高三数学考试(理科)

(考试时间:120 分钟　试卷满分:150 分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|-1<x<1\}$,$B=\{x|\frac{x}{x-1}\geqslant 0\}$,则 $A\cap B=$

A. $(-1,0)$　　B. $(-1,0]$

C. $(-1,0)\cup\{1\}$　　D. $(-1,0]\cup\{1\}$

2. 若复数 z 是方程 $x^2-4x+5=0$ 的一个根,则 $|z|=$

A. 2　　B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

3. 函数 $f(x)=\sin\frac{x}{4}+\sqrt{3}\cos\frac{x}{4}-1$ 的最小正周期和最小值分别是

A. $\frac{\pi}{2}$ 和 -3　　B. $\frac{\pi}{2}$ 和 -2

C. 8π 和 -2　　D. 8π 和 -3

4. 在某次数学测验中,某校学生的成绩服从正态分布 $N(110,\sigma^2)$,则下列结论中不正确的是

A. 这次测试的平均成绩为 110

B. σ 越小,测试成绩在(100,120)内的概率越大

C. 测试成绩小于 100 分和大于 120 分的概率相等

D. 测试成绩大于 110 分的概率大于 0.5

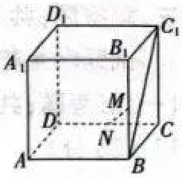
5. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x\leqslant 2, \\ x+y\geqslant 0, \\ x-y+1\geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=2x+y-1$ 的最大值是

A. 9　　B. 6　　C. 2　　D. -1

6. 函数 $f(x)=x^2(ax+b)$ 在 $x=1$ 处取得极小值 -1,则 $f'(-1)=$

A. -12　　B. 12　　C. -6　　D. 6

7. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N 分别为 BB_1，CD 的中点，则异面直线 MN 和 BC_1 所成角的余弦值为



A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

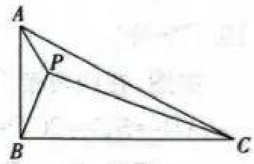
8. 已知 $a=(\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}$，$b=\sin 1$，$c=\log_5 2$，则

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

9. 五一劳动节前夕，4 位同学各自在周六、周日两天中等可能地任选一天参加公益活动，且周六、周日都有同学参加公益活动，则周六恰有 2 位同学参加公益活动的概率为

A. $\frac{3}{7}$　　B. $\frac{3}{14}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{14}$

10. 某园区有一块三角形空地（图中 $\triangle ABC$），其中 $AB=10\sqrt{3}$ m，$BC=40$ m，$\angle ABC=\frac{\pi}{2}$，现计划在该空地上划分三个区域种植不同的花卉，若要求 $\angle APB=\frac{2\pi}{3}$，则 CP 的最小值为



A. $(10\sqrt{19}-10)$m　　B. $(10\sqrt{21}-10)$m

C. 25 m　　D. 30 m

11. 已知 F_1，F_2 分别是双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 过 F_1，交 C 的右支于点 B，交 y 轴于点 A，且 $\angle BAF_2=\angle ABF_2$，则 C 的离心率为

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，且 $g(x)=2f(x+1)-2$，$2f(x)+g(x-3)=2$. 若 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，且 $f(1)=3$，现有四个结论：①$g(0)=4$；②4 为 $g(x)$ 的周期；③$g(x)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称；④$g(3)=0$. 其中正确结论的编号为

A. ②③④　　B. ①③④

C. ①②④　　D. ①②③④

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,-2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,0)$，若 $(\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$，则 $m=$ ____▲____.

14. 已知抛物线 C：$y^2=4x$ 的顶点为 O，经过点 A，且 F 为抛物线 C 的焦点，若 $|AF|=3|OF|$，则 $\triangle OAF$ 的面积为 ____▲____.

15. 已知函数 $f(x)=\tan(4x+\varphi)(-\frac{\pi}{2}<\varphi<0)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{24},0)$ 对称，则 $f(\frac{\pi}{16})=$ ____▲____.

16. 在四面体 $ABCD$ 中，$AB\perp BC$，$AB\perp AD$，向量 $\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，若 $AB=4$，$BC=AD=3$，则该四面体外接球的表面积为 ____▲____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知数列$\{a_n\}$为等比数列，其前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=2^{n+1}+m(m\in\mathbf{R})$.

(1)求 m 的值及$\{a_n\}$的通项公式；

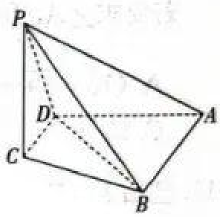
(2)设 $b_n=a_nS_n$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PCD\perp$平面 $ABCD$，已知底面 $ABCD$ 为梯形，$AB/\!/CD$，$AB=BD=2CD=2$，$\angle BDC=60°$.

(1)证明：$BC\perp PD$.

(2)若 $PC\perp$平面 $ABCD$，$PC=\sqrt{3}$，求二面角 $A-PD-C$ 的正弦值.



19.（12 分）

推进垃圾分类处理是落实绿色发展理念的必然选择. 某社区开展有关垃圾分类的知识测试. 已知测试中有 A，B 两组题，每组都有 4 道题目，甲对 A 组其中 3 道题有思路，1 道题完全没有思路. 有思路的题目每道题做对的概率为$\frac{2}{3}$，没有思路的题目，只好任意猜一个答案，猜对的概率为$\frac{1}{4}$. 甲对 B 组每道题做对的概率为 0.6，甲可以选择从 A 组中任选 2 道题或从 B 组中任选 2 道题.

(1)若甲选择从 A 组中任选 2 道题，设 X 表示甲答对题目的个数，求 X 的分布列和期望；

(2)以答对题目数量的期望为依据，判断甲应该选择哪组题答题.

20.(12分)

已知M,N分别为椭圆E:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点,$F$为其右焦点,$|FM|=3|FN|$,且点$P(1,\frac{3}{2})$在椭圆$E$上.

(1)求椭圆E的标准方程;

(2)若过F的直线l与椭圆E交于A,B两点,且l与以MN为直径的圆交于C,D两点,证明:$\frac{12}{|AB|}+\frac{|CD|^2}{4}$为定值.

21.(12分)

已知函数$f(x)=\frac{e^x}{x}+\ln x$.

(1)求曲线$y=f(x)$在$x=1$处的切线方程;

(2)写出一个适当的正整数a,使得$f(x)>(2a+1)\ln x+\frac{1}{x}$恒成立,并证明.

(注:$\ln 2\approx0.7$)

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系xOy中,直线l的方程为$x+y=5$,圆M以$(3,0)$为圆心且与l相切.以坐标原点为极点,x轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求圆M的极坐标方程;

(2)若射线$\theta=\alpha(0<\alpha<\frac{\pi}{2},\rho>0)$与圆$M$交于$A$,$B$两点,且$\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}=\frac{4\sqrt{2}}{7}$,求直线$AB$的直角坐标方程.

23.[选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数$f(x)=|2x-1|+|2x+2|$的最小值为M.

(1)解关于x的不等式$f(x)<M+|2x+2|$;

(2)若正数a,b满足$a^2+2b^2=M$,求$2a+b$的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。