2023年春高一(下)期末联合检测试卷
数学　参考答案

一、单选题

1 ~8　　CBCC　CBDC

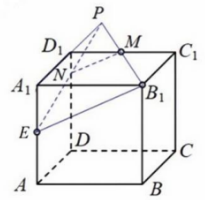
第8题提示：设 M 为 D_1C_1 中点，E 为 AA_1 中点，$B_1M\cap A_1D_1=P$，

$EP\cap DD_1=N$，则容器最多能盛水的体积为正方体

在截面 EB_1MN 下方的部分，截面 EB_1MN 上方为棱台

$EA_1B_1-ND_1M$，其体积 $V_{EA_1B_1-ND_1M}=V_{P-EA_1B_1}-V_{P-ND_1M}=\dfrac{28}{3}$

所求体积为 $4^3-\dfrac{28}{3}=\dfrac{164}{3}$.



二、多选题

9. BD　　10. AD　　11. AD　　12. AD

第12题提示：$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}-\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}$，设 $\overrightarrow{AF}=x\vec{a}+y\vec{b}$，

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}=(x-\dfrac{1}{2})\vec{a}+y\vec{b}$，$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AC}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　$\because \overrightarrow{EF}//\overrightarrow{EC}$，$\therefore \dfrac{x-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}=\dfrac{y}{1}$

同理 $\overrightarrow{DF}=x\vec{a}+(y-\dfrac{1}{3})\vec{b}$，$\overrightarrow{DB}=\vec{a}-\dfrac{1}{3}\vec{b}$，$\overrightarrow{DF}//\overrightarrow{DB}$，$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}}$

联立解得 $x=\dfrac{2}{5},y=\dfrac{1}{5}$

三、填空题

13. 7　　14. $\dfrac{2}{3}$　　15. $4\sqrt{10}$　　16. $\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

第16题提示：设 $DE\cap BC=M$，连结 AM，由 $BC\perp AE$，$BC\perp AD$，$\therefore BC\perp$ 平面 AMD，

$\therefore BC\perp AM,BC\perp DM$，$\angle AMD=60^\circ$，又$\because BD=CD$，$\therefore M$ 为 BC 中点，$\therefore G$ 在 AM 上，

过 E 作 $EH\perp AM$ 于 H，由 E 到平面 ABC 的距离为 $\sqrt{3}$，$\therefore EH=\sqrt{3}$，$ME=2$，$AM=4$，

$MG=\dfrac{4}{3}$，在 ΔBGE 中，由余弦定理

$GE^2=MG^2+ME^2-2MG\cdot ME\cos 60^\circ=\dfrac{28}{9}$，$GE=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

四、解答题

17.（10 分）

解：（1）原式$=\dfrac{1+i^3}{1-i}+\dfrac{|3-\mathrm{i}|}{|1+\mathrm{i}|}=\dfrac{1-i}{1-i}+\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{5}$ …………5 分

（2）由题$\begin{cases}2m^2-3m-2>0\\ m^2+m-6<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(2m+1)(m-2)>0\\ (m+3)(m-2)<0\end{cases}\Rightarrow m\in(-3,-\dfrac{1}{2})$ …………10 分

18.（12 分）

解：（1）$\because \alpha\cap\beta=a,\beta\cap\gamma=b$，$a\,/\!/\,b$ $\therefore a\,/\!/\,\gamma$

又$\gamma\cap\alpha=c$，$\therefore a\,/\!/\,c$ …………6 分

（2）$\because a\cap b=P$，$\therefore P\in a,P\in b$，又$\alpha\cap\beta=a$，$\beta\cap\gamma=b$，$\therefore P\in\alpha,\gamma$

$\because \gamma\cap\alpha=c$，$\therefore P\in c$，$\therefore b\cap c=P$ …………12 分

19.（12 分）

解：（1）由图可知第四组的频率为$0.046\times5=0.23$

设第一组的频率为x，由题可知$x+2x+4x+0.23+4x=1$，解得$x=0.07$

$\therefore$第一组的人数为$1000\times0.07=70$人

前三组的频率之和为$x+2x+4x=0.49$

估计中位数为$180+5\times\dfrac{0.01}{0.23}\approx180.2\text{ cm}$…………6 分

（2）由题可知第一组抽取2人，记为A,B，第二组抽取4人，记为C,D,E,F

从6人中抽取2人的共有$(A,B),(A,C),(A,D),(A,E),(A,F),(B,C),(B,D),(B,E),$

$(B,F),(C,D),(C,E),(C,F),(D,E),(D,F),(E,F)$ 15种结果，且每种结果等可能发生，

其中$(A,B),(C,D),(C,E),(C,F),(D,E),(D,F),(E,F)$有7种结果是两人来自于同一组，

故所求概率为$\dfrac{7}{15}$ …………12 分

20.（12 分）

解：（1）由正弦定理$2ac\sin B=a^2+c^2-b^2$，$\sin B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

由余弦定理$\sin B=\cos B$，$B=\dfrac{\pi}{4}$…………6 分

（2）$\because b\cos A=1$，A为锐角，$\therefore AD=b\cos A=1$，

$\because CD=\sqrt{3}$，$\therefore \angle CAB=60^\circ$，$\angle FAD=30^\circ$，$FD=\dfrac{\sqrt{3}}{3},CF=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore S_{\Delta CFB}=\dfrac{CF}{CD}S_{\Delta CBD}=\dfrac{2}{3}S_{\Delta CBD}$

由（1）$B=\dfrac{\pi}{4}$，ΔCDB 为等腰直角三角形

$S_{\Delta CBD}=\dfrac{1}{2}CD^2=\dfrac{3}{2}$，$S_{\Delta CFB}=1$ …………12 分

21.（12 分）

解：(1) 设 $\vec{m}=\overrightarrow{AB}$，$\vec{n}=\overrightarrow{AD}$

$\vec{a}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{3}\vec{m}-\vec{n}$，$\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}=\vec{m}+\dfrac{1}{2}\vec{n}$

联立两式解得 $\vec{m}=\dfrac{3}{7}\vec{a}+\dfrac{6}{7}\vec{b}$，$\vec{n}=-\dfrac{6}{7}\vec{a}+\dfrac{2}{7}\vec{b}$

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=-\vec{m}+\vec{n}=-\dfrac{9}{7}\vec{a}-\dfrac{4}{7}\vec{b}$ …………6 分

(2) $\begin{cases}|\vec{a}|^2=|\dfrac{1}{3}\vec{m}-\vec{n}|^2=3\\|\vec{b}|^2=|\vec{m}+\dfrac{1}{2}\vec{n}|^2=13\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{9}\vec{m}^2+\vec{n}^2-\dfrac{2}{3}\vec{m}\cdot\vec{n}=3\\\vec{m}^2+\dfrac{1}{4}\vec{n}^2+\vec{m}\cdot\vec{n}=13\end{cases}$

由 $\vec{m}\cdot\vec{n}=|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|$

代入上式 $\begin{cases}\dfrac{1}{9}|\vec{m}|^2+|\vec{n}|^2-\dfrac{1}{3}|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|=3 & ①\\|\vec{m}|^2+\dfrac{1}{4}|\vec{n}|^2+\dfrac{1}{2}|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|=13 & ②\end{cases}$

由①×13−②×3=0 得 $8|\vec{m}|^2-63|\vec{n}|^2+30|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|=0$

即 $(2|\vec{m}|-3|\vec{n}|)(4|\vec{m}|+21|\vec{n}|)=0$，$\therefore \dfrac{|\vec{m}|}{|\vec{n}|}=\dfrac{3}{2}$，即 $\dfrac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AD}|}=\dfrac{3}{2}$ …………12 分

22.（12 分）

解：(1) 设平面 $A_1MN\cap$ 平面 $BB_1C_1C=l$ $\therefore N\in l$，

$\because$ 平面 ADD_1A_1 // 平面 BCC_1B_1，$\therefore A_1M//l$

设 $l\cap C_1B_1=Q'$，$\therefore NQ'//A_1M$，NQ' // 平面 A_1MP，

$\therefore NQ'\subset\alpha$（否则由平面 α// 平面 A_1MP，知 $NQ'//\alpha$，这与 $N\in\alpha$ 矛盾）

$\therefore Q'$ 即为点 Q

又$\because NQ//A_1M$，$\therefore \angle A_1MA=\angle NQB_1$

$\therefore \tan\angle NQB_1=\tan\angle A_1MA=\dfrac{AA_1}{AM}=2$，$\therefore B_1Q=\dfrac{1}{2}B_1N=\dfrac{1}{2}$ ……….6 分

（2）$\because P$ 为 D_1C_1 中点，$\therefore \Delta A_1PQ$ 的面积 $S_{\Delta A_1PQ}$ 是直角梯形 $A_1D_1C_1Q$ 的一半

$S_{\Delta A_1PQ}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}(A_1D_1+C_1Q)\cdot D_1C_1=\dfrac{9}{2}$

$\because NQ//A_1M$，$\therefore V_{N-A_1MP}=V_{Q-A_1MP}=V_{M-A_1QP}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta A_1QP}\cdot AA_1=3$ …………12 分