

# 渝琼辽（新高考 II 卷）名校仿真模拟 2023 年联考 数学试题

（满分：150 分；考试时间：120 分钟）

2023 年 3 月

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂；答非选择题时，必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写；必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效；保持答卷清洁、完整。
3. 考试结束后，将答题卡交回（试题卷学生保存，以备评讲）。

## 第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题只有一个选项是正确的，每小题 5 分，共 40 分。

1. 对于集合  $A, B$ ，定义集合  $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ ，已知集合  $U = \{x | -3 < x < 7, x \in \mathbb{Z}\}$ ， $E = \{-1, 0, 2, 4, 6\}$ ， $F = \{0, 3, 4, 5\}$ ，则  $\complement_U(E - F) = (\quad)$   
A.  $\{-2, 0, 1, 3, 4, 5\}$                       B.  $\{0, 1, 3, 4, 5\}$   
C.  $\{-1, 2, 6\}$                               D.  $\{-2, 0, 1, 3, 4\}$
2. 若复数  $z$  满足  $\frac{z(1+i)i^7}{1-i} = 2-i$ ，则复数  $\bar{z}$  的虚部为  $(\quad)$   
A.  $-i$                       B.  $i$                       C.  $-1$                       D.  $1$
3. “数学王子”高斯是近代数学奠基者之一，他的数学研究几乎遍及所有领域，在数论、代数学、非欧几何、复变函数和微分几何等方面都作出了开创性的贡献。我们高中阶段也学习过很多高斯的数学理论，比如高斯函数、倒序相加法、最小二乘法、每一个  $n$  阶代数方程必有  $n$  个复数解等。已知某数列的通项  $a_n = \frac{2n-51}{2n-52}$ ，则  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{51} = (\quad)$   
A. 48                      B. 49                      C. 50                      D. 51
4. 已知某圆台的母线长为 4，母线与轴所在直线的夹角是  $60^\circ$ ，且上、下底面的面积之比为 1:9，则该圆台外接球的表面积为  $(\quad)$   
A.  $40\pi$                       B.  $48\pi$                       C.  $128\pi$                       D.  $208\pi$

渝琼辽名校仿真模拟联考 数学 第 1 页（共 6 页）

5. 若  $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}=2$ , 则  $\sqrt{\frac{1+2\sin 2\theta+3\cos^2\theta}{1-2\sin 2\theta+3\cos^2\theta}} = ( \quad )$
- A. 5                      B.  $\frac{4}{3}$                       C. 2                      D. 4
6. 已知函数  $f(x)$  满足  $2f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{mx^2+3x+2m}{x}$ , 若  $\forall x \in (1, +\infty), f(x) \leq e^x$ , 则  $m$  的取值范围为 ( )
- A.  $[e-1, +\infty)$       B.  $(e-1, +\infty)$       C.  $(-\infty, e-1]$       D.  $(-\infty, e-1)$
7. 盲盒里有大小、形状完全相同的 3 个绿球, 4 个红球, 现抛掷一枚均匀的骰子, 掷出几点就从盲盒里取出几个球. 则取出的球全是绿球的概率为 ( )
- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{10}$                       C.  $\frac{3}{7}$                       D.  $\frac{1}{7}$
8. 已知  $O$  为平面直角坐标系的原点, 点  $A(0, 1)$ ,  $B$  为圆  $(x-2)^2+(y-2)^2=1$  上动点, 记经过  $A, B$  的直线为  $l$ , 以  $O$  为圆心与  $l$  相切的圆的面积为  $S_1$ , 经过  $O, A, B$  三点的圆的面积为  $S_2$ , 则  $S_1 \cdot S_2$  的最大值为 ( )
- A.  $(9+4\sqrt{2})\pi^2$       B.  $(13+4\sqrt{3})\pi^2$       C.  $(\frac{9}{4}+\sqrt{2})\pi^2$       D.  $(\frac{13}{4}+\sqrt{3})\pi^2$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

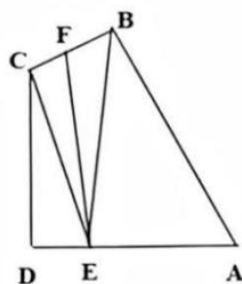
9. 设  $m, n$  是空间中两条不同直线,  $\alpha, \beta$  是空间中两个不同平面, 则下列选项中错误的是 ( )
- A. 当  $\alpha \perp \beta$  时, “ $m // \alpha$ ”是“ $m // \beta$ ”的充要条件.
- B. 当  $\alpha // \beta$  时, “ $n \perp \alpha$ ”是“ $n \perp \beta$ ”的充要条件.
- C. 当  $m \subset \alpha$  时, “ $m \perp \beta$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的充分不必要条件.
- D. 当  $m \subset \alpha$  时, “ $n // \alpha$ ”是“ $m // n$ ”的必要不充分条件.

10. 下列命题中为真命题的是 ( )

- A. 用最小二乘法求得的一元线性回归模型的残差和一定是 0.
- B. 一组数按照从小到大排列后为:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 计算得:  $n \times 25\% = 17$ , 则这组数的 25% 分位数是  $x_{17}$ .
- C. 在分层抽样时, 如果知道各层的样本量、各层的样本均值及各层的样本方差, 可以计算出所有数据的样本均值和方差.
- D. 从统计量中得知有 97% 的把握认为吸烟与患肺病有关系, 是指推断有 3% 的可能性出现错误.

11. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $DA \perp DC, BC \perp BA, \angle BAD = 60^\circ, AD = 2, CD = \sqrt{3}$ ,  $F$  为线段  $BC$  的中点,  $E$  为线段  $AD$  上一动点 (包括端点),  $\overrightarrow{FE} = m\overrightarrow{CD} + n\overrightarrow{BA}$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A.  $AB = \frac{5}{2}$
- B.  $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EC}$  的最小值为  $\frac{15}{4}$
- C. 若  $E$  为线段  $AD$  的中点, 则  $m + n = 1$
- D.  $n$  的最大值为  $\frac{13}{10}$



12. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $(0, +\infty)$  上的函数,  $f'(x)$  是  $f(x)$  的导函数, 若

$x^2 f'(x) + x f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$ , 且  $f(2) = \frac{e}{2}$ , 则下列结论正确的是 ( )

- A. 函数  $f(x)$  在定义域上有极小值.
- B. 函数  $f(x)$  在定义域上单调递增.
- C. 函数  $H(x) = x f(x) - e \ln x$  的单调递减区间为  $(0, 2)$ .
- D. 不等式  $f(x) > \frac{e^{\frac{1}{2}x} + e}{4}$  的解集为  $(2, +\infty)$ .

## 第 II 卷（非选择题 共 90 分）

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

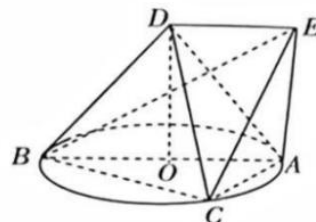
13.  $e$  作为数学常数，它的一个定义是  $e = \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ ，其数值约为：2.7182818284...，梓轩在设置手机的数字密码时，打算将  $e$  的前 5 位数字：2, 7, 1, 8, 2 进行某种排列得到密码，如果要求两个 2 不相邻，那么梓轩可以设置的不同密码有\_\_\_\_\_种（以数字作答）.
14. 设  $f(x) = \sin(2x + 2\varphi)$ ， $\varphi \in [0, \frac{\pi}{2})$ ，将函数  $f(x)$  的图象左移  $\frac{\pi}{6}$  个单位得到  $g(x)$  的图象， $g(x)$  为偶函数，则  $\varphi =$ \_\_\_\_\_.
15. 单位向量  $\vec{e}$  与  $\vec{a} = (3, 4)$  的夹角为  $60^\circ$ ，则  $\vec{e} =$ \_\_\_\_\_.
16. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ， $F$  为左焦点，过点  $F$  作  $FB \perp x$  轴交双曲线于第二象限内的点  $B$ ，点  $A$  与点  $B$  关于原点对称，连接  $AB, AF$ ，当  $\angle BAF$  取得最大值时双曲线的离心率为\_\_\_\_\_.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $\log_3 b_{n+1} - 1 = \log_3 b_n$ ，且  $2a_n = a_{n+1} + a_{n-1} (n \geq 2)$ ， $S_3 = b_3 = 9, b_4 = a_{14}$ .
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式；
- (2) 若  $c_n = a_{n+1} \cdot b_{n+1}$ ，求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .
18. (12 分)  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ， $AC = 4, BC = 2$ ， $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AB} (0 < \lambda < 1)$ .
- (1)  $\angle ACB = 120^\circ, \lambda = \frac{1}{3}$  时，求  $CD$  的长度；
- (2) 若  $CD$  为角  $C$  的平分线，且  $CD = 2$ ，求  $\triangle ABC$  的面积.

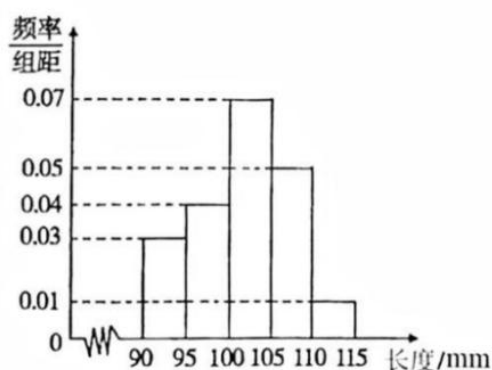
19. (12分) 如图,  $D$  为圆锥  $DO$  的顶点,  $O$  为圆锥底面的圆心,  $AB$  为直径,  $C$  为底面圆周上一点, 四边形  $OAED$  为正方形,  $BC = \sqrt{3}AC$ .

- (1) 若点  $F$  在  $BC$  上, 且  $DF \parallel$  面  $ACE$ , 请确定点  $F$  的位置并说明理由;
- (2) 求二面角  $D-BC-E$  的余弦值.



20. (12分) 某企业为检查一条流水线的生产情况, 随机抽取该流水线上的 40 件产品作为样本测出它们的长度(单位: mm), 长度的分组区间为  $(90, 95]$ ,  $(95, 100]$ ,  $(100, 105]$ ,  $(105, 110]$ ,  $(110, 115]$ . 由此得到样本的频率分布直方图, 如图所示.

- (1) 在上述抽取的 40 件产品中任取 2 件, 设  $X$  为长度超过 105 mm 的产品数量, 求  $X$  的分布列和数学期望.
- (2) 从该流水线上任取 5 件产品, 设  $Y$  为长度超过 105 mm 的产品数量, 求  $Y$  的数学期望和方差.





21. (12分) 已知一条长为 $4\sqrt{3}$ 的线段 $AB$ 的端点 $A$ 、 $B$ 分别在双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的两条渐近线上滑动, 点 $P$ 是线段 $AB$ 的中点.

(1) 求点 $P$ 的轨迹 $C$ 的方程.

(2) 直线 $l$ 过点 $D(-4\sqrt{2}, 0)$ 且与 $C$ 交于 $E$ 、 $F$ 两点,  $l$ 交 $y$ 轴于点 $M(0, t)$ . 设 $\overrightarrow{ME} = m_1 \overrightarrow{ED}$ ,  $\overrightarrow{MF} = m_2 \overrightarrow{FD}$ , 求证:  $m_1 + m_2$ 为定值.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = a \ln x + x$ 的图象与 $x$ 轴有两个交点 $A(x_1, 0)$ ,  $B(x_2, 0)$  ( $x_1 \neq x_2$ ).

(1) 求实数 $a$ 的取值范围;

(2) 设点 $C(x_0, 0)$ , 满足 $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{CB}$ , 且 $f'(x_0) > 0$ 恒成立, 求实数 $\lambda$ 的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw