

# 高三数学

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

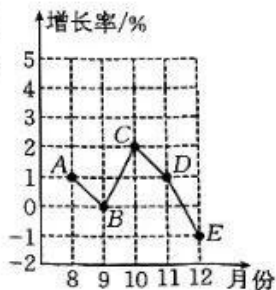
1. 设  $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $A = \{0, 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 = 4\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$   
A.  $\{-1, 1, 3\}$       B.  $\{-2, -1, 0, 1, 3\}$       C.  $\{-2, -1, 1, 3\}$       D.  $\{-1, 0, 1, 3\}$
2. 复数  $z = (1 + 9i)(8 + 5i)$  在复平面内对应的点位于  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
3. 已知点  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点,点  $P(4, m)$  在抛物线  $C$  上,且  $|PF| = 6$ , 则  $p =$   
A. 2      B. 4      C. 6      D. 8
4.  $(2x - \frac{1}{x})^n$  展开式中的常数项为  
A.  $\frac{1}{60}$       B. 60      C. 120      D. -120
5. 若正整数  $a$  的所有真因数(即不是自身的因数)之和等于  $b$ , 正整数  $b$  的所有真因数之和等于  $a$ , 则称  $a$  和  $b$  是一对“亲和数”。约两千五百年前, 古希腊数学家毕达哥拉斯发现第一对亲和数: 284 和 220。220 的所有真因数为 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110; 284 的所有真因数为 1, 2, 4, 71, 142。若分别从 284 和 220 的所有真因数中各随机抽取一个数, 则取出的两个数的和为奇数的概率是  
A.  $\frac{12}{55}$       B.  $\frac{14}{55}$       C.  $\frac{26}{55}$       D.  $\frac{29}{55}$
6. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左焦点为  $F$ ,  $P$  是  $C$  上一点,  $M(3, 1)$ , 则  $|PM| + |PF|$  的最大值为  
A. 7      B. 8      C. 9      D. 11
7. “打水漂”是一种游戏, 通过一定方式投掷石片, 使石片在水面上实现多次弹跳, 弹跳次数越多越好。小赵同学在玩“打水漂”游戏时, 将一石片按一定方式投掷出去, 石片第一次接触水面时的速度为 20 m/s, 然后石片在水面上继续进行多次弹跳。不考虑其他因素, 假设石片每一次接触水面时的速度均为上一次的 85%, 若石片接触水面时的速度低于 6 m/s, 石片就不再弹跳, 沉入水底, 则小赵同学这次“打水漂”石片的弹跳次数为(参考数据:  $\lg 2 \approx 0.3$ ,  $\lg 3 \approx 0.48$ ,  $\lg 17 \approx 1.23$ )  
A. 6      B. 7      C. 8      D. 9
8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \ln \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2, \\ 2f(x-2), & x > 2, \end{cases}$  则方程  $3[f(x)]^2 + 8f(x) + 4 = 0$  在区间  $(0, 10]$  上的实

根个数为

- A. 8                      B. 10                      C. 16                      D. 18

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 据某地统计局发布的数据,现将 8 月份至 12 月份当地的人均月收入增长率数据制成如图所示的折线图,已知 8 月份当地的人均月收入为 2000 元,现给出如下信息,其中不正确的信息为



- A. 9 月份当地人均月收入为 1980 元  
B. 10 月份当地人均月收入为 2040 元  
C. 11 月份当地人均月收入与 8 月份相同  
D. 这四个月中,当地 12 月份人均月收入最低

10. 为了得到函数  $y = \sin(4x - \frac{\pi}{3})$  的图象,只需将函数  $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$  的图象

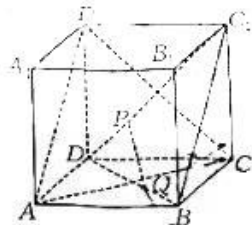
- A. 所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{4}$ ,纵坐标不变,再把得到的图象向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度  
B. 所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{4}$ ,纵坐标不变,再把得到的图象向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度  
C. 向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位长度,再把得到的图象上所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{4}$ ,纵坐标不变  
D. 向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位长度,再把得到的图象上所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{4}$ ,纵坐标不变

11. 若  $a = \log_2 3 + \log_3 2$ ,  $b = \log_3 4 + \log_4 3$ ,  $c = \log_4 5 + \log_5 4$ ,  $d = \frac{13}{6}$ , 则

- A.  $a > d > b$                       B.  $d > a > c$                       C.  $a > c > b$                       D.  $a > d > c$

12. 如图,正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2,动点  $P, Q$  分别在线段  $C_1D, AC$  上,则

- A. 异面直线  $D_1C$  和  $BC_1$  所成的角为  $\frac{\pi}{4}$   
B. 点  $A$  到平面  $BC_1D$  的距离为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
C. 若  $P, Q$  分别为线段  $C_1D, AC$  的中点,则  $PQ \parallel$  平面  $ABC_1D_1$   
D. 线段  $PQ$  长度的最小值为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

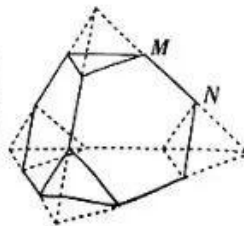
13. 已知向量  $a = (3, -1)$ ,  $b = (1, \lambda)$ ,若  $|a - b|^2 = |a|^2 + |b|^2$ ,则  $\lambda = \underline{\quad \Delta \quad}$ .

14. 已知直线  $4x + 3y + 2m = 0$  与圆  $C: (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$  相交,则整数  $m$  的一个取值可能是  $\underline{\quad \Delta \quad}$ .

15. 用总长 11 m 的钢条制作一个长方体容器的框架,若所制容器底面一边的长比另一边的长多 1,则最大容积为  $\underline{\quad \Delta \quad} \text{ m}^3$ ;此时容器的高为  $\underline{\quad \Delta \quad} \text{ m}$ .

(本题第一空 3 分,第二空 2 分)

16. 半正多面体亦称“阿基米德体”“阿基米德多面体”,是以边数不全相同的正多边形为面的多面体.某半正多面体由 4 个正三角形和 4 个正六边形构成,其可由正四面体切割而成,如图所示.已知  $MN = 1$ ,若在该半正多面体内放一个球,则该球表面积的最大值为  $\underline{\quad \Delta \quad}$ .



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

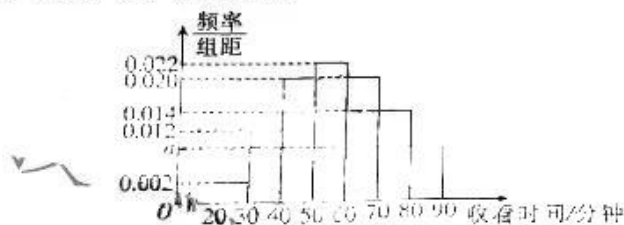
17. (10 分)

在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,已知  $a=4, b=5\sqrt{2}, C=45^\circ$ .

- (1)求  $c$ ;
- (2)求  $\sin 2A$ .

18. (12 分)

某地博物馆为了解该地区电视观众对考古知识的兴趣情况,随机抽取了 200 名观看过《回望 2022 ——国内国际十大考古新闻》的观众进行调查.下图是根据调查结果绘制的 200 名观众收看该节目时间的频率分布直方图.



将收看该节目时间不低于 80 分钟的观众称为“考古爱好者”.将上述调查所得到的频率视为概率.

- (1)求出  $a$  的值,并估计该地区的观众收看《回望 2022 ——国内国际十大考古新闻》的平均时间(同一组数据用该区间的中点值作代表);
- (2)现在从该地区大量电视观众中,采用随机抽样的方法抽取 10 名观众,记被抽取的 10 名观众中的“考古爱好者”人数为  $X$ ,求  $X$  的数学期望;
- (3)按是否为“考古爱好者”用分层抽样的方法从这 200 名观众中抽取 10 名观众,再从抽取的 10 名观众中随机抽取 3 名, $Y$  表示抽取的观众中是“考古爱好者”的人数,求  $Y$  的分布列.

19. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n, a_1=2, S_n=a_{n+1}+1$ .

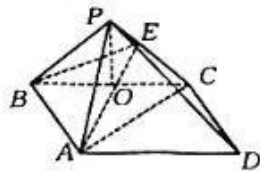
- (1)求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2)若  $b_n=na_n$ ,求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. (12分)

如图,四棱锥  $P-ABCD$  的底面是边长为 2 的菱形,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $PB=PC$ ,  $O$  为  $BC$  的中点,  $OP \perp AC$ .

(1)证明:平面  $PBC \perp$  平面  $ABCD$ .

(2)若  $\vec{CE}=2\vec{EP}$ , 且二面角  $E-AB-D$  的大小为  $60^\circ$ , 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积.



21. (10分)

已知双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右顶点为  $A(2, 0)$ , 直线  $l$  过点  $P(4, 0)$ , 当直线  $l$  与

双曲线  $E$  有且仅有一个公共点时, 点  $A$  到直线  $l$  的距离为  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

(1)求双曲线  $E$  的标准方程;

(2)若直线  $l$  与双曲线  $E$  交于  $M, N$  两点, 且  $x$  轴上存在一点  $Q(t, 0)$ , 使得  $\angle MQP = \angle NQP$  恒成立, 求  $t$ .

22. (12分)

已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x) = e^{1-x} + a(1-x)$  在  $(0, +\infty)$  上的最小值为 1.

(1)求实数  $a$  的值;

(2)若方程  $f(x) = t$  有两个不同的实数根  $x_1, x_2$ , 证明:  $x_1 + x_2 > 2$ .



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线