哈尔滨师大附中
东北师大附中
辽宁省实验中学

2023年高三第二次联合模拟考试

数 学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷(选择题共60分)

一、选择题(本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求的)

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x|x^2-x+m=0\}$,若 $A\cap B=\{2\}$,则 $B=$

A. $\{2,1\}$　　B. $\{2,4\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{2,-1\}$

2. 已知复数 z 满足 $|z|+z=2+4i$,则 $z=$

A. $3+4i$　　B. $3-4i$　　C. $-3+4i$　　D. $-3-4i$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$, $\boldsymbol{b}=(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$,则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$

A. 3　　B. $\sqrt{3}$　　C. 1　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

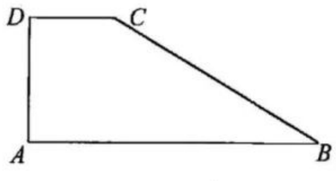
4. 有7名运动员(5男2女)参加 A、B、C 三个集训营集训,其中 A 集训营安排5人,B 集训营与 C 集训营各安排1人,且两名女运动员不在同一个集训营,则不同的安排方案种数为

A. 18　　B. 22　　C. 30　　D. 36

5. 两条直线 $y=kx(k>0)$ 和 $y=-2kx$ 分别与抛物线 $y^2=4x$ 交于异于原点的 A、B 两点,且直线 AB 过点 $(1,0)$,则 $k=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

6. 如图,直角梯形 $ABCD$ 中,$AB=3CD$,$\angle ABC=30°$,$BC=4$,梯形 $ABCD$ 绕 AD 所在直线旋转一周,所得几何体的外接球的表面积为



A. $\frac{112\pi}{3}$　　B. 48π　　C. 128π　　D. 208π

7. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$,且在 $[0,1]$ 上单调递减,若方程 $f(x)+1=0$ 在 $[0,1)$ 有实数根,则方程 $f(x)=1$ 在区间 $[-1,11)$ 上所有实数根之和是

A. 6　　B. 12　　C. 30　　D. 56

8. 已知三个互异的正数 a,b,c 满足 $c=2\ln\frac{c}{a}+a$, $b=\log_{\sqrt{5}}(2^a+1)$,则关于 a,b,c 下列判断正确的是

A. $a<b<c$　　B. $a>b>c$　　C. $|a-c|<|b-2|$　　D. $|a-c|>|b-2|$

二、选择题(本大题共4小题,每小题5分,共20分,在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分)

9. 函数$f(x)=|\sin x|+\cos x$,则下列说法正确的是

A. $f(x)$为偶函数　　B. $f(x)$的最小正周期是π

C. $f(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$单调递增　　D. $f(x)$的最小值为-1

10. 金枪鱼因为肉质柔嫩鲜美、营养丰富深受现代人喜爱,常被制作成罐头食用.但当这种鱼罐头中的汞含量超过1.0 mg/kg时,食用它就会对人体产生危害.某工厂现有甲、乙两条金枪鱼罐头生产线,现从甲、乙两条生产线中各随机选出10盒罐头并检验其汞含量(单位为mg/kg),其中甲生产线数据统计如下:0.07,0.24,0.39,0.54,0.61,0.66,0.73,0.82,0.95,0.99,其方差为$s_1^2=0.08$.乙生产线统计数据的均值为$\bar{x}_2=0.4$,方差为$s_2^2=0.11$,下列说法正确的是

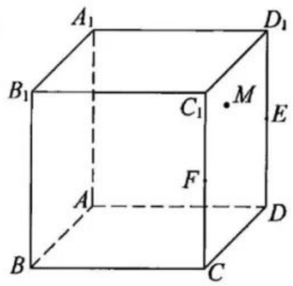
A. 甲生产线的金枪鱼罐头汞含量数值样本的上四分位数是0.82

B. 甲生产线的金枪鱼罐头汞含量数值样本的上四分位数是0.775

C. 由样本估计总体,甲生产线生产的金枪鱼罐头汞含量平均值高于两条生产线生产的金枪鱼罐头汞含量平均值

D. 由样本估计总体,甲生产线生产的金枪鱼罐头汞含量数值较两条生产线生产的金枪鱼罐头汞含量数值更稳定

11. 已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为$\sqrt{3}$,点E,F是棱DD_1,CC_1的中点,点M是侧面CDD_1C_1内运动(包含边界),且AM与面CDD_1C_1所成角的正切值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,下列说法正确的是



A. MC_1的最小值为$\sqrt{6}-2$

B. 存在点M,使得$AM\perp CE$

C. 存在点M,使得$AM//$平面BDF

D. 所有满足条件的动线段AM形成的曲面面积为$\frac{\sqrt{7}}{6}\pi$

12. 已知函数$f(x)=x^m+\frac{1}{x^n}(m,n\in N^*)$,下列结论正确的是

A. 对任意$m,n\in N^*$,函数$f(x)$有且只有两个极值点

B. 存在$m,n\in N^*$,曲线$y=f(x)$有经过原点的切线

C. 对于任意$x_1>0,x_2>0$且$x_1\neq x_2$,均满足$f(\frac{x_1+x_2}{2})<\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

D. 当$x>0$时,$|f(-x)|\leqslant f(x)$恒成立

第Ⅱ卷(非选择题共90分)

三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 大气压强$p=\frac{压力}{受力面积}$,它的单位是“帕斯卡”($Pa,1Pa=1N/m^2$),已知大气压强$p(Pa)$随高度$h(m)$的变化规律是$p=p_0e^{-kh}$,其中p_0是海平面大气压强,$k=0.000126m^{-1}$.当地高山上一处大气压强是海平面处大气压强的$\frac{1}{3}$,则高山上该处的海拔为________米.(答案保留整数,参考数据$\ln 3\approx1.1$)

14. 曲线 $x^2+y^2=|x|+|y|$ 围成的图形的面积是________.

15. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 $F(c,0)$，过点 F 且斜率为 2 的直线与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 M、N 两点，若 P 是线段 MN 的中点，且 $|PF|=\frac{\sqrt{5}}{5}c$，则双曲线的离心率为________.

16. A、B、C、D、E 五个队进行单循环赛（单循环赛制是指所有参赛队在竞赛中均能相遇一次），胜一场得 3 分，负一场得 0 分，平局各得 1 分. 若 A 队 2 胜 2 负，B 队得 8 分，C 队得 9 分，E 队胜了 D 队，则 D 队得分为________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，已知 $bc(1+\cos A)=4a^2$.

（1）证明：$b+c=3a$；

（2）若 $a=2,\cos A=\frac{7}{9}$，角 B 的内角平分线与边 AC 交于点 D，求 BD 的长.

18.（本小题满分 12 分）

调查问卷中常常涉及到个人隐私或本人不愿正面回答的问题，被访人可能拒绝回答，即使回答，也不能期望答案是真实的. 某小区要调查业主对物业工作是否满意的真实情况，现利用“随机化选答抽样”方法制作了具体调查方案，其操作流程如下：在一个箱子里放 3 个红球和 2 个白球，被调查者在摸到球后记住颜色并立即将球放回，如果抽到的是红球，则回答“你的性别是否为男性？”如果抽到的是白球，则回答“你对物业工作现状是否满意？”两个问题均用“是”或“否”回答.

（1）共收取调查问卷 100 份，其中答案为“是”的问卷为 60 份，求一个业主对物业工作表示满意的概率，已知该小区共有业主 500 人，估计该小区业主对物业工作满意的人数；

（2）现为了提高对物业工作满意的业主比例，对小区业主进行随机访谈，请表示不满意的业主在访谈中提出两个有待改进的问题.

（i）若物业对每一个待改进的问题均提出一个相应的解决方案，该方案需要由 5 名业主委员会代表投票决定是否可行. 每位代表投赞同票的概率均为 $\frac{1}{3}$，方案需至少 3 人投赞成票，方能予以通过，并最终解决该问题，求某个问题能够被解决的概率 p_0；

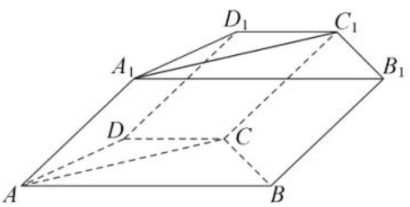
（ii）假设业主所提问题各不相同，每一个问题能够被解决的概率都为 p_0，并且都相互独立. 物业每解决一个问题，业主满意的比例将提高一个百分点. 为了让业主满意的比例提高到 80%，试估计至少要访谈多少位业主？

19.（本小题满分 12 分）

如图，已知斜四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，底面 $ABCD$ 为等腰梯形，$AB\parallel CD$，点 A_1 在底面 $ABCD$ 的射影为 O，且 $AD=BC=CD=AA_1=1,AB=2,A_1O=\frac{1}{2},AA_1\perp BC$.

（1）求证：平面 $ABCD\perp$ 平面 ACC_1A_1；

（2）若 M 为线段 B_1D_1 上一点，且平面 MBC 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$，求直线 A_1M 与平面 MBC 所成角的正弦值.



20.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$，设$m_n=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}(n\in N^*)$，若$\{a_n\}$满足性质$\Omega$：存在常数$c$，使得对于任意两两不等的正整数$i$、$j$、$k$，都有$(i-j)m_k+(j-k)m_i+(k-i)m_j=c$，则称数列$\{a_n\}$为“梦想数列”.

（1）若$b_n=2^n(n\in N^*)$，判断数列$\{b_n\}$是否为“梦想数列”，并说明理由；

（2）若$c_n=2n-1(n\in N^*)$，判断数列$\{c_n\}$是否为“梦想数列”，并说明理由；

（3）判断“梦想数列”$\{a_n\}$是否为等差数列，并说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆$C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$x$ 轴被抛物线$C_2:y=\frac{x^2}{4}-b$截得的线段长与C_1长轴长的比为 2∶3.

（1）求C_1、C_2的方程；

（2）设C_2与y轴的交点为M，过坐标原点O的直线l与C_2相交于点A、B，直线MA、MB分别与C_1相交与D、E.

（i）设直线MD、ME的斜率分别为k_1、k_2，求k_1k_2的值；

（ii）记$\triangle MAB$、$\triangle MDE$的面积分别是S_1、S_2，求$\frac{S_1}{S_2}$的最小值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\ln x-ax-1(a>0)$.

（1）当$a=1$时，求过原点且与$f(x)$相切的直线方程；

（2）若$g(x)=x+e^{ax}\cdot f(x)(a>0)$有两个不同的零点$x_1$、$x_2(0<x_1<x_2)$，不等式$x_1\cdot x_2^2>e^m$恒成立，求实数$m$的取值范围.

三省三校第二次模拟答案

一、单选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	B	C	D	C	D

二、多选题

题号	9	10	11	12
答案	AD	ACD	ACD	BCD

三、填空题：

13、8730　　14、$\pi+2$　　15、$\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　　16、1

8. $c-2\ln c=a-2\ln a$

考虑：$f(x)=x-2\ln x(x>0)$，则 $f'(x)=1-\dfrac{2}{x}=\dfrac{x-2}{x}$

$f(x)$ 在 $(0,2)$ 递减；$f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 递增　　$f(x)_{\min}=f(2)=2(1-\ln 2)>0$

（1）当 $0<a<2,c>2$ 时，$2^a+1=\sqrt{5}^b$

设 $g(x)=(\dfrac{2}{\sqrt{5}})^x+(\dfrac{1}{\sqrt{5}})^x$，是减函数，且 $g(2)=1$

$g(a)=(\dfrac{2}{\sqrt{5}})^a+(\dfrac{1}{\sqrt{5}})^a>g(2)=1\Rightarrow\sqrt{5}^b=2^a+1>\sqrt{5}^a\Rightarrow b>a$

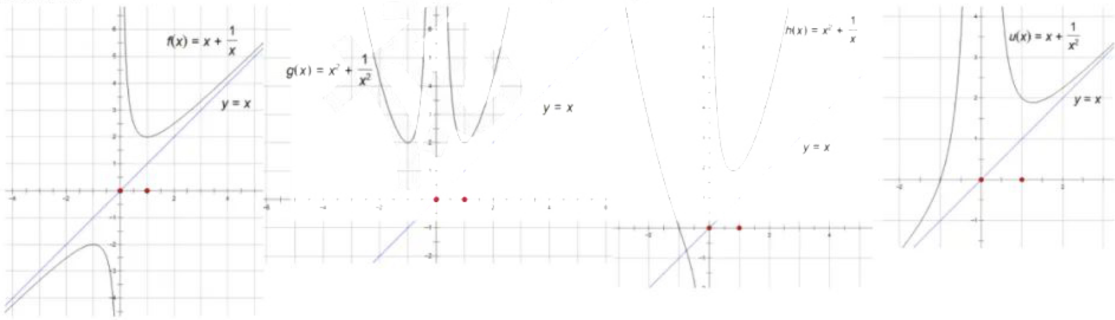
$\sqrt{5}^b=2^a+1<2^2+1=5\Rightarrow b<2$

所以，$c>2>b>a\Rightarrow|a-c|>|b-2|$

（2）当 $0<c<2,a>2$ 时，同理可得：$a>2>b>c\Rightarrow|a-c|>|b-2|$

综上可得：$|a-c|>|b-2|$ 成立.

12. 如图：



（1）在第一象限+都是凹函数（二阶导数大于零）

（2）图二、图三有过原点的切线

（3）极值点的个数是一个或两个

（4）当 m,n 同奇数或同偶数时，$f(x)=|f(-x)|$；当 m,n 是一奇，一偶数时，$f(x)>|f(-x)|$；

15. 设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2),P(x_0,y_0)$

$\begin{cases}\dfrac{x_1^2}{a^2}-\dfrac{y_1^2}{b^2}=0\\\dfrac{x_2^2}{a^2}-\dfrac{y_2^2}{b^2}=0\end{cases}\Rightarrow k_{MN}\cdot k_{OP}=\dfrac{b^2}{a^2}$，则 OP 的方程为 $y=\dfrac{b^2}{2a^2}x$，MN 的方程为：$y=2(x-c)$

$\begin{cases}y=\dfrac{b^2}{2a^2}x\\y=2(x-c)\end{cases}\Rightarrow x_P=\dfrac{4a^2c}{4a^2-b^2}=c+OP\cdot\dfrac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow e=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

16.

	A	B	C	D	E
A	无	负	负	胜	胜
B	胜	无	胜	平局	平局
C	胜	负	无	胜	胜
D	负	平局	负	无	负
E	负	平局	负	胜	无

A 队：2 胜 2 负（无平局）

C 对：3 胜 1 负（无平局）

B 队：2 胜 2 平，则 B 队和 D、E 是平局；B 队胜了 A、C

这样找到了 C 队负的一场，输给 B 队

这样 B、C 结束；A 队赢 D、E

最后，E 胜 D，则 D 的 1 分.

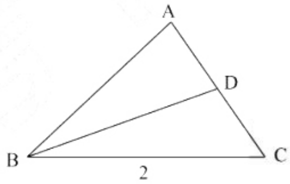
四、解答题

17.（本题满分 10 分）

（1）证明：$bc(1+\cos A)=4a^2 \Rightarrow bc(1+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc})=4a^2$

$(b+c)^2=9a^2$，则 $b+c=3a$ ……………………………………5'

（2）由余弦定理得：



$a^2=b^2+c^2-2b\cos A$，

则 $bc=9$，又 $b+c=3a$，则 $b=c=3$

由角分线可得，$AD=\dfrac{9}{5}$

所以，在 ΔABD 中，由余弦定理得：

$BD^2=AD^2+c^2-2AD\cdot c\cos A$，$BD=\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$ ……………………………………10'

18.（本题满分 12 分）

（1）记：事件 $A=$ “业主对物业工作表示满意”，则

$P(A)\cdot\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{60}{100}\Rightarrow P(A)=\dfrac{3}{4}$

所以，$500\times\dfrac{3}{4}=375$（人） ……………………………………4'

答：该小区业主对物业工作表示满意的人数约为 375 人.

（2）（*i*）$P_0=C_5^3(\dfrac{1}{3})^3\cdot(\dfrac{2}{3})^2+C_5^4(\dfrac{1}{3})^4\cdot\dfrac{2}{3}+C_5^5(\dfrac{1}{3})^5=\dfrac{17}{81}$ ……………………………………8'

（*ii*）设至少要访谈 n 位业主

$n\cdot(1-\dfrac{3}{4})\cdot\dfrac{17}{81}\cdot2\ge(80\%-\dfrac{3}{4})\times100\Rightarrow n\ge\dfrac{810}{17}\approx47.6$

答：至少要访谈 48 为业主. ……………………………………12'

19.（本题满分 12 分）

（1）证明：等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB=2, BC=CD=AD=1$

则，$\angle ABC=60^0$ ……………………………………2'

$\begin{cases} BC\perp AC \\ BC\perp AA_1 \end{cases} \Rightarrow BC\perp$ 平面 A_1ACC_1，$BC\subset$ 平面 $ABCD$，则平面 $ABCD\perp$ 平面 A_1ACC_1，……………4'

（2）建立如图所示空间直角坐标系 $C-xyz$，则

$A(\sqrt{3},0,0), B(0,1,0), O(\frac{\sqrt{3}}{2},0,0)$，$A_1(\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{1}{2}), \overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0)$

$\overrightarrow{B_1D_1}=\overrightarrow{BD}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2},0), \overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{AA_1}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{1}{2}), D_1(0,-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

设 $\overrightarrow{D_1M}=\lambda\overrightarrow{D_1B_1}=(-\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda,\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda,0), M(-\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda,-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\lambda,\frac{1}{2})$ ……………………………6'

设平面 MBC 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$

$\begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{CM} \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}\lambda-(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\lambda)y+\frac{1}{2}z=0 \\ y=0 \end{cases}$，取 $x=1$，则 $\vec{n}=(1,0,-\sqrt{3}\lambda)$ ……………………8'

取平面 $ABCD$ 的法向量 $\vec{m}=(0,0,1)$

$|\cos<\vec{m},\vec{n}>|=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{\sqrt{21}}{7}\Rightarrow 4\lambda^2=1$，则 $\lambda=\frac{1}{2}$

即：$\overrightarrow{A_1M}=(-\frac{3\sqrt{3}}{4},\frac{1}{4},0), \vec{n}=(1,0,-\frac{\sqrt{3}}{2})$ ……………………………………10'

设直线 A_1M 与平面 MBC 所成的角为 θ，则

$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{A_1M},\vec{n}>|=\frac{|\overrightarrow{A_1M}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{A_1M}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{3}{7}\sqrt{3}$

所以，直线 A_1M 与平面 MBC 所成的角正弦值为 $\frac{3\sqrt{3}}{7}$. ……………………………………12'

20.（本题满分 12 分）

（1）$(i-j)m_k+(j-k)m_i+(k-i)m_j=c$

$(j-i)m_k+(i-k)m_j+(k-j)m_i=c$

所以，$c=0$

当$b_n=2^n$时，$m_1=2,m_2=3,m_3=\frac{14}{3}$

$(1-2)\frac{14}{3}+(2-3)\cdot 2+(3-1)\cdot 3=\frac{26}{3}\neq 0$

所以，$\{b_n\}$不是“梦想数列” ……………………………………………4'

（2）$a_i=2i-1,a_j=2j-1,a_k=2k-1$

$(i-j)\frac{k^2}{k}+(j-k)\frac{i^2}{i}+(k-i)\frac{j^2}{j}=0$

所以，$\{c_n\}$不是“梦想数列” ……………………………………………6'

（3）①令$i=1,j=2,k=3$

$(1-2)\frac{a_1+a_2+a_3}{3}+(2-3)\frac{a_1}{1}+(3-1)\frac{a_1+a_2}{2}=0$

所以，$a_1+a_3=2a_2$，即：a_1、a_2、a_3成等差数列 ……………………………………………8'

②令$i=1,j=2,k=n(n\geq 3)$

$(1-2)\frac{S_n}{n}+(2-n)a_1+(n-1)\frac{S_2}{2}=0$

$2S_n+(n^2-3n)a_1-n(n-1)a_2=0$

$2S_{n+1}+(n^2-n-2)a_1-n(n+1)a_2=0$

所以，$2a_{n+1}+2na_1-2a_1-2na_2=0\Rightarrow a_{n+1}=a_1+nd$

所以，$a_n=a_1+(n-1)d(n\geq 4)$，当$n=1,2,3$时也成立.

综上可得，“梦想数列”$\{a_n\}$是等差数列. ……………………………………………12'

21.（本题满分 12 分）

（1）椭圆方程：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$

$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\\ \frac{4\sqrt{b}}{2a}=\frac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=1\\ a=3\end{cases}$，所以，$C_1:\frac{x^2}{9}+y^2=1,C_2:y=\frac{1}{4}x^2-1$ ……………………………………………4'

（2）设直线l的方程为$y=kx$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$\begin{cases}y=kx\\ y=\frac{1}{4}x^2-1\end{cases}\Rightarrow x^2-4kx-4=0$，则$\begin{cases}x_1+x_2=4k\\ x_1\cdot x_2=-4\end{cases}$ ……………………………………………6'

又$k_1=\frac{y_1+1}{x_1}=\frac{x_1}{4},k_1k_2=\frac{x_1x_2}{16}=-\frac{1}{4}$

联立$\begin{cases}y=k_1x-1\\ y=\frac{x^2}{4}-1\end{cases}\Rightarrow x^2-4k_1x=0$，则$x_1=4k_1$，同理：$x_2=4k_2$

联立$\begin{cases}y=k_1x-1\\ x^2+9y^2-9=0\end{cases}\Rightarrow (9k_1^{\ 2}+1)x^2-18k_1x=0$

$x_3=\frac{18k_1}{9k_1^{\ 2}+1}$，同理：$x_4=\frac{18k_2}{9k_2^{\ 2}+1}$ ……………………………………8'

$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{1}{2}|MA||MB|\sin\angle AMB}{\frac{1}{2}|MD||ME|\sin\angle DME}=\frac{4}{81}(9k_1^{\ 2}+1)(9k_2^{\ 2}+1)$ ……………………………………10'

$=\frac{4}{81}(\frac{81}{16}+1+9k_1^{\ 2}+\frac{9}{16k_1^{\ 2}})\ge\frac{169}{324}$，当且仅当$k_1=\pm\frac{1}{2}$时，取等号

所以，$\frac{S_1}{S_2}$的最小值为$\frac{169}{324}$. ……………………………………12'

22.（本题满分12分）

（1）$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$

$f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1}{x}-1$

设切点坐标$(x_0,\ln x_0-x_0+1)$，则切线方程为：$y-(\ln x_0-x_0+1)=(\frac{1}{x_0}-1)(x-x_0)$

把点$(0,0)$带入切线得：$x_0=e^2$

所以，$f(x)$的切线方程为：$y=\frac{1-e^2}{e^2}x$ ……………………………………4'

（2）$g(x)=x+e^{ax}(\ln x-ax-1)$有两个不同零点，则

$x+e^{ax}(\ln x-ax-1)=0\Rightarrow\frac{x}{e^{ax}}+(\ln x-ax)-1=e^{\ln x-ax}+(\ln x-ax)-1=0$ ……………………6'

构造函数$u(x)=e^x+x-1,u'(x)=e^x+1$

$u(x)$为$(-\infty,+\infty)$增函数，且$u(0)=0$

即：$\ln x-ax=0$有两个不等实根

$\begin{cases}ax_1=\ln x_1\\ ax_2=\ln x_2\end{cases}$

令 $\dfrac{\ln x_1}{\ln x_2}=\dfrac{x_1}{x_2}=t,(0<t<1)$，则 $\ln x_1=t\ln x_2,\ln x_1=\ln x_2+\ln t$

$\ln x_1+2\ln x_2=\dfrac{t+2}{t-1}\ln t$ ……………………………………8'

设 $v(x)=\dfrac{x+2}{x-1}\ln x(0<x<1),v'(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}[-3\ln x+\dfrac{x^2+x-2}{x}]$

设 $\phi(x)=-3\ln x+x-\dfrac{2}{x}+1,\phi'(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}$

$\phi(x)$ 在 $(0,1)$ 递增，$\phi(1)=0$，则 $v(x)$ 在 $(0,1)$ 递减，且 $v(1)=0$

所以，$v(x)$ 的最小值 $v(1)$， ……………………………………10'

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x+2)\ln x}{x-1}=((x+2)\ln x)'|_{x=1}=3$

所以，$v(x)$ 的最小值为 3，即：m 的取值范围为 $(-\infty,3]$. ……………………………………12'