

2023 届高三年级五月适应性考试

数学试题

时限：120 分钟 满分：150 分 命审题：高三数学备课组

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $2-z=zi$ ，则 $|\bar{z}+i|$ =

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{5}$

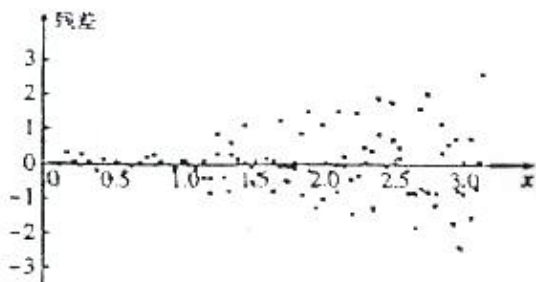
2. 若集合 $A=\{x|\log_2 x < 1\}$ ， $B=\{x||x| \geq 1\}$ ，则 $A \cup C_R B$ =

- A. $\{x|0 < x < 1\}$ B. $\{x|-1 < x < 2\}$
C. $\{x|-1 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$ D. $\{x|x < 2\}$

3. 根据变量 Y 和 x 的成对样本数据，由一元线性回归模型 $\begin{cases} Y = bx + a + e \\ E(e) = 0, D(e) = \sigma^2 \end{cases}$ 得到经验回归模型

$\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，对应的残差如图所示，模型误差

- A. 满足一元线性回归模型的所有假设
B. 不满足一元线性回归模型的 $E(e) = 0$ 的假设
C. 不满足一元线性回归模型的 $D(e) = \sigma^2$ 的假设
D. 不满足一元线性回归模型的 $E(e) = 0$ 和 $D(e) = \sigma^2$ 的假设



4. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列， $m, n, r, s \in \mathbb{N}^*$ ，则 “ $m+n=r+s$ ” 是 “ $a_m a_n = a_r a_s$ ” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. $(\frac{\sin \theta}{x} - x + 1)^6$ 的展开式中 x^4 的系数为 12，则 $\cos 2\theta =$

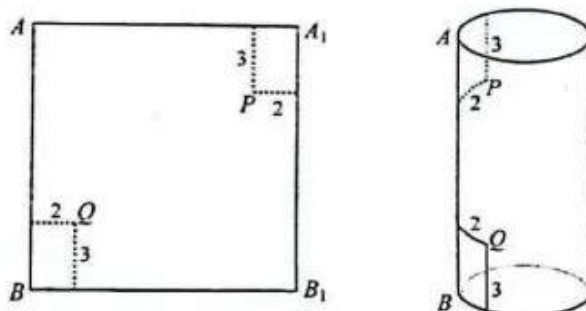
- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

6. 已知 $0 < x < 1$ ，则下列结论正确的是

- A. $\frac{\sin x}{x} < (\frac{\sin x}{x})^2 < \frac{\sin x^2}{x^2}$ B. $(\frac{\sin x}{x})^2 < \frac{\sin x}{x} < \frac{\sin x^2}{x^2}$
C. $(\frac{\sin x}{x})^2 < \frac{\sin x^2}{x^2} < \frac{\sin x}{x}$ D. $\frac{\sin x^2}{x^2} < (\frac{\sin x}{x})^2 < \frac{\sin x}{x}$

7. 正方形 ABB_1A_1 的边长为 12, 其内有两点 P, Q , 点 P 到边 AA_1, A_1B_1 的距离分别为 3, 2, 点 Q 到边 BB_1, AB 的距离也是 3 和 2. 现将正方形卷成一个圆柱, 使得 AB 和 A_1B_1 重合 (如图), 则此时 P, Q 两点间的距离为

- A. $\frac{6\sqrt{1+\pi^2}}{\pi}$
B. $\frac{6\sqrt{2+\pi^2}}{\pi}$
C. $\frac{6\sqrt{3+\pi^2}}{\pi}$
D. $\frac{6\sqrt{4+\pi^2}}{\pi}$



8. 已知点 $A(3,0)$, O 为坐标原点, 动点 M 满足 $|MA|=2|MO|$, P, Q 为直线 $l: y=x-3$ 上的两点, 且对任意的点 M 都有 $\angle PMQ \geq \frac{\pi}{2}$, 则线段 PQ 长度的最小值为

- A. $8\sqrt{2}+4$ B. $3\sqrt{2}+4$ C. $4\sqrt{2}+2$ D. $4\sqrt{2}+4$

二、多项选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分.

9. 已知某果园的每棵果树生长的果实个数为 X , 且 X 服从正态分布 $N(90, \sigma^2)$, X 小于 70 的概率为 0.2, 从该果园随机选取 10 棵果树, 其中果实个数在 $[90, 110]$ 的果树棵数记作随机变量 Y , 则下列说法正确的是

- A. $P(90 \leq X \leq 110) = 0.3$ B. $P(Y=1) = 0.3 \times 0.7^9$
C. $E(Y) = 2$ D. $D(Y) = 2.1$

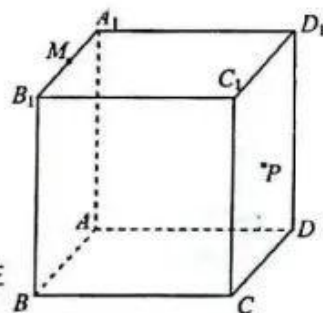
10. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , $P(x_0, y_0)$ 为椭圆 C 上的一点, 且在第一象限, 点 $Q(m, n)$ 为 $\triangle PF_1F_2$ 的内心, 下列说法正确的是

- A. $2y_0 = 3n$ B. $|PF_1| - |PF_2| = 2m$
C. $x_0 = 2m$ D. $m+n$ 的最大值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, M 是棱 A_1B_1 的中点,

P 是平面 CDD_1C_1 上的动点 (如图), 则下列说法正确的是

- A. 若点 P 在线段 C_1D 上, 则 $BP \parallel$ 平面 B_1D_1A
B. 平面 $PBD_1 \perp$ 平面 A_1C_1D
C. 若 $\angle MBP = \angle MBD_1$, 则动点 P 的轨迹为抛物线
D. 以 $\triangle ABA_1$ 的一边 A_1B 所在直线为旋转轴, 其余两边旋转一周, 在



旋转过程中, 三棱锥 $A-BDC_1$ 体积的取值范围为 $\left[\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{2}}{12}, \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{2}}{12}\right]$

19. (本小题 12 分) 某猎人发现在距离他 100 米处的位置有一只猎物, 如果直接射击, 则只射击一次就击中猎物的概率为 $\frac{3}{5}$, 为了有更大的概率击中猎物, 猎人准备多次射击. 假设每次射击结果之间相互独立, 猎人每次射击击中猎物的概率与他和猎物之间的距离成反比.

(1) 如果猎人第一次射击没有击中猎物, 则猎人经过调整后进行第二次射击, 但由于猎物受到惊吓奔跑, 使得第二次射击时猎物和他之间的距离增加了 50 米; 如果第二次射击仍然没有击中猎物, 则第三次射击时猎物和他之间的距离又增加了 50 米, 如此进行下去, 每次射击如果没有击中, 则下一次射击时猎物和他之间的距离都会增加 50 米. 当猎人击中猎物或发现某次射击击中的概率小于 $\frac{2}{9}$ 时就停止射击, 求猎人停止射击时射击次数的概率分布列与数学期望.

(2) 如果猎人直接连续射击, 由于射击速度很快, 可以认为在射击期间猎物和猎人之间的距离保持不变. 如果希望至少击中猎物一次的概率超过 98%, 至少要连续射击多少次?

附: $\ln 2 \approx 0.693$, $\ln 3 \approx 1.099$, $\ln 5 \approx 1.609$.

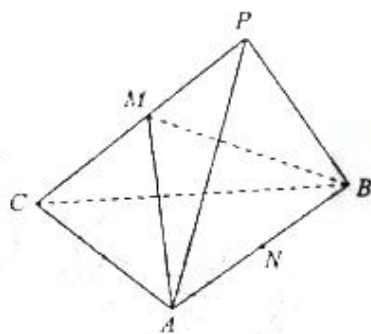
20. (本小题 12 分) 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点均在半径为 $\sqrt{2}$ 的球面上, 且

$PA=PB=PC=AC=BC$, $AC \perp BC$, N 为 AB 的中点.

(1) 证明: $PN \perp$ 平面 ABC

(2) 若 M 是线段 PC 上的点, 且平面 MAB 与平面 PAB 的夹角为 45° ,

求 AM 与平面 PBC 所成角的正弦值.



21. (本小题 12 分) 已知抛物线 T 的顶点在原点, 对称轴为坐标轴, 且过 $(-2, 1)$, $(1, \frac{1}{4})$, $(-2, -2)$, $(3, -2)$ 四点中的两点.

(1) 求抛物线 T 的方程;

(2) 已知圆 $x^2 + (y-2)^2 = 3$, 过点 $P(m, -1)$ ($m \neq \pm\sqrt{3}$) 作圆的两条切线, 分别交抛物线 T 于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 和 $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ 四个点, 试判断 $x_1 x_2 x_3 x_4$ 是否是定值? 若是定值, 求出定值, 若不是定值, 请说明理由.

22. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = ae^{2x-1} - x^2(\ln x + \frac{1}{2})$

(1) 若 $a=0$, 证明: $f(x) \geq \frac{x^2}{2} - x^3$;

(2) 设 $g(x) = xf(x) + \frac{x^2}{e^x}$, 若 $\forall x > 1$, $xg(\frac{\ln x}{x-1}) < g(\frac{x \ln x}{x-1})$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

