高二年级七月名校联合测评

数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上,并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目,在规定的位置贴好条形码。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷(选择题)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 二项式$(3x-2)^{10}$的展开式中第 5 项的系数为

A. C_{10}^4　　B. C_{10}^5　　C. $C_{10}^4 3^6\cdot(-2)^4$　　D. $C_{10}^5 3^5(-2)^5$

2. 在一次高台跳水运动中,某运动员在运动过程中的中心相对于水面的高度h(单位:m)与起跳后的时间t(单位:s)存在函数关系$h(t)=-5.9t^2+3.8t+12$,则运动员在$t=1$ s 时瞬时速度为

A. 8 m/s　　B. -7 m/s　　C. 7 m/s　　D. -8 m/s

3. 为研究变量x,y的相关关系,收集得到如下数据:

x	5	6	7	8	9
y	9	8	6	4	3

若由最小二乘法求得y关于x的经验回归方程为$\hat{y}=-1.6x+\hat{a}$,则据此计算残差为 0 的样本点是

A. (5,9)　　B. (6,8)　　C. (7,6)　　D. (8,4)

4. 碘-131 经常被用于对甲状腺的研究,它的半衰期大约是 8 天(即经过 8 天的时间,有一半的碘-131 会衰变为其他元素)。今年 3 月 1 日凌晨,在一容器中放入一定量的碘-131,到 3 月 25 日凌晨,测得该容器内还剩有 2 毫克的碘-131,则 3 月 1 日凌晨,放入该容器的碘-131 的含量是

A. 8 毫克　　B. 16 毫克　　C. 32 毫克　　D. 64 毫克

5. 袋中有 5 个球,其中红、黄、蓝、白、黑球各一个,甲、乙两人按序从袋中有放回的随机摸取一球,记事件A:甲和乙至少一人摸到红球,事件B:甲和乙摸到的球颜色不同,则条件概率$P(B|A)=$

A. $\frac{9}{25}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{8}{9}$

6. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2^{|x-1|}, & x\leqslant 2\\ -x^2+6x-6, & x>2\end{cases}$且$g(x)=f(x)-a$,若函数$g(x)$有 3 个不同的零点,则实数$a$的取值范围为

A. (1,2)　　B. (1,3)　　C. [1,2]　　D. [1,3]

7. 第 19 届亚运会将于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日在杭州举行，甲、乙等 4 名杭州亚运会志愿者到游泳、射击、体操三个场地进行志愿服务，每名志愿者只去一个场地，每个场地至少一名志愿者，若甲不去游泳场地，则不同的安排方法共有

A. 12 种　　B. 18 种　　C. 24 种　　D. 36 种

8. 已知函数 $f(x)=2+a\ln x$，$g(x)=ax^2+1$，若存在两条不同的直线与函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 图像均相切，则实数 a 的取值范围为

A. $\left(\frac{2}{1+\ln 2},+\infty\right)$

B. $\left(-\infty,\frac{1}{\ln 2}\right)$

C. $(-\infty,0)\cup\left(\frac{2}{1+\ln 2},+\infty\right)$

D. $\left(-\infty,\frac{1}{\ln 2}\right]\cup\left(\frac{2}{1+\ln 2},\right.$

二、选择题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分)

9. 现有一场流水席，6 荤 4 素 2 汤共十二道菜品在长桌上摆成一排，下列说法正确的是

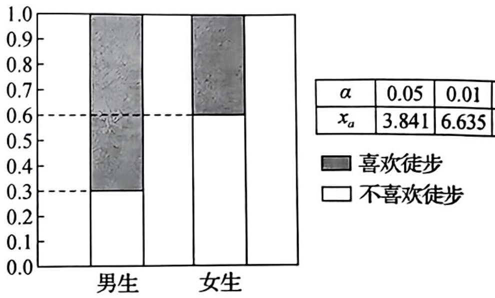
A. 两份汤相邻的摆法共有 $A_{10}^{10}C_2^1$ 种

B. 每道素菜不相邻的摆法共有 $A_8^8A_9^4$ 种

C. 若十二道菜品的顺序已经固定，现又上了四道主食，有 A_{16}^4 种不同摆法

D. 两汤不摆在首尾的摆法共有 $A_{10}^2A_{10}^{10}$ 种

10. 已知某学校高二年级男生人数是女生人数的 2 倍，该年级全部男、女学生是否喜欢徒步运动的等高堆积条形图如图，下列说法正确的是



α	0.05	0.01	0.005
x_α	3.841	6.635	7.879

A. 参加调查的学生中喜欢徒步的男生比喜欢徒步的女生多

B. 参加调查的学生中不喜欢徒步的男生比不喜欢徒步的女生少

C. 若参加调查的学生总人数为 300，则能根据小概率 $\alpha=0.01$ 的独立性检验，推断喜欢徒步和性别有关

D. 无论参加调查的学生总人数为多少，都能根据小概率 $\alpha=0.01$ 的独立性检验，推断喜欢徒步和性别有关

11. 关于 $(\sqrt{x}-1)^{2023}$ 及其展开式，下列说法错误的是

A. 该二项式展开式中二项式系数和是 -1

B. 该二项式展开式中第 10 项为 $-C_{2023}^{9}x^{1007}$

C. 当 $x=100$ 时，$(\sqrt{x}-1)^{2023}$ 除以 100 的余数是 6

D. 该二项式展开式中共有有理项 1011 项

12. 有 3 台车床加工同一型号的零件，第 1 台加工的次品率为 6%，第 2，3 台加工的次品率均为 5%，加工出来的零件混放在一起. 已知第 1，2，3 台车床加工的零件数分别占总数的 25%，30%，45%。下列结论正确的是

A. 每次随机抽取一个零件，抽出的零件不放回，第 1 次抽到次品的概率和第 2 次抽到次品的概率不相同

B. 任取一个零件，它不是第 1 台车床加工的概率是 0.75

C. 任取一个零件，它是次品的概率小于 0.06

D. 如果取到的零件是次品，那么它是第 2 台车床加工的概率是 $\frac{3}{7}$

三、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 设 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(2+\Delta x)-f(2-\Delta x)}{\Delta x}=-2$,则 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线的倾斜角是________.

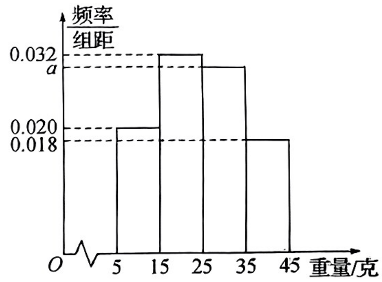
14. 设 $z=a+bi$,$a\in\mathrm{R}$,$b\in\mathrm{R}$,将一个骰子连续抛掷两次,第一次得到的点数为 a,第二次得到的点数为 b,则使复数 z^2 为纯虚数的概率为________.

15. 在 $(1+3x)(2x-1)^5$ 的展开式中,若按 x 的升幂进行排列,则第 3 项为________.

16. 现有 5 种不同的颜色,给四棱锥的五个顶点涂色,要求同一条棱上的两个顶点的颜色不能同色,则涂色的方法一共有________种.(用数字作答)

四、解答题(本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分)快到采摘季节了,某农民发现自家果园里的某种果实每颗的重量有一定的差别,故随机采摘了 100 颗,分别称出它们的重量(单位:克),并以每 10 克为一组进行分组,发现它们分布在区间 $[5,15]$,$(15,25]$,$(25,35]$,$(35,45]$,并据此画得频率分布直方图如下:



(1)求 a 的值,并据此估计这批果实的第 70 百分位数;

(2)若重量在 $[5,15]$(单位:克)的果实不为此次采摘对象,则从果园里随机选择 3 颗果实,其中不是此次采摘对象的颗数为 X,求 X 的分布列和数学期望.

注意:把频率分布直方图中的频率视为概率.

18. (12 分)已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x$,$\omega>0$.

(1)若函数 $f(x)$ 图象的两条相邻对称轴之间的距离为 π,求 $f(x)$ 的单调增区间;

(2)若函数 $f(x)$ 的图象关于 $\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$ 对称,且函数 $f(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$ 上单调,求 ω 的值.

19. (12 分)某企业为进一步增加市场竞争力,计划在 2023 年利用新技术生产某款新手机,通过市场调研发现,生产该产品全年需要投入研发成本 250 万元,每生产 x(千部)手机,需另外投入成本 $R(x)$ 万元,其中 $R(x)=\begin{cases}10x^2+100x+800, & 0<x<50\\ 504x+\dfrac{10000}{x-2}-6450, & x\geqslant 50\end{cases}$,已知每部手机的售价为 5000 元,且生产的手机当年全部销售完.

(1)求 2023 年该款手机的利润 y 关于年产量 x 的函数关系式;

(2)当年产量 x 为多少时,企业所获得的利润最大?最大利润是多少?

20.(12分)某公司在一次年终总结会上举行抽奖活动,在一个不透明的箱子中放入3个红球和3个白球(球的形状和大小都相同),抽奖规则有以下两种方案可供选择:

方案一:选取一名员工在袋中随机摸出一个球,若是红球,则放回袋中;若是白球,则不放回,再在袋中补充一个红球,这样反复进行3次,若最后袋中红球个数为X,则每位员工颁发奖金X万元;

方案二:从袋中一次性摸出3个球,把白球换成红球再全部放回袋中,设袋中红球个数为Y,则每位员工颁发奖金Y万元.

(1)若用方案一,求X的分布列与数学期望;

(2)比较方案一与方案二,求采用哪种方案,员工获得奖金数额的数学期望值更高?请说明理由;

(3)若企业有1000名员工,他们为企业贡献的利润近似服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$,μ为各位员工贡献利润数额的均值,计算结果为100万元,σ^2为数据的方差,计算结果为225万元,若规定奖金只有贡献利润大于115万元的员工可以获得,若按方案一与方案二两种抽奖方式获得奖金的数学期望值的最大值计算,求获奖员工的人数及每人可以获得奖金的平均数值(保留到整数)

参考数据:若随机变量ξ服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$,则$P(\mu-\sigma<\xi\leqslant\mu+\sigma)\approx0.6826$

21.(12分)已知定义在$(0,+\infty)$上的两个函数$f(x)=xe^x-x$,$g(x)=\ln x$.

(1)求$h(x)=x\cdot g(x)$的单调区间及极值;

(2)求函数$F(x)=f(x)-g(x)$的最小值.

22.(12分)一对夫妻计划进行为期60天的自驾游.已知两人均能驾驶车辆,且约定:①在任意一天的旅途中,全天只由其中一人驾车,另一人休息;②若前一天由丈夫驾车,则下一天继续由丈夫驾车的概率为$\frac{1}{4}$,由妻子驾车的概率为$\frac{3}{4}$;③妻子不能连续两天驾车.已知第一天夫妻双方驾车的概率均为$\frac{1}{2}$.

(1)在刚开始的三天中,妻子驾车天数的概率分布列和数学期望;

(2)设在第n天时,由丈夫驾车的概率为p_n,求数列$\{p_n\}$的通项公式.