广东省新高考普通高中学科综合素养评价高三年级期末考

数学参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	D	B	D	C	A	B

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

题号	9	10	11	12
答案	BCD	BD	BC	CD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 92　　14. $(x+3)^2+(y-2)^2=1$　　15. 6　　16. 4.85

详细解答

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1【答案】C

解：$\because A=\{x||x|<2\}=\{x|-2<x<2\}$，集合$B=\{x|a-2x>0\}=\{x|x<\frac{a}{2}\}$，

因为$A\cap B=\{x|-2<x<1\}$，所以$\frac{a}{2}=1$，解得$a=2$．故选 C．

2【答案】D

解：$\because z_1=1+2\mathrm{i}$，$z_2=2-\mathrm{i}$，$\therefore$复数$z_3=3+\frac{z_1}{z_2}=3+\frac{1+2\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=3+\frac{(1+2\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}{4-\mathrm{i}^2}=3+\frac{5\mathrm{i}}{5}=3+\mathrm{i}$，

又z_3，z_4在复平面内的对应点关于虚轴对称，$\therefore z_4=-3+\mathrm{i}$．故选 D．

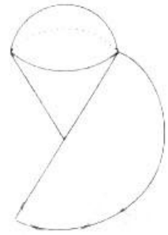
3【答案】D

解：$\because \vec{a}=(1,-1)$，$\therefore |\vec{a}|=\sqrt{2}$，$\because |\vec{b}|=1$，$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{2}$，

$\therefore (\vec{a}+2\vec{b})^2=\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4=2$，$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，

$\therefore \vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=2-2=0$，$\therefore$向量$\vec{a}$与向量$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{2}$，故选 D．

4【答案】B



解：设半球的半径为R，圆锥母线长为l，由 $2\pi R=\pi\times 6$ 得$R=3$，

所以这款冰激凌的体积为：

$V=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi R^3+\frac{1}{3}\times(\pi R^2)\times\sqrt{l^2-R^2}=\frac{2}{3}\pi\times 3^3+\frac{1}{3}\pi\times 3^2\times\sqrt{6^2-3^2}=18\pi+9\sqrt{3}\pi$.

故选 B.

5【答案】D

解：因为 $\cos138^\circ<0$，$\sin138^\circ>0$，得到点P在第四象限，即α为第四象限角，

$\therefore \tan\alpha=\frac{\cos138^\circ}{\sin138^\circ}=\frac{\cos(90^\circ+48^\circ)}{\sin(90^\circ+48^\circ)}=\frac{-\sin48^\circ}{\cos48^\circ}=\frac{\sin(-48^\circ)}{\cos(-48^\circ)}=\tan(-48^\circ)$，

所以$\alpha=-48^\circ+k\cdot360^\circ$，$k\in Z$，

所以 $\tan(\alpha+18^\circ)=\tan(-48^\circ+k\cdot360^\circ+18^\circ)=\tan(-30^\circ)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$. 故选 D.

6【答案】C

解：$\because a_n>0$，且$na_{n+1}^2-a_na_{n+1}-(n+1)a_n^2=0$，$\therefore (a_{n-1}+a_n)[na_{n+1}-(n+1)a_n]=0$，

$\therefore na_{n+1}=(n+1)a_n$，$\therefore \frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{n}$，

又$\because a_1=1$，$\therefore a_{20}=\frac{a_{20}}{a_{19}}\times\frac{a_{19}}{a_{18}}\times\cdots\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_2}{a_1}\times a_1=\frac{20}{19}\times\frac{19}{18}\times\cdots\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{1}\times 1=20$. 故选 C.

7【答案】A

解：$\because (x-2y-1)^5=[(x-1)-2y]^5$的展开式中含$y^2$的项为$C_5^2(x-1)^3(-2y)^2$，

$(x-1)^3$的展开式中含x^2的项为$C_3^1\cdot x^2\cdot(-1)^1$，

$\therefore (x-2y-1)^5$的展开式中含x^2y^2的项的系数为$C_5^2(-2)^2\cdot C_3^1\cdot(-1)^1=-120$. 故选 A.

8【答案】B

解：$\because f(-x)=x\sin x+\cos x+\frac{1}{2}x^2=f(x)$，$\therefore$函数$f(x)$为偶函数，

又$f'(x)=\sin x+x\cos x-\sin x+x=x(\cos x+1)$，当$x>0$时，$f'(x)\geq 0$，$f(x)$单调递增，

又函数$f(x)$为偶函数，$\therefore a=f\left(\log_{\frac{1}{2}}e\right)=f(-\log_2 e)=f(\log_2 e)$，

$\because 0<\sin\frac{1}{2}<\frac{1}{2}$，$\log_2 e>1$，$\ln3>1$，

且$\log_2 e-\ln3=\frac{1}{\ln2}-\ln3=\frac{1-\ln2\cdot\ln3}{\ln2}>\frac{1-(\frac{\ln2+\ln3}{2})^2}{\ln2}=\frac{1-(\frac{\ln6}{2})^2}{\ln2}>\frac{1-(\frac{\ln e^2}{2})^2}{\ln2}=0$，

$\therefore \log_2 e>\ln3>\sin\frac{1}{2}>0$，$\therefore f(\log_2 e)>f(\ln3)>f(\sin\frac{1}{2})$，即$a>c>b$. 故选 B.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9【答案】BCD

解：对于 A，$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}}=12$，故 A 错误；

对于 B，由题意，$f'(x)=2\cos\frac{\pi}{6}x\cdot(\frac{\pi}{6}x)'=\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}x$，$\therefore f'(18)=\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{6}\times 18\right)=-\frac{\pi}{3}$，故 B 正确．

对于 C，由于该船进出港时，水深应不小于 $4+2=6(\mathrm{m})$，$\therefore$当 $y\geq 6$ 时，货船就可以进港，即 $2\sin\frac{\pi}{6}x+5\geq 6$，

$\therefore \sin\frac{\pi}{6}x\geq\frac{1}{2}$，得 $\frac{\pi}{6}+2k\pi\leq\frac{\pi}{6}x\leq\frac{5\pi}{6}+2k\pi(k\in Z)$，即 $1+12k\leq x\leq 5+12k(k\in Z)$，

又 $0\leq x\leq 24$，$\therefore 1\leq x\leq 5$ 或 $13\leq x\leq 17$．即该船一天之内在港口内待的时间段为 1 时到 5 时和 13 时到 17 时，停留的总时间为 8 小时，故 C 正确，D 正确．

故选：BCD．

10【答案】BD

解：对于 A，已知 $\alpha\perp AE$，若 $BB_1//\alpha$，则需 $BB_1\perp AE$，当 E 与 C 重合时 $BB_1\perp AE$，

故 $BB_1//\alpha$ 可能成立，故 A 错误；

对于 B，已知 $AE\perp\alpha$，若 $CD\perp\alpha$ 成立，则需 $AE//CD$，不合题意，故 B 正确，

对于 C，当 E 为 CC_1 的中点时，在 $\triangle A_1BE$ 中，$A_1E=\sqrt{3}$，$BE=\sqrt{2}$，$A_1B=\sqrt{5}$，满足勾股定理，

则 $\triangle A_1BE$ 为直角三角形，故 C 错误；

对于 D，三棱锥 B_1-A_1BE 的体积为 $V_{B_1-A_1BE}=V_{A_1-B_1BE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times 2\times 1=\frac{1}{3}$，

正四棱柱的体积为 $V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}=2$，则三棱锥 B_1-A_1BE 的体积是正四棱柱体积的 $\frac{1}{6}$，故 D 正确．

故选 BD．

11【答案】BC

解：对于 A，$\because f(x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称，$\therefore f(-x)=f(2+x)$，

又函数 $f(x)$ 为奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$，$\therefore f(x+2)=-f(x)$，

$\therefore f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，$\therefore f(x+4)=f(x)$，$\therefore$函数 $f(x)$ 的周期为 4，故 A 错误；

对于 B，$\because f(2023)=f(505\times 4+3)=f(3)=f(-1)=-f(1)=-1$，故 B 正确；

对于 C，$\because f(x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称，$\therefore f(x+1)$ 的图象关于 $x=0$ 对称，$\therefore f(x+1)$ 是偶函数，故 C 正确；

对于 D，当 $x\in(0,1]$ 时，$f(x)=(\frac{1}{3})^{1-x}=3^{x-1}\in(\frac{1}{3},1]$，

$\because f(x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称，$\therefore$当 $x\in[1,2)$ 时，$f(x)\in(\frac{1}{3},1]$，

又函数 $f(x)$ 为奇函数，则当 $x\in[-1,0)$ 时，$f(x)\in[-1,-\frac{1}{3})$，

当$x\in(-2,-1]$时，$f(x)\in[-1,-\frac{1}{3})$，

又$f(0)=0$，$f(2)=f(0)=f(-2)=0$，

综上可得，$f(x)$的值域为$[-1,-\frac{1}{3})\cup\{0\}\cup(\frac{1}{3},1]$，故 D 错误.

故选 BC.

12【答案】CD

解：对于 A，由抛物线的定义易得，点P的坐标为$(4,4)$或$(-4,4)$，则 A 错误；

对于 B，联立直线与抛物线方程$\begin{cases}x^2=4y\\y=x-1\end{cases}$，消去$y$得$x^2-4x+4=0$，得$\Delta=0$，

所以直线$y=x-1$与抛物线相切，故 B 错误；

对于 C，∵直线$y=x-1$与C相切，又直线$y=x-1$与直线$y=x-2$平行，

∴两平行直线间的距离即P到直线$y=x-2$的最小距离，所求距离为：$\frac{|-1+2|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故 C 正确；

对于 D，抛物线$x^2=4y$焦点为$F(0,1)$，易知直线PQ的斜率存在，

设直线PQ方程为$y=kx+1$，不妨设$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases}y=kx+1\\x^2=4y\end{cases}$，得$x^2-4kx-4=0$，则$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4$，

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1+1)(kx_2+1)=(1+k^2)x_1x_2+k(x_1+x_2)+1=-4(1+k^2)+4k^2+1=-3$，故 D 正确.

故选 CD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13【答案】92

解：由频率分布直方图知$0.035+0.020+0.014+0.004+0.002=0.075$，

由$10\times(0.075+a)=1$得$a=0.025$，

$0.02+0.04+0.14+0.2+0.35=0.75$，

设该次体能测试成绩的 80%分位数约为x，则由$(x-90)\times0.025=0.05$，

得$(x-90)\times25=50$，∴$x=92$．故答案为：92.

14【答案】$(x+3)^2+(y-2)^2=1$

解：根据对称性，两条反射光线的方程分别为$l'_1:4x+3y+1=0$ 和$l'_2:3x+4y+6=0$.

依题意有$\begin{cases}\frac{|4a+3b+1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=1\\\frac{|3a+4b+6|}{\sqrt{4^2+3^2}}=1\end{cases}$，且圆在$x$轴上方，∴$a=-3,b=2$，∴所求圆的方程为$(x+3)^2+(y-2)^2=1$.

故答案为：$(x+3)^2+(y-2)^2=1$.

15【答案】6

解：$f(1)=1$，则切点为$(1,1)$，又$f'(x)=1-\frac{3}{x}$，切线斜率为$f'(1)=-2$，

切线方程为$y=-2x+3$，又点(a,b)在切线上，$2a+b=3$，

则$\frac{8a+b}{ab}=\frac{8}{b}+\frac{1}{a}=\frac{1}{3}(\frac{8}{b}+\frac{1}{a})(2a+b)=\frac{1}{3}(10+\frac{16a}{b}+\frac{b}{a})\geq 6$，当且仅当$\frac{16a}{b}=\frac{b}{a}$，即$a=\frac{1}{2}$，$b=2$时等号成立.

故答案为：6.

16【答案】4.85

解：记事件 B：选取的产品为次品，

记事件A_1：此件次品来自甲生产线，

记事件A_2：此件次品来自乙生产线，

记事件A_3：此件次品来自丙生产线，

由题意可得 $P(A_1)=\frac{5}{20}=0.25$，$P(A_2)=\frac{7}{20}=0.35$，$P(A_3)=\frac{8}{20}=0.4$，$P(B|A_1)=0.06$，$P(B|A_2)=0.05$，$P(B|A_3)=0.04$，

由全概率公式可得

$P(B)=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)=0.25\times0.06+0.35\times0.05+0.4\times0.04=0.0485$，

从这三条生产线中任意选取1件产品为次品的概率为0.0485，任意选取100件产品，

设次品数为 X，则 $X\sim B(100，0.0485)$，即 $E(X)=100\times0.0485=4.85$.

故答案为：4.85.

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17 解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，$\because$等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_5=5$，$S_8=36$，

$\therefore\begin{cases}a_1+4d=5\\8a_1+\frac{8\times7}{2}d=36\end{cases}$，解得$a_1=1$，$d=1$，……2分

$\therefore a_n=1+(n-1)\times1=n$．……3分

$\because a_n=\log_3(b_n)$，$\therefore n=\log_3(b_n)$，$\therefore b_n=3^n$．……4分

(2) $\because\frac{1}{a_na_{n+2}}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$，

$\therefore T_{20}=\left(\frac{1}{a_1a_3}+\frac{1}{a_3a_5}+\ldots+\frac{1}{a_{19}a_{21}}\right)+(a_2b_1+a_4b_2+\ldots+a_{20}b_{10})$

$=\frac{1}{2}[\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{21}\right)]+(2\times3+4\times3^2+\ldots+20\times3^{10})$，……6分

$\because\frac{1}{2}[\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{21}\right)]=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{21}\right)=\frac{10}{21}$．……7分

令 $R=2\times3+4\times3^2+\ldots+20\times3^{10}$①，

则 $3R=2\times3^2+4\times3^3+\ldots+20\times3^{11}$②，

① − ②得：$-2R=2\times3+2(3^2+3^3+\ldots+3^{10})-20\times3^{11}$

$$=2\times\frac{3(1-3^{10})}{1-3}-20\times3^{11}=-3+3^{11}-20\times3^{11}=-3-19\times3^{11}，$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。