辽宁 2022—2023 学年度高考适应性测试
数 学 试 题

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟，满分 150 分

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.设 i 是虚数单位，若复数 $a+\frac{2i}{1-i}(a\in\mathbf{R})$ 是纯虚数，则 $a=$

A.-1　　B.1　　C.-2　　D.2

2.已知集合 $A=\left\{x\left|y=\frac{1}{\sqrt{1-2^x}}\right.\right\}$，$B=\{x|y=\log_2(x-1)\}$，则 $A\cup B=$

A.$(0,+\infty)$　　B.$(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

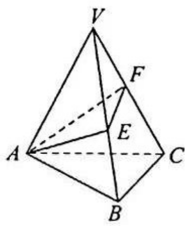
C.$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　　D.$\mathbf{R}$

3.函数 $f(x)=\ln(mx+3)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递减的充分必要条件是

A.$-4<m<-2$　　B.$-3<m<0$

C.$-4<m<0$　　D.$-3<m<-1$

4.如图，在三棱锥 $V-ABC$ 中，$VA=VB=VC=8$，$\angle AVB=\angle AVC=\angle BVC=30°$，过点 A 作截面 AEF，则 $\triangle AEF$ 周长的最小值为



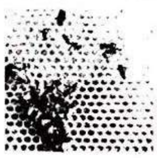
A.$6\sqrt{2}$

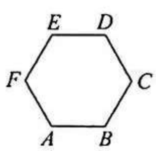
B.$6\sqrt{3}$

C.$8\sqrt{2}$

D.$8\sqrt{3}$

5.蜜蜂的巢房是令人惊叹的神奇天然建筑物.巢房是严格的六角柱状体，它的一端是平整的六角形开口，另一端是封闭的六角菱形的底，由三个相同的菱形组成.巢中被封盖的是自然成熟的蜂蜜.如图是一个蜂巢的正六边形开口 $ABCDEF$，下列说法正确的是

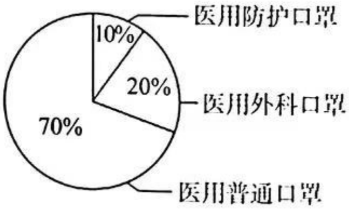




A.$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BF}$　　B.$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

C.$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DE}$　　D.$\overrightarrow{AD}$在$\overrightarrow{AB}$上的投影向量为$\overrightarrow{AB}$

6.某医用口罩生产厂家生产医用普通口罩、医用外科口罩、医用防护口罩三种产品，三种产品的生产比例如图所示，且三种产品中绑带式口罩的比例分别为90%，50%，40%.若从该厂生产的口罩中任选一个，则选到绑带式口罩的概率为



A.0.23　　B.0.47　　C.0.53　　D.0.77

7.在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA=BC=4$，$PB=AC=5$，$PC=AB=\sqrt{11}$，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为

A.26π　　B.12π　　C.8π　　D.24π

8.已知实数 $a,b,c\in(0,e)$，且 $3^a=a^3$，$4^b=b^4$，$5^c=c^5$，则

A.$c<b<a$　　B.$b<c<a$　　C.$a<c<b$　　D.$a<b<c$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9.已知函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$，下列结论正确的是

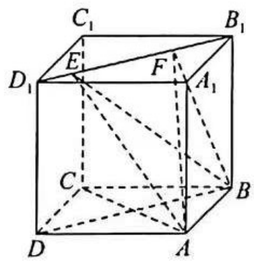
A.$f(x)$的最小正周期为 2π

B.$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$是 $f(x)$的最大值

C.把函数 $y=2\sin x$ 的图象上所有点向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，可得到函数 $y=f(x)$的图象

D.$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$时，$f(x)$的最小值为$-2$，$f(x)$的最大值为1

10.如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，线段 B_1D_1 上有两个动点 E、F，且 $EF=\frac{1}{2}$，则下列结论中正确的是



A.$AC\perp BE$

B.EF∥平面 $ABCD$

C.三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值

D.$\triangle AEF$ 的面积与$\triangle BEF$ 的面积相等

11.瑞士数学家欧拉(LeonhardEuler)1765年在其所著的《三角形的几何学》一书中提出：任意三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上，后人称这条直线为欧拉线.已知$\triangle ABC$ 的顶点 $A(-4,0)$，$B(0,4)$，其欧拉线方程为 $x-y+2=0$，则顶点 C 的坐标可以是

A.(2,0)　　B.(0,2)　　C.(−2,0)　　D.(0,−2)

12.定义在 **R** 上的偶函数 $f(x)$满足 $f(2-x)=f(2+x)$，且当 $x\in[0,2]$时，$f(x)=\begin{cases}e^x-1,0\leqslant x\leqslant 1,\\ x^2-4x+4,1<x\leqslant 2.\end{cases}$若关于 x 的不等式 $m|x|\leqslant f(x)$的整数解有且仅有9个，则实数 m 的取值可以是

A.$\frac{e-1}{6}$　　B.$\frac{e-1}{7}$　　C.$\frac{e-1}{8}$　　D.$\frac{e-1}{9}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.在$(1-x)^7+(1-x)^8$的展开式中，含x^3的项的系数是________.

14.已知数列$\{a_n\}$满足$na_{n+1}-(n+1)a_n=1(n\in\mathbf{N}^*)$，$a_3=2$，则$a_{2023}=$________.

15.若关于x的不等式$\frac{4x}{a}+\frac{1}{x-2}\geqslant 4$对任意$x>2$恒成立，则正实数$a$的取值集合为________.

16.已知函数$f(x)$，$g(x)$的定义域均为$\mathbf{R}$，$f(x+1)$是奇函数，且$f(1-x)+g(x)=2$，$f(x)+g(x-3)=2$，则下列结论正确的是________.(只填序号)

①$f(x)$为偶函数　②$g(x)$为奇函数　③$\sum\limits_{k=1}^{20}f(k)=40$　④$\sum\limits_{k=1}^{20}g(k)=40$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(10 分)在锐角$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，从条件①：$\frac{\sqrt{3}\sin A-\cos A}{\sqrt{3}\sin A+\cos A}=\frac{1}{2}$，条件②：$2a\cos A-b\cos C=c\cos B$这两个条件中选择一个作为已知条件.

(1)求角A的大小；

(2)若$a=2$，求$\triangle ABC$周长的取值范围.

18.(12 分)已知$\{a_n\}$为单调递增数列，S_n为其前n项和，$2S_n=a_n^2+n$.

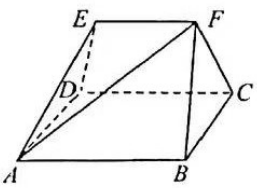
(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若$b_n=\frac{a_{n+2}}{2^{n+1}\cdot a_n\cdot a_{n+1}}$，$T_n$为数列$\{b_n\}$的前$n$项和，证明：$T_n<\frac{1}{2}$.

19.(12 分)刍甍(chú méng)是中国古代数学书中提到的一种几何体，《九章算术》中对其有记载："下有袤有广，而上有袤无广"，可翻译为："底面有长有宽为矩形，顶部只有长没有宽为一条棱."，如图，在刍甍$ABCDEF$中，四边形$ABCD$是正方形，平面BAE和平面CDE交于EF.

(1)求证：$AB\,/\!/\,EF$；

(2)若平面$CDE\perp$平面$ABCD$，$AB=4$，$EF=2$，$ED=FC$，$AF=3\sqrt{3}$，求平面ADE和平面BAE所成角余弦值的绝对值.



20.(12 分)甲、乙两地教育部门到某师范大学实施“优才招聘计划”,即通过对毕业生进行笔试,面试,模拟课堂考核这 3 项程序后直接签约一批优秀毕业生,已知 3 项程序分别由 3 个考核组独立依次考核,当 3 项程序均通过后即可签约.去年,该校数学系 130 名毕业生参加甲地教育部门“优才招聘计划”的具体情况如下表(不存在通过 3 项程序考核放弃签约的情况).

人数 \ 性别	参加考核但未能签约的人数	参加考核并能签约的人数
男生	45	15
女生	60	10

今年,该校数学系毕业生小明准备参加两地的“优才招聘计划”,假定他参加各程序的结果相互不影响,且他的辅导员作出较客观的估计:小明通过甲地的每项程序的概率均为$\frac{1}{2}$,通过乙地的各项程序的概率依次为$\frac{1}{3}$,$\frac{3}{5}$,m,其中 $0<m<1$.

(1)判断是否有 90%的把握认为这 130 名毕业生去年参加甲地教育部门“优才招聘计划”能否签约与性别有关;

(2)若小明能与甲、乙两地签约分别记为事件 A,B,他通过甲、乙两地的程序的项数分别记为 X,Y.当 $E(X)>E(Y)$时,证明:$P(A)>P(B)$.

参考公式与临界值表:$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,$n=a+b+c+d$.

α	0.10	0.05	0.025	0.010
χ_α	2.706	3.841	5.024	6.635

21.(12 分)已知椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右顶点分别为 A,B,上顶点为 T,离心率为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$,$\overrightarrow{AT}\cdot\overrightarrow{TB}=8$,点 M,N 为椭圆 C 上异于 A,B 的两点,直线 AM,BN 相交于点 P.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若点 P 在直线 $x=\frac{9}{2}$上,求证:直线 MN 过定点.

22.(12 分)已知函数 $f(x)=a\left(\frac{\ln x}{x}+1\right)$.(其中 a 为非零实数)

(1)讨论 $f(x)$的单调性;

(2)若函数 $g(x)=e^x-f(x)$(e 为自然对数的底数)有两个零点 x_1,x_2,求证:$x_1x_2>e^{2-(x_1+x_2)}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。