

江苏省南通市如东县 2021-2022 高二第一学期数学期末试题

本试卷共 4 页,22 题,全卷满分 150 分.考试用时 120 分钟.

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 l 经过两个定点 $A(1,0)$, $B(4,\sqrt{3})$, 则直线 l 倾斜角大小是 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

2. 数列 $1, 2, \sqrt{7}, \sqrt{10}, \sqrt{13}, \dots$, 则 $\sqrt{22}$ 是这个数列的第 ()

- A. 8 项 B. 7 项 C. 6 项 D. 5 项

3. 若方程 $4x^2+ky^2=4k$ 表示双曲线, 则此双曲线的虚轴长等于 ()

- A. $2\sqrt{k}$ B. $2\sqrt{-k}$ C. \sqrt{k} D. $\sqrt{-k}$

4. 经过点 $(1,0)$ 且圆心是两直线 $x=1$ 与 $x+y=2$ 的交点的圆的方程为 ()

- A. $(x-1)^2+y^2=1$ B. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$
C. $x^2+(y-1)^2=1$ D. $(x-1)^2+(y-1)^2=2$

5. 已知函数 $f(x)=2\ln x-x+\frac{a}{x}$ 在定义域内单调递减, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

6. 《九章算术》第三章“衰分”介绍比例分配问题:“衰分”是按比例递减分配的意思, 通常称递减的比例(即百分比)为“衰分比”. 如: 甲、乙、丙、丁分别分得 100, 60, 36, 21.6, 递减的比例为 40%, 那么“衰分比”就等于 40%, 今共有粮 $m(m>0)$ 石, 按甲、乙、丙、丁的顺序进行“衰分”, 已知乙分得 80 石, 甲、丙所得之和为 164 石, 则“衰分比”为 ()

- A. 20% B. 25% C. 75% D. 80%

7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 线段 AB 的两端点 A, B 分别在 x 轴正半轴和 y 轴正半轴上滑动, 若圆 $C:(x-4)^2+(y-3)^2=1$ 上存在点 M 是线段 AB 的中点, 则线段 AB 长度的最小值为

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

8. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $\ln(2a) + \ln b + \sqrt{a^2 + b^2} = 1$, 则 $a + b =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

二、多项选择题:本题共 4 小题, 每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 若在 1 和 256 中间插入 3 个数, 使这 5 个数成等比数列, 则公比 q 为 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. $-\frac{1}{4}$

10. 若 $AC > 0, BC < 0$, 则直线 $Ax + By + C = 0$ 经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

11. 设 A, B 是抛物线 $E: y = x^2$ 上的两点, O 是坐标原点, 下列结论成立的是 ()

- A. 若直线 AB 过抛物线的焦点 F , 则 $|AB|$ 的最小值为 1
 B. 有且只有两条直线过点 $P(1,0)$ 且与抛物线 E 只有一个公共点
 C. 若 $OA \perp OB$, 则 $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$ 为定值
 D. 若 $OA \perp OB$, 则 $|OA| |OB| = 2$

12. 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $(x^2 + x)f'(x) < (3x + 2)f(x)$ 恒成立, 则必有 ()

- A. $f(3) > 18f(1)$ B. $f(2) < 6f(1)$
 C. $3f(1) > 16f\left(\frac{1}{2}\right)$ D. $f(3) < 3f(2)$

三、填空题:本题共 4 小题, 每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象在点 $M(1, f(1))$ 处的切线方程是 $y = \frac{1}{2}x + 2$, 则

$f(1) + f'(1) =$ _____.

14. 数列 $\{a_n\}$ 满足前 n 项和 $S_n = n^2 - 3n + 2$, 则数列 a_n 的通项公式为 _____.

15. 设函数 $f(x) = x^2 + \frac{4}{x}$, $g(x) = ax$, 若存在 $x \in (0, +\infty)$, $g(x) > f(x)$ 成立, 则实数 a 的取值范围为_____.

16. 已知斜率为 1 的直线 l 经过椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左焦点, 且与椭圆 M 交于 A, B 两点, 若椭圆 M 上存在点 C , 使得 $\triangle ABC$ 的重心恰好是坐标原点, 则椭圆 M 的离心率 $e =$ _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 = 7$, $a_5 = 3a_3 + 4a_1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $S_n = 511$, 求 n .

18. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2bx$ 在 $x = -\frac{1}{3}$ 处有极大值 $\frac{5}{27}$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的值域.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$ 与坐标轴的交点都在圆 C 上.

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 设过点 $P(0, -1)$ 的直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, 且 $AB = 2$, 求 l 的方程.

20. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $a_4 = 2a_3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_1 = 1$, $\frac{b_{n+1} - b_n}{a_n} = 2^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

21. 设 A, B 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点, 直线 l 过右焦点 F 且与双曲线 C 的右支交于 M, N 两点, 当直线 l 垂直于 x 轴时, $\triangle AMN$ 为等腰直角三角形.

(1) 求双曲线 C 的离心率;

(2) 若双曲线左支上任意一点到右焦点 F 点距离的最小值为 3,

(i) 求双曲线方程;

(ii) 已知直线 AM, AN 分别交直线 $x = \frac{a}{2}$ 于 P, Q 两点, 当直线 l 的倾斜角变化时, 以 PQ 为直径的圆是否过 x 轴上的定点, 若过定点, 求出定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.

22. 已知函数 $f(x) = x \ln x + ax^2$.

(1) 设函数 $g(x) = f'(x)$, 讨论 $g(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) (极值点是指函数取极值时对应的自变量的值), 且 $x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1) > 0$, 证明: $-\frac{1}{2e} < a < 0$.



自主选拔在线
www.zizzs.com



自主选拔在线
www.zizzs.com



自主选拔在线
www.zizzs.com

关注有礼

学科网中小学资源库



扫码关注

可免费领取**180套**PPT教学模版

- ✦ 海量教育资源 一触即达
- ✦ 新鲜活动资讯 即时上线