南京市2022届高三年级零模考前复习卷答案

数学

2021.08

一、单项选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	D	C	C	B	A	A	B

二、多项选择题

9	10	11	12
AD	ABC	ACD	BC

三、填空题

13. 4　　14. 3.2　　15. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　16. 23，20

四、解答题

17.（1）由$\cos B=\dfrac{11}{16}$，可得$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\dfrac{3\sqrt{15}}{16}>\sin A$，

所以$A<B$，所以A为锐角，$\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\dfrac{7}{8}$，

所以$\sin C=\sin(A+B)=\dfrac{\sqrt{15}}{8}\times\dfrac{11}{16}+\dfrac{7}{8}\times\dfrac{3\sqrt{15}}{16}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，

由正弦定理可得$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=\dfrac{\sqrt{15}}{8}:\dfrac{3\sqrt{15}}{16}:\dfrac{\sqrt{15}}{4}=2:3:4$.

（2）由（1）知$\cos C=-\cos(A+B)=-\dfrac{1}{4}$，

所以

$|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}|^2=|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{CB}|^2+2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=b^2+a^2-2ab\cos C=b^2+a^2+\dfrac{ab}{2}=64$，

设$a=2t$，$b=3t$，$c=4t$，则$b^2+a^2+\dfrac{ab}{2}=9t^2+4t^2+3t^2=64$，解得$t=2$，

所以$\triangle ABC$的周长为$9t=18$.

18.解：（1）设数列$\{a_n\}$的公差为d，则$\begin{cases}a_2=a_1+d=3\\5a_1+10d=4(a_1+2d)+5\end{cases}$，

解得$a_1=1$，$d=2$，

$\therefore a_n=2n-1$，$n\in\mathbf{N}^*$，

$\therefore S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=n^2$；

（2）设$T_n=\dfrac{S_1}{a_1a_2}+\dfrac{S_2}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{S_n}{a_na_{n+1}}$，由$\dfrac{1}{3}=\dfrac{b_1}{3}$可得$b_1=1$，

由$T_2=\dfrac{1}{3}+\dfrac{4}{15}=\dfrac{2}{5}b_2$，可得$b_2=\dfrac{3}{2}$，

故存在等差数列$\{b_n\}$满足条件，其中$b_n=\dfrac{n+1}{2}$，$n\in\mathbf{N}^*$，

下面用数学归纳法证明：当$b_n=\dfrac{n+1}{2}$时，$T_n=\dfrac{nb_n}{a_{n+1}}$对$n\in\mathbf{N}^*$成立，

①当$n=1$时，由上面过程可知，等式成立，

②假设$n=k$时等式成立，即$T_k=\dfrac{kb_k}{a_{k+1}}=\dfrac{k(k+1)}{2(2k+1)}$，

则当$n=k+1$时，$T_{k+1}=T_k+\dfrac{S_{k+1}}{a_{k+1}a_{k+2}}$

$$=\frac{k(k+1)}{2(2k+1)}+\frac{(k+1)^2}{(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)[k(2k+3)+2(k+1)]}{2(2k+1)(2k+3)},$$

$$=\frac{(k+1)(2k^2+5k+2)}{2(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)(k+2)(2k+1)}{2(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)(k+2)}{2(2k+3)}$$

$$=\frac{(k+1)b_{k+1}}{a_{k+2}},$$

即当$n=k+1$时等式成立，

由①②可知$\dfrac{S_1}{a_1a_2}+\dfrac{S_2}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{S_n}{a_na_{n+1}}=\dfrac{nb_n}{a_{n+1}}$，（其中$b_n=\dfrac{n+1}{2}$）对$n\in\mathbf{N}^*$成立.

19. （1）由已知得$\begin{cases}a+b+12+26=80,\\a=2b\end{cases}$解得$\begin{cases}a=28,\\b=14,\end{cases}$

补全表中所缺数据如下：

	不使用手机	使用手机	合计
学习成绩优秀人数	28	12	40
学习成绩不优秀人数	14	26	40
合计	42	38	80

根据题意计算观测值为$K^2=\dfrac{80\times(28\times26-14\times12)^2}{42\times38\times40\times40}\approx9.825>7.879$，

所以有99.5%的把握认为中学生使用手机对学习有影响.

（2）根据题意由分层抽样方法可知，抽取成绩优秀的学生3名，成绩不优秀的学生3名.

从而x的所有可能取值为$0,1,2,3$，

且$P(x=0)=\dfrac{C_3^0C_3^3}{C_6^3}=\dfrac{1}{20}$，$P(x=1)=\dfrac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\dfrac{9}{20}$，$P(x=2)=\dfrac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\dfrac{9}{20}$，

$P(x=3)=\dfrac{C_3^3C_3^0}{C_6^3}=\dfrac{1}{20}$，

所以x的分布列为

x	0	1	2	3
P	$\dfrac{1}{20}$	$\dfrac{9}{20}$	$\dfrac{9}{20}$	$\dfrac{1}{20}$

x的数学期望为$E(x)=0\times\dfrac{1}{20}+1\times\dfrac{9}{20}+2\times\dfrac{9}{20}+3\times\dfrac{1}{20}=\dfrac{3}{2}$.

20. （1）如图所示，在底面$ABCD$中，过点C分别作$CP\perp AB$，$CQ\perp AD$

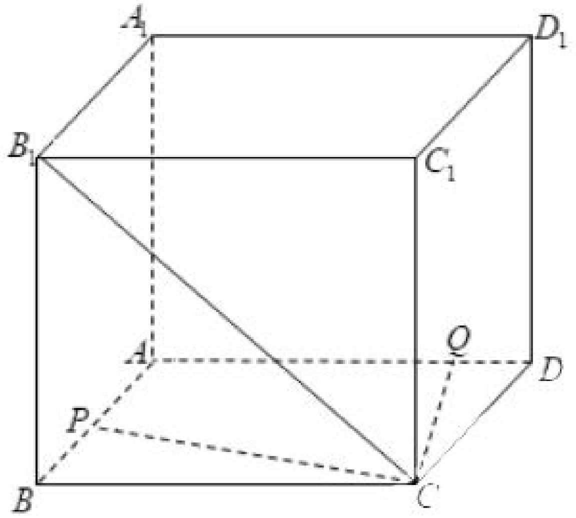
因为平面$ABB_1A_1\perp$平面面$ABCD$，$ABB_1A_1\cap ABCD=AB$，且$CP\subset$平

由面面垂直的性质定理，可得 $CP \perp$ 平面 ABB_1A_1，

又由 $AA_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1，所以 $AA_1 \perp CP$，

同理可证：$AA_1 \perp CQ$，

又因为 $CP \cap CQ = C$，且 $CP, CQ \subset$ 平面 $ABCD$，所以 $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$.



（2）因为四边形 $ABCD$ 是边长为2的正方形，且 $AA_1 = AD$，

可得四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 为棱长为2的正方体，

延长 MN 交 AD 于点 H，连接 EH，即为平面 $EMN \cap$ 平面 $ADD_1A_1 = EH$，

则直线 l 与 B_1C 所成角即为直线 EH 与 B_1C 所成的角，

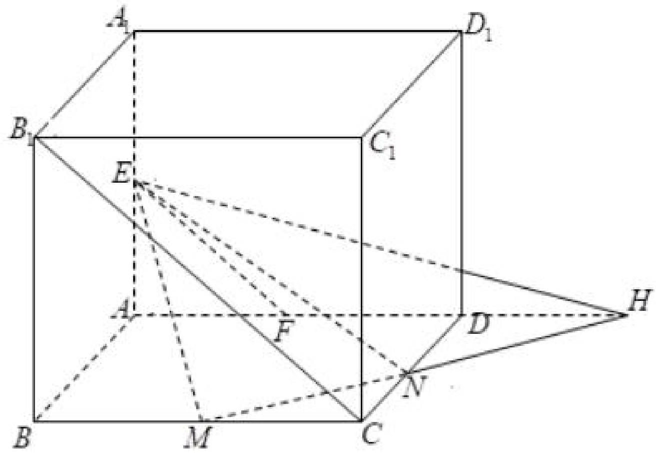
取 AD 的中点 F，连接 EF，可得 $EF // B_1C$，

则异面直线 EH 与 B_1C 所成的角即为 EF 与 B_1C 所成的角，设为 θ，其中 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$，

在直角 $\triangle EAH$ 中，可得 $EH = \sqrt{AE^2 + AH^2} = \sqrt{10}$，

在 $\triangle EFH$ 中，可得 $\cos\theta = \frac{EH^2 + EF^2 - FH^2}{2EH \cdot EF} = \frac{10+2-4}{2\sqrt{10}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$，

即直线 l 与 B_1C 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



21. （1）由已知

$$\begin{cases} a=\sqrt{3}b \\ \dfrac{9}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}=1 \\ c^2=a^2+b^2 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} a^2=6 \\ b^2=2 \end{cases} \therefore \frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$$

（2）设直线方程为$y=kx+4$，$M\left(x_1,y_1\right),N\left(x_1,y_1\right)$，

直线DM的方程为$y-1=\dfrac{y_1-1}{x_1-3}(x-3)$，可得$P\left(0,1-\dfrac{3\left(y_1-1\right)}{x_1-3}\right)$

直线DN的方程为$y-1=\dfrac{y_2-1}{x_2-3}(x-3)$，可得$Q\left(0,1-\dfrac{3\left(y_2-1\right)}{x_2-3}\right)$

联立$\begin{cases} y=kx+4 \\ \dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$，消去$y$，整理得$\left(1-3k^2\right)x^2-24kx-54=0$.

$$\begin{cases} \Delta=24^2k^2+4\times\left(1-3k^2\right)\times 54>0 \\ x_1+x_2=\dfrac{24k}{1-3k^2}<0 \\ x_1x_2=\dfrac{-54}{1-3k^2}>0 \end{cases}$$

可得$\dfrac{\sqrt{3}}{3}<k<\sqrt{3}$

$$|BP|+|BQ|=4-y_M+4-y_N=6+\frac{3\left(y_1-1\right)}{x_1-3}+\frac{3\left(y_2-1\right)}{x_2-3}$$

$$=6+3\times\frac{(y_1-1)(x_2-3)+(y_2-1)(x_1-3)}{(x_1-3)(x_2-3)}$$

$$=6+3\times\frac{(kx_1+3)(x_2-3)+(kx_2+3)(x_1-3)}{(x_1-3)(x_2-3)}$$

$$=6+3\times\frac{2kx_1x_2+(3-3k)(x_1+x_2)-18}{x_1x_2-3(x_1+x_2)+9}$$

$$=6+3\times\frac{2k\times\frac{-54}{1-3k^2}+(3-3k)\times\frac{24k}{1-3k^2}-18}{\frac{-54}{1-3k^2}-3\times\frac{24k}{1-3k^2}+9}$$

$$=\frac{24k^2+60k+36}{3k^2+8k+5}=\frac{24k+36}{3k+5}=8-\frac{4}{3k+5}$$

又$\frac{\sqrt{3}}{3}<k<\sqrt{3}$，所以$|BP|+|BQ|$的范围是$\left(\frac{78+2\sqrt{3}}{11},18-6\sqrt{3}\right)$.

22. （1）$\because f'(x)=ae^x-1+(x-1)\cdot ae^x$，$\therefore k=f'(1)=ae-1=e-1$，$\therefore a=1$；

（2）由（1）得$f'(x)=xe^x-1$，又$f'(0)=-1<0$，$f'(1)=e-1>0$，且$f'(x)=xe^x-1$

在$(0,1)$上单调递增

所以$f'(x)=xe^x-1=0$有唯一实根$x_0\in(0,1)$，

$x\in(-\infty,x_0)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$递减，$x\in(x_0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$递增，故两

根分别在$(-\infty,x_0)$与$(x_0,+\infty)$内，无妨设$x_1<x_2$，

设$g(x)=f(x)-(e-1)(x-1)$，$x\in(x_0,+\infty)$，则$g'(x)=x\cdot e^x-e$，

$x\in(x_0,1)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$递减，$x\in(1,+\infty)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$递增，$\therefore g(x)$

有最小值$g(1)=0$，即$f(x)\geq(e-1)(x-1)$恒成立，$b=f(x_2)\geq(e-1)(x_2-1)$，

$\therefore x_2\leq\frac{b}{e-1}+1$，又因为函数$f(x)$在$x=0$处的切线方程为$y=-x$，所以$f(x)\geq-x$恒成

立，$b=f(x_1)\geq-x_1$，

$\therefore x_1\geq-b$，于是$|x_1-x_2|\leq\frac{b}{e-1}+1+b=\frac{eb}{e-1}+1$.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 ′′ 专业、专注、有态度 ′′ 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。