DCA$，所以 $\angle ADP=\angle DCA$，

则 $\angle ADP+\angle DAC=\angle DCA+\angle DAC=90°$，故 $AC\perp DP$，

将将 $\triangle ADP$ 沿 DP 翻折，则由 $AQ\perp DP$，$CQ\perp DP$，

因为 $AQ\cap CQ=Q$，AQ，$CQ\subset$ 平面 ACQ，所以 $DP\perp$ 平面 ACQ，

过点 A_1 作 $A_1H\perp CQ$ 于点 H，则 $DP\perp A_1H$，

又 $CQ\cap DP=Q$，CQ，$DP\subset$ 平面 $BCDP$，所以 $A_1H\perp$ 平面 $BCDP$，

过点 H 作 $HF\perp CD$ 于点 F，连接 A_1F，

因为 $CD\subset$ 平面 $BCDP$，所以 $A_1H\perp CD$，

因为 $A_1H\cap FH=H$，A_1H，$FH\subset$ 平面 A_1FH，

所以 $CD\perp$ 平面 A_1FH，

因为 $A_1F\subset$ 平面 A_1FH，所以 $CD\perp A_1F$，

故 $\angle A_1FH$ 即为二面角 A_1-DC-B 的平面角，显然为锐角，

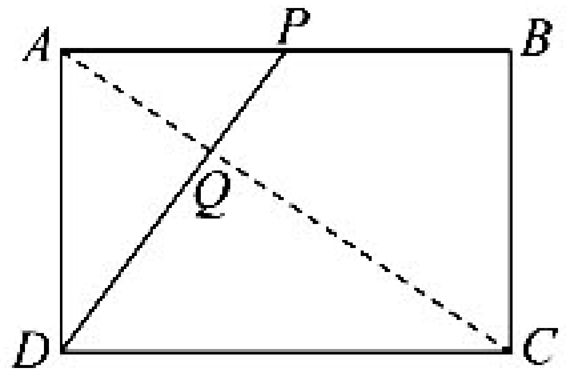
在矩形 $ABCD$ 中，$AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=\sqrt{6}$，故 $A_1Q=\dfrac{1}{3}AC=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，$QC=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，

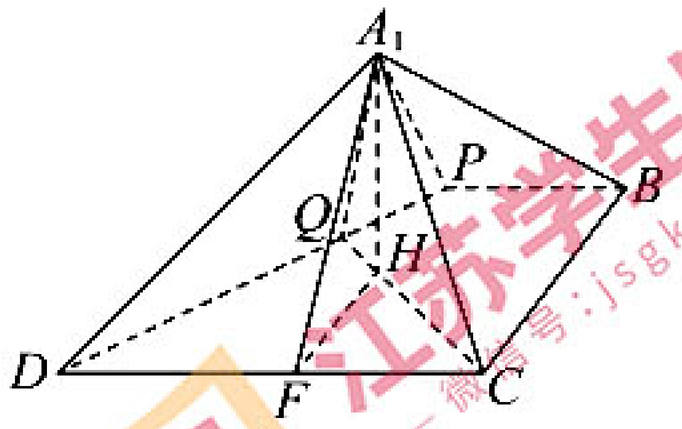
设 $\angle A_1QH=\theta$，$\theta\in(0,\pi)$，则 $A_1H=A_1Q\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\sin\theta$，$QH=A_1Q\cos\theta=$

$\dfrac{\sqrt{6}}{3}\cos\theta$,

故 $HC=CQ-QH=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\cos\theta$,

因为 $\dfrac{HF}{HC}=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$,所以 $HF=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\cos\theta$,





则 $\tan\angle A_1FH=\dfrac{A_1H}{HF}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{6}}{3}\sin\theta}{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\cos\theta}=\dfrac{\sqrt{3}\sin\theta}{2-\cos\theta}$,

设 $y=\dfrac{\sqrt{3}\sin\theta}{2-\cos\theta}$, $\theta\in(0,\pi)$,则 $\sqrt{3}\sin\theta+y\cos\theta=2y$,

所以 $\sqrt{3+y^2}\sin(\theta+\varphi)=2y$,即 $\sin(\theta+\varphi)=\dfrac{2y}{\sqrt{3+y^2}}\leqslant 1$,

解得 $0<y\leqslant 1$,即 $\tan\angle A_1FH\in(0,1]$,

因为 $\angle A_1FH\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$,所以 $0<\angle A_1FH\leqslant\dfrac{\pi}{4}$,

当 $\angle A_1FH=\dfrac{\pi}{4}$ 时, $\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta=2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)=2$,

因为 $\theta\in(0,\pi)$,所以 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$,故 $\varphi=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$, $k\in Z$ 时,等号成立,

因为 $y=\cos x$ 在 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上单调递减,

所以二面角 A_1-DC-B 的余弦值最小值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为: $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

四、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或验算步骤.

题目 17 设 z 是虚数,在平面直角坐标系 xOy 中, z, $\bar{z}$, $\dfrac{1}{z}$ 对应的向量分别为 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$.

(1) 证明: O, B, C 三点共线;

(2) 若 $z^3=1$,求向量 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$ 的坐标.

答案 (1) 证明见解析

(2) $(-1,0)$

解析 (1) 设 $z=a+bi$, $b\neq 0$,则 $\bar{z}=a-bi$, a, $b\in R$,

所以 $\overrightarrow{OB}=(a,-b)$.

$\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{a+bi}=\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}$,所以 $\overrightarrow{OC}=\dfrac{1}{a^2+b^2}(a,-b)=\dfrac{1}{a^2+b^2}\overrightarrow{OB}$,

所以 $\overrightarrow{OB}\parallel\overrightarrow{OC}$.

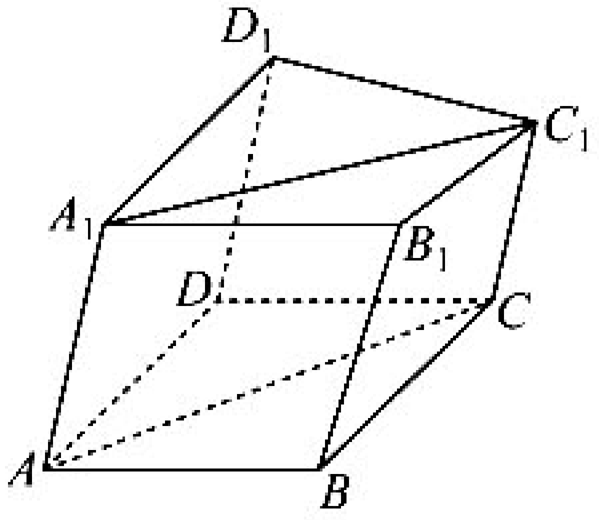
又因为 O 为公共点,所以 O, B, C 三点共线.

(2) 因为 $z^3=1$,则 $(z-1)(z^2+z+1)=0$,

又因为 z 是虚数,所以 $z^2+z+1=0$.

$z+\dfrac{1}{z}=\dfrac{z^2+1}{z}=-1$,所以 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=(-1,0)$.

题目 如图，在六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1 /\!/ CC_1$，平面 $AA_1C_1C \perp$ 菱形 $ABCD$. 证明：



(1) B，B_1，D_1，D 四点共面；

(2) $BD \perp DD_1$.

答案 (1) 证明见解析

(2) 证明见解析

解析 (1) 证明：由 $AA_1 /\!/ CC_1$，$AA_1 \not\subset$ 平面 BCC_1B_1，$CC_1 \subset$ 平面 BCC_1B_1，

所以 $AA_1 /\!/$ 平面 BCC_1B_1.

又因为 $AA_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1，平面 $ABB_1A_1 \cap$ 平面 $BCC_1B_1 = BB_1$，

所以 $AA_1 /\!/ BB_1$.

同理：$AA_1 /\!/ DD_1$，所以 $BB_1 /\!/ DD_1$，

所以 B，B_1，D_1，D 四点共面.

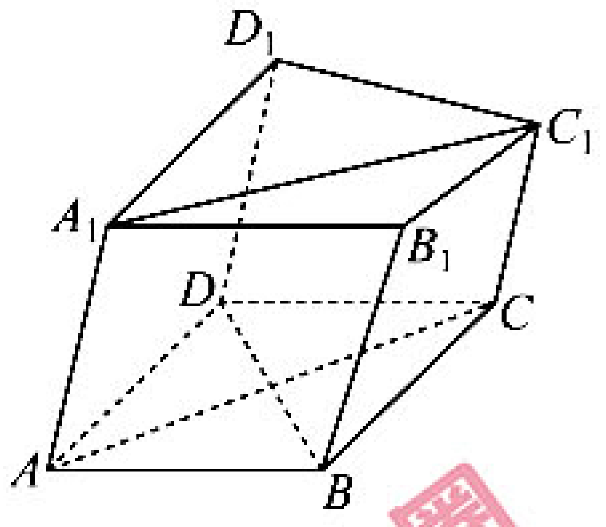
(2) 证明：菱形 $ABCD$ 中 $AC \perp BD$，又因为平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 $ABCD$，

且平面 $AA_1C_1C \cap$ 平面 $ABCD = AC$，$BD \subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $BD \perp$ 平面 AA_1C_1C.

因为 $AA_1 \subset$ 平面 AA_1C_1C，所以 $BD \perp AA_1$，

由 (1) 有 $AA_1 /\!/ DD_1$，所以 $BD \perp DD_1$.



题目 在平面直角坐标系中三点 A，B，C 满足 $\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{AC}=(-2,3)$，$D$，$E$ 分别是线段 BC，AC 上的点，满足 $BD=2CD$，$CE=2AE$，AD 与 BE 的交点为 G.

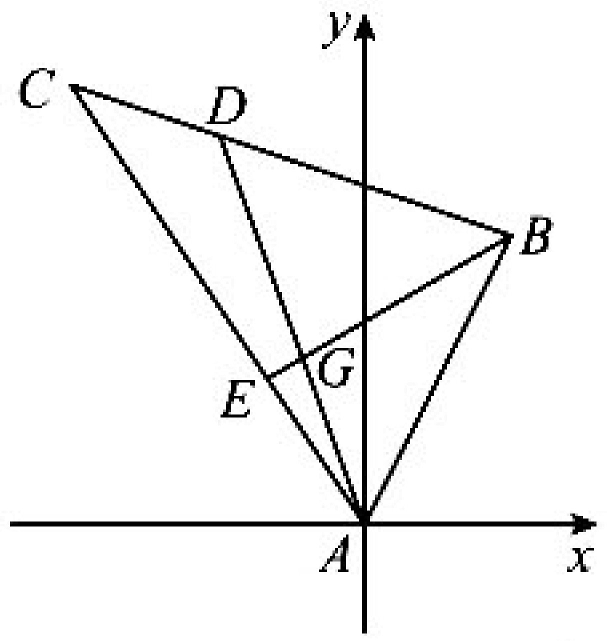
(1) 求 $\angle BGD$ 的余弦值；

(2) 求向量 $\overrightarrow{AG}$ 的坐标.

答案 (1) $\dfrac{9\sqrt{2482}}{2482}$

(2) $\left(-\dfrac{3}{7},\dfrac{8}{7}\right)$

解析 (1) 由题意，在平面直角坐标系中，将 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 平移到以原点为起点，如图，



因为 $BD=2CD$, $CE=2AE$, $\overrightarrow{AB}=(1,2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2,3)$,

所以 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}(1,2)+\frac{2}{3}(-2,3)=\left(-1,\frac{8}{3}\right)$,

又 $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{3}(-2,3)+(1,2)=\left(\frac{5}{3},1\right)$,

所以 $\cos\angle BCD=\dfrac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{EB}}{|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{EB}|}=\dfrac{-\frac{5}{3}+\frac{8}{3}}{\sqrt{1+\frac{64}{9}}\times\sqrt{1+\frac{25}{9}}}=\dfrac{9\sqrt{2482}}{2482}$.

(2)由题意及(1)得,在平面直角坐标系中, A, G, D 三点共线,

所以 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\lambda\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\lambda\overrightarrow{AC}(\lambda\in R)$,

$\overrightarrow{AG}=\mu\overrightarrow{AB}+(1-\mu)\overrightarrow{AE}=\mu\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(1-\mu)\overrightarrow{AC}(\mu\in R)$,

所以由平面向量基本定理,得 $\begin{cases}\frac{1}{3}\lambda=\mu\\ \frac{2}{3}\lambda=\frac{1}{3}(1-\mu)\end{cases}$,解得: $\mu=\frac{1}{7}$,

故 $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{7}(1,2)+\frac{2}{7}(-2,3)=\left(-\frac{3}{7},\frac{8}{7}\right)$.

题目 某种季节性疾病可分为轻症、重症两种类型，为了解该疾病症状轻重与年龄的关系，在某地随机抽取了患该疾病的 $3s$ 位病人进行调查，其中年龄不超过 50 岁的患者人数为 s，轻症占 $\frac{5}{6}$；年龄超过 50 岁的患者人数为 $2s$，轻症占 $\frac{1}{3}$.

(1) 完成下面的 2×2 列联表．若要有 99% 以上的把握认为"该疾病症状轻重"与"年龄"有关，则抽取的年龄不超过 50 岁的患者至少有多少人？

	轻症	重症	合计
不超过 50 岁			s
超过 50 岁			$2s$
合计			$3s$

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$(其中 $n=a+b+c+d$)，$P(\chi^2>6.635)=0.01$.

(2) 某药品研发公司安排甲、乙两个研发团队分别研发预防此疾病的疫苗，两个团队各至多安排 2 个周期进行疫苗接种试验，每人每次疫苗接种花费 $t(t>0)$ 元．甲团队研发的药物每次疫苗接种后产生抗体的概率为 $p(0<p<1)$，根据以往试验统计，甲团队平均花费为 $-3tp^2+6t$．乙团队研发的药物每次疫苗接种后产生抗体的概率为 $q(0<q<1)$，每个周期必须完成 3 次疫苗接种，若第一个周期内至少出现 2 次抗体，则该周期结束后终止试验，否则进入第二个疫苗接种周期．假设两个研发团队每次疫苗接种后产生抗体与否均相互独立．若 $p<q$，从两个团队试验的平均花费考虑，该公司应如何选择团队进行药品研发？

答案 (1) 列联表见解析，抽取的年龄不超过 50 岁的患者至少有 12 人

(2) 该公司应选择乙团队进行研发

解析 (1) 2×2 列联表如下：

	轻症	重症	合计
不超过 50 岁	$\frac{5s}{6}$	$\frac{s}{6}$	s
超过 50 岁	$\frac{2s}{3}$	$\frac{4s}{3}$	$2s$
合计	$\frac{3s}{2}$	$\frac{3s}{2}$	$3s$

要有 99% 以上的把握认为"该疾病症状轻重"与"年龄"有关，则

$$\chi^2=\frac{3s\left(\frac{5s}{6}\times\frac{4s}{3}-\frac{s}{6}\times\frac{2s}{3}\right)^2}{\frac{3s}{2}\times\frac{3s}{2}\times 2s\times s}=\frac{2s}{3}>6.635.$$

解得 $s>9.9525$，由题意知 s 是 6 的倍数，所以 s 的最小整数值为 12.

所以抽取的年龄不超过 50 岁的患者至少有 12 人.

(2) 甲研发团队试验总花费为 X 元，根据以往试验统计得 $E(X)=-3tp^2+6t$，

设乙研发团队试验总花费为 Y 元，则 Y 的可能取值为 $3t$，$6t$，

所以 $P(Y=3t)=C_3^2q^2(1-q)+q^3=-2q^3+3q^2$，$P(Y=6t)=1+2q^3-3q^2$，

所以 $E(Y)=3t(-2q^3+3q^2)+6t(1+2q^3-3q^2)=6tq^3-9tq^2+6t$.

因为 $0<p<q<1$，所以 $E(Y)-E(X)=6tq^3-9tq^2+6t-(-3tp^2+6t)=6tq^3-9tq^2+3tp^2<6tq^2(q-1)<0$，

所以乙团队试验的平均花费较少，

所以该公司应选择乙团队进行研发.

题目21 记 $f_n(x)=(x+1)^n=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$，$n\in N^*$.

(1) 化简：$\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)a_i$；

(2) 证明：$f_{n+1}(x)+2f_{n+2}(x)+\cdots+kf_{n+k}(x)+\cdots+nf_{2n}(x)(n\in N^*)$ 的展开式中含 x^n 项的系数为 $(n+1)C_{2n+1}^{n+2}$.

答案 (1) $\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)a_i=(n+2)2^{n-1}-1$

(2) 证明见解析

解析 (1) 因为 $f_n(x)=(x+1)^n=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$，

$(x+1)^n$ 的二项展开式为 $T_{r+1}=C_n^rx^{n-r}(0\leqslant r\leqslant n,r\in N)$，

所以 $a_i=C_n^i$，

所以 $\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)a_i=\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)C_n^i=2C_n^1+3C_n^2+\cdots+nC_n^{n-1}+(n+1)C_n^n$，

则 $1+\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)C_n^i=C_n^0+2C_n^1+3C_n^2+\cdots+nC_n^{n-1}+(n+1)C_n^n$，

又 $1+\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)C_n^i=C_n^n+2C_n^{n-1}+3C_n^{n-2}+\cdots+nC_n^1+(n+1)C_n^0$，

所以 $2\left(1+\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)C_n^i\right)=(n+2)(C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^{n-1}+C_n^n)=(n+2)2^n$，

故 $\sum\limits_{i=1}^{n}(i+1)a_i=(n+2)2^{n-1}-1$.

(2) 因为 $f_{n+1}(x)+2f_{n+2}(x)+\cdots+kf_{n+k}(x)+\cdots+nf_{2n}(x)(n\in N^*)$ 的展开式中含 x^n 项的系数为 $C_{n+1}^n+2C_{n+2}^n+3C_{n+3}^n+\cdots+nC_{2n}^n$，

而 $kC_{n+k}^n=k\dfrac{(n+k)!}{n!k!}=\dfrac{(n+k)!}{n!(k-1)!}=(n+1)\dfrac{(n+k)!}{(n+1)!(k-1)!}=(n+1)C_{n+k}^{n+1}$.

所以含 x^n 项的系数为：

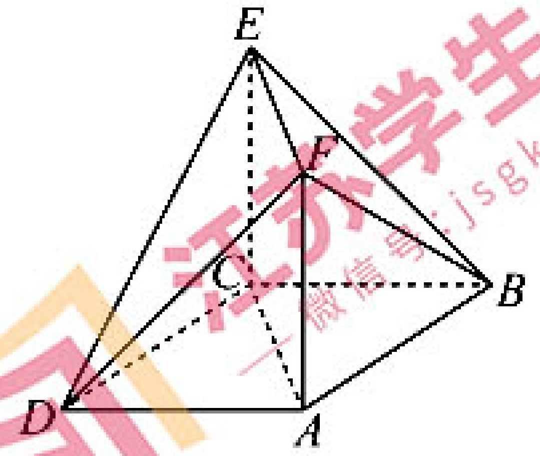
$C_{n+1}^n+2C_{n+2}^n+3C_{n+3}^n+\cdots+nC_{2n}^n=(n+1)(C_{n+1}^{n+1}+C_{n+2}^{n+1}+C_{n+3}^{n+1}+\cdots+C_{2n}^{n+1})$

$=(n+1)(C_{n+2}^{n+2}+C_{n+2}^{n+1}+C_{n+3}^{n+1}+\cdots+C_{2n}^{n+1})$

$=(n+1)(C_{n+3}^{n+2}+C_{n+3}^{n+1}+\cdots+C_{2n}^{n+1})$

$=(n+1)C_{2n+1}^{n+2}$.

题目22 如图，在多面体 $EF-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，且 $CE\perp$ 底面 $ABCD$，$AF\,//\,CE$，$AC=CD=CE=AF=1$，点 M 在线段 EF 上.



(1) 若 M 为 EF 的中点，求直线 AM 和平面 BDE 的距离；

(2) 试确定 M 点位置，使二面角 $D-AM-B$ 的余弦值为 $-\dfrac{35}{67}$.

答案 (1) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$；

(2) 点 M 是线段 FE 上靠近点 F 的四等分点.

解析 (1) 连接 BD 交 AC 于 O，取 EF 中点 G，因为四边形 $ABCD$ 为菱形，

所以 $AC\perp BD$，O 为 AC 中点.

因为 $AF /\!/ CE$, $AF=CE$,

所以四边形 $ACEF$ 为平行四边形.

因为 O, G 分别为 AC, EF 中点,

所以 $OG /\!/ CE$.

因为 $CE\perp$ 平面 $ABCD$, AC, $BD\subset$ 平面 $ABCD$,

所以 $CE\perp AC$, $CE\perp BD$,

所以 $OG\perp AC$, $OG\perp BD$.

以 O 为原点,建立如图空间直角坐标系 $O-xyz$,则

$A\left(0,\frac{1}{2},0\right)$, $M(0,0,1)$, $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},0,0\right)$, $D\left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,0\right)$, $E\left(0,-\frac{1}{2},1\right)$,

所以 $\overrightarrow{BD}=(\sqrt{3},0,0)$, $\overrightarrow{BE}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},1\right)$,

设平面 BDE 的法向量 $\vec{n_0}=(x_0,y_0,z_0)$,

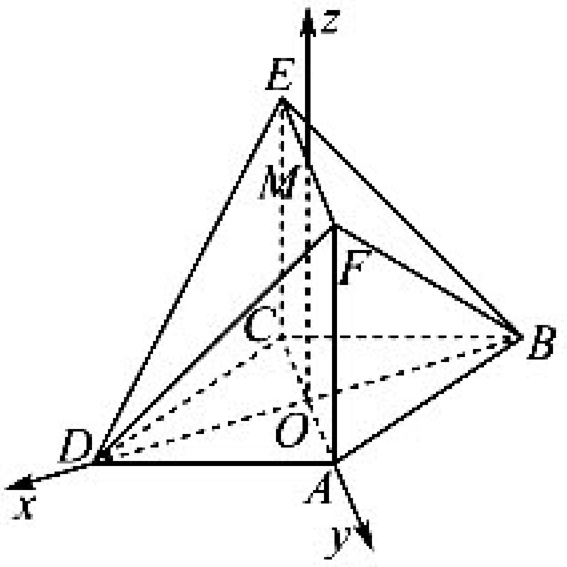
$\begin{cases}\vec{n_0}\cdot\overrightarrow{BD}=0\\ \vec{n_0}\cdot\overrightarrow{BE}=0\end{cases}$,所以 $\begin{cases}\sqrt{3}x_0=0\\ \frac{\sqrt{3}}{2}x_0-\frac{1}{2}y_0+z_0=0\end{cases}$,

所以 $\vec{n_0}=(0,2,1)$, $\overrightarrow{AM}=\left(0,-\frac{1}{2},1\right)$.

$\vec{n_0}\cdot\overrightarrow{AM}=0-\frac{1}{2}\cdot 2+1=0$,所以 $AM /\!/$ 平面 BDE.

设 A 到平面 BDE 距离为 d,

$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0\right)$, $d=\frac{|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n_0}|}{|\vec{n_0}|}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,所以直线 AM 和平面 BDE 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



(2) 设 $M(0,m,1)$, $m\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$,因为 $A\left(0,\frac{1}{2},0\right)$, $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},0,0\right)$, $D\left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,0\right)$,

所以 $\overrightarrow{AD}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0\right)$, $\overrightarrow{AM}=\left(0,m-\frac{1}{2},1\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0\right)$,

设平面 ADM,平面 ABM 的法向量分别为 $\vec{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$, $\vec{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$,

$\begin{cases}\overrightarrow{AD}\cdot\vec{n_1}=0\\ \overrightarrow{AM}\cdot\vec{n_1}=0\end{cases}$,所以 $\begin{cases}\frac{\sqrt{3}}{2}x_1-\frac{1}{2}y_1=0\\ \left(m-\frac{1}{2}\right)y_1+z_1=0\end{cases}$,所以 $\vec{n_1}=\left(1,\sqrt{3},-\sqrt{3}m+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n_2}=0\\ \overrightarrow{AM}\cdot\vec{n_2}=0\end{cases}$,所以 $\begin{cases}-\frac{\sqrt{3}}{2}x_2-\frac{1}{2}y_2=0\\ \left(m-\frac{1}{2}\right)y_2+z_2=0\end{cases}$ $\vec{n_2}=\left(1,-\sqrt{3},\sqrt{3}m-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

因为二面角 $D-AM-B$ 的余弦值为 $-\frac{35}{67}$,

所以 $|\cos\langle\vec{n_1},\vec{n_2}\rangle|=\left|\frac{\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}\right|=\frac{3\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+2}{3\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+4}=\frac{35}{67}$.

解得 $m=\frac{1}{4}$ 或 $\frac{3}{4}$(舍),即 $FM=\frac{1}{4}FE$,

所以点 M 是线段 FE 上靠近点 F 的四等分点.