

2020 年湖北省高三(4 月)线上调研考试

理科数学试卷

2020.4

本试卷共 5 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 考试过程中,请考生自觉遵守考试纪律等相关规定,诚信应考,不得有作弊、泄露试题等行为。请家长做好监考工作。

2. 请确保网络环境,考试环境良好,备好答题所用的白纸和笔。

3. 登录好分数 APP,点击“作业测试”,进入对应考试科目。“试卷”将根据考试时间准时显示。开考后,考生首先在白纸上手写答题。答题结束后,点击“填写答题卡”,进入到“在线答题卡”。将事先准备好的答案,填写至在线答题卡上(选择题、多选题及判断题,直接在“在线答题卡”上勾选答案;主观题按照要求将手写的答案竖向拍照,并分别上传),然后点击“提交答题卡”完成提交。答题卡上传提交后考试时间内还能继续提交覆盖,为了避免大家都在考试最后快结束的时间上传造成拥堵,建议提前上传。

备注:主观题要确保答案及照片清晰、干净、完整;为留取拍照时间,考试将延长 10 分钟。

4. 此次全省联考是检测复课前线上备考成效的一次重要考试,有利于调整和优化复课后备考策略,请考生和家长高度重视。考试结束后,考试组织方将为所有考生免费提供《考试成绩和学情分析报告》。请考生或家长及时扫描右方二维码,关注“育路通”微信公众号。依次点击“高考测评—查看报告”,即可免费查询。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知实数集  $\mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | -1 < x < 5\}$ , 集合  $B = \{y | y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$

- A.  $\{x | -1 < x \leq 2\}$       B.  $\{x | x > -1\}$       C.  $\{x | -1 < x \leq 0\}$       D.  $\{x | 0 \leq x < 5\}$

2. 已知  $z \in \mathbf{C}$ , 若  $|z| - \bar{z} = 1 + 2i$ , 则  $Z =$

- A.  $\frac{3}{2} - 2i$       B.  $\frac{3}{2} + 2i$       C.  $-\frac{3}{2} - 2i$       D.  $-\frac{3}{2} + 2i$

3. 若  $(1 - 2x)^{2020} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2020}x^{2020}$ , 则  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2020} =$

- A. 0      B. 1      C. -1      D. 2

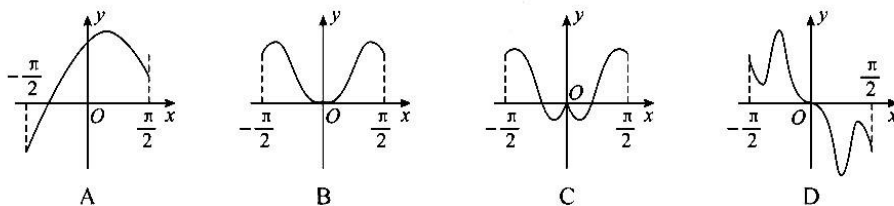
2020 年湖北省高三(4 月)线上调研考试理科数学试卷 第 1 页(共 5 页)

4. 中国历法推测遵循以测为辅、以算为主的原则. 例如《周髀算经》和《易经》里对二十四节气的晷影长(古时)的记录中, 冬至和夏至的晷影长是实测得到的, 其它节气的晷影长则是按照等差数列的规律计算得出的. 下表为《周髀算经》对二十四节气晷影长的记录, 其中  $115.1\frac{4}{6}$  寸表示  $115$  寸  $1\frac{4}{6}$  分(1 寸 = 10 分).

节气	冬至	小寒 (大雪)	大寒 (小雪)	立春 (立冬)	雨水 (霜降)	惊蛰 (寒露)	春分 (秋分)	清明 (白露)	谷雨 (处暑)	立夏 (立秋)	小满 (大暑)	芒种 (小暑)	夏至
晷影长 (寸)	135	$125\frac{5}{6}$	$115.1\frac{4}{6}$	$105.2\frac{4}{6}$	$95.3\frac{2}{6}$	$85.4\frac{2}{6}$	75.5	$66.5\frac{5}{6}$	$55.6\frac{4}{6}$	$45.7\frac{3}{6}$	$35.8\frac{2}{6}$	$25.9\frac{1}{6}$	16.0

已知《易经》中记录某年的冬至晷影长为 130.0 寸, 夏至晷影长为 14.8 寸, 按照上述规律那么《易经》中所记录的春分的晷影长应为

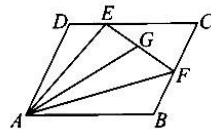
- A. 91.6 寸                      B. 82.0 寸                      C. 81.4 寸                      D. 72.4 寸
5. 我国著名数学家华罗庚先生曾说: 数缺形时少直观, 形缺数时难入微, 数形结合百般好, 隔裂分家万事休. 在数学的学习和研究中, 常用函数的图像研究函数的性质, 也常用函数的解析式来琢磨函数的图像特征. 如函数  $y = -2\cos^2 x + \cos x + 1, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  的图象大致为



6. 已知  $x = 2^{0.1}, y = \log_5 2, z = e^{-0.5}$ , 则
- A.  $y < x < z$                       B.  $z < y < x$                       C.  $z < x < y$                       D.  $y < z < x$
7. 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 则“ $|q| = 1$ ”是“ $S_6 = 3S_2$ ”的
- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件
- C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件
8. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $DE = \frac{1}{2}EC, F$  为  $BC$  的中点,  $G$  为  $EF$  上的一点, 且

$\vec{AG} = \frac{7}{9}\vec{AB} + m\vec{AD}$ , 则实数  $m$  的值为

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{1}{3}$
- C.  $-\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{2}{3}$



9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax, & x \leq 1 \\ 3ax - 7, & x > 1 \end{cases}$ , 若存在  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 使得  $f(x_1) = f(x_2)$  成立, 则实数  $a$  的取值范围是
- A.  $(-2, 2)$       B.  $(-2, 2]$       C.  $(-\infty, 3)$       D.  $(-\infty, 3]$
10. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线与  $C$  的两条渐近线分别交于  $A, B$  两点, 若以  $F_1 F_2$  为直径的圆过点  $B$ , 且  $A$  为  $F_1 B$  的中点, 则  $C$  的离心率为
- A.  $\sqrt{3} + 1$       B. 2      C.  $\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{2}$
11. 一竖立在水平地面上的圆锥形物体的母线长为  $2m$ , 一只蚂蚁从圆锥的底面圆周上的点  $P$  出发, 绕圆锥表面爬行一周后回到  $P$  点, 蚂蚁爬行的最短路径为  $2\sqrt{3}m$ , 则圆锥的底面圆半径为
- A.  $\frac{2}{3}m$       B.  $1m$       C.  $\frac{4}{3}m$       D.  $\frac{3}{2}m$
12. 已知函数  $f(x) = \cos(\omega x - \frac{2\pi}{3}) (\omega > 0)$ ,  $x_1, x_2, x_3 \in [0, \pi]$ , 且  $\forall x \in [0, \pi]$  都有  $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$ , 满足  $f(x_3) = 0$  的实数  $x_3$  有且只有 3 个, 则下述四个结论:
- ① 满足题目条件的实数  $x_1$  有且只有一个;    ② 满足题目条件的实数  $x_2$  有且只有一个;
- ③  $f(x)$  在上  $(0, \frac{\pi}{10})$  单调递增;    ④  $\omega$  的取值范围是  $[\frac{13}{6}, \frac{19}{6})$ .
- 其中正确结论的编号是
- A. ①②      B. ①③④      C. ②③      D. ①②③

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设曲线  $y = e^x + 1$  上点  $P$  处的切线平行于直线  $x - y - 1 = 0$ , 则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_.
14. 某学校选拔新生补进“篮球”、“电子竞技”、“国学”三个社团, 根据资料统计, 新生通过考核选拔进入这三个社团成功与否相互独立. 2019 年某新生入学, 假设他通过考核选拔进入该校“篮球”、“电子竞技”、“国学”三个社团的概率依次为  $m, \frac{1}{3}, n$ , 已知这三个社团他都能进入得概率为  $\frac{1}{24}$ , 至少进入一个社团的概率为  $\frac{3}{4}$ , 则  $m + n =$ \_\_\_\_\_.
15. 自湖北爆发新型冠状病毒肺炎疫情以来, 湖北某市医护人员和医疗、生活物资严重匮乏, 全国各地纷纷驰援. 某运输队接到从武汉送往该市物资的任务, 该运输队有 8 辆载重为  $6t$  的 A 型卡车, 6 辆载重为  $10t$  的 B 型卡车, 10 名驾驶员, 要求此运输队每天至少运送  $240t$  物资. 已知每辆卡车每天往返的次数为 A 型卡车 5 次, B 型卡车 4 次, 每辆卡车每天往返的成本 A 型卡车 1200 元, B 型卡车 1800 元, 则每天派出运输队所花的成本最低为\_\_\_\_\_.

16. 已知椭圆  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $M$  为椭圆上异于长轴端点的动点,  $\triangle MF_1F_2$  的内心为  $I$ , 则  $\frac{\vec{MI} \cdot \vec{MF}_2}{|\vec{MF}_2|} =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 题 ~ 第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题 ~ 第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

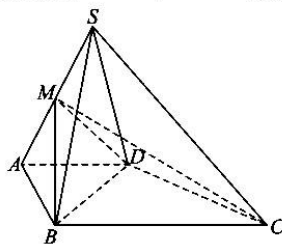
在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边为  $a, b, c$ , 且满足  $\cos 2A - \cos 2B = 2\sin(\frac{\pi}{3} + A) \sin(\frac{\pi}{3} - A)$ .

- (1) 求角  $B$  的值;
- (2) 若  $b = \sqrt{3} \leq a$ , 求  $a - \frac{1}{2}c$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $S-ABCD$  中, 侧面  $SCD$  为钝角三角形且垂直于底面  $ABCD$ ,  $CD = SD$ , 点  $M$  是  $SA$  的中点,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = AD = \frac{1}{2}BC$ .

- (1) 求证:  $BD \perp$  平面  $SCD$ ;
- (2) 若直线  $SD$  与底面  $ABCD$  所成的角为  $60^\circ$ , 求平面  $MBD$  与平面  $SBC$  所成的锐二面角的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

线段  $AB$  为圆  $M: x^2 + y^2 + 2x - 10y + 6 = 0$  的一条直径, 其端点  $A, B$  在抛物线  $C: x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 上, 且  $A, B$  两点到抛物线  $C$  焦点的距离之和为 11.

- (1) 求抛物线  $C$  的方程及直径  $AB$  所在的直线方程;
- (2) 过  $M$  点的直线  $l$  交抛物线  $C$  于  $P, Q$  两点, 抛物线  $C$  在  $P, Q$  处的切线相交于  $N$  点, 求  $\triangle PQN$  面积的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^2 + \pi \cos x$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的最小值;
- (2) 若函数  $g(x) = f(x) - a$  在  $(0, +\infty)$  上有两个零点  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ , 求证:  $x_1 + x_2 < \pi$ .

21. (本小题满分 12 分)

2020 年春节期间爆发的新型冠状病毒(2019-nCoV),是一种可以借助飞沫和接触传播的变异病毒。某定点医院为筛查某些人是否感染该病毒,需要检验血液是否为阳性,现有  $n$  份血液样本,有以下两种检验方式:

(a) 逐份检验,则需要检验  $n$  次;

(b) 混合检验,将其中  $k(k \in \mathbf{N}^*$  且  $k \geq 2)$  份血液样本分别取样混合在一起检验.若检验结果为阴性,这  $k$  份的血液全为阴性,因而这  $k$  份血液样本只要检验一次就够了;如果检验结果为阳性,为了明确这  $k$  份血液究竟哪几份为阳性,就要对这  $k$  份再逐份检验,此时这  $k$  份血液的检验次数总共为  $k+1$  次.假设在接受检验的血液样本中,每份样本的检验结果是阳性还是阴性都是独立的,且每份样本是阳性结果的概率为  $p(0 < p < 1)$ .

(1) 假设有 6 份血液样本,其中只有 2 份样本为阳性,若采用逐份检验方式,求恰好经过 4 次检验就能把阳性样本全部检验出来的概率;

(2) 现取其中  $k(k \in \mathbf{N}^*$  且  $k \geq 2)$  份血液样本,记采用逐份检验方式,样本需要检验的总次数为  $\xi_1$ ,采用混合检验方式,样本需要检验的总次数为  $\xi_2$ .

(i) 试运用概率统计的知识,若  $E\xi_1 = E\xi_2$ ,试求  $p$  关于  $k$  的函数关系式  $p = f(k)$ ;

(ii) 若  $p = 1 - e^{-\frac{1}{k}}$ ,采用混合检验方式可以使得样本需要检验的总次数的期望值比逐份检验的总次数期望值更小,求  $k$  的最大值.

参考数据:  $\ln 2 \approx 0.6931, \ln 3 \approx 1.0986, \ln 5 \approx 1.6094, \ln 7 \approx 1.9459$

(二) 选考题:共 10 分.请考生在 22,23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时写清题号.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中,曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数),以原点为

极点, $x$  轴非负半轴为极轴,建立极坐标系,曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 = \frac{4}{1 + 3\sin^2\alpha}$ .

(1) 求曲线  $C_1$  的极坐标方程以及曲线  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若直线  $l: y = kx$  与曲线  $C_1$ 、曲线  $C_2$  在第一象限交于  $P, Q$ ,且  $|OQ| = |PQ|$ ,点  $M$  的直角坐标为  $(1, 0)$ ,求  $\triangle PMQ$  的面积.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知实数  $a, b$  满足  $a^2 + b^2 - ab = 3$ .

(1) 求  $a - b$  的取值范围;

(2) 若  $ab > 0$ ,求证:  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{3}{4} \geq \frac{4}{ab}$ .

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

**温馨提示：**

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html>