# 巴蜀中学 2 022 届高考适应性月考卷 (二) 1 1 1 1 COM 数学参考答案

- 、单项选择题(本大题共8小题,每小题5分,共40分)

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 11 | 7 | 8 |
|----|---|---|---|---|---|------|---|---|
| 答案 | В | D | A | В | A | С    | D | D |

## 【解析】

1.  $M = \{x \mid x < 0\}$ ,  $N = \{x \mid x < -1$ 或 $x > 2\}$ ,  $M \cap N = \{x \mid x < -1\}$ , 故选 B.

2. 
$$a = \frac{1}{2} = \log_7 \sqrt{7} > b = \log_7 \sqrt{5}$$
,  $c = \log_8 7 > \log_8 \sqrt{8} = \frac{1}{2}$ , 所以  $c > a > b$ , 故选 D.

3. p: 0 < x < 2,q: (x+a)(x+2) < 0,由  $p \neq q$ 的充分不必要条件,所以q: -2 < x < -a,且  $-a \geqslant 2$ ,  $-2 \geqslant a$ , 故选 A.

- 4. 常数项为 $3+\frac{1}{x}\times C_6^1(-x)=3-6=-3$ , 故选 B.
- 5. 因为该公司 2020年总收入为200亿元,预计每年总收入比前一年增加20亿元,所以2025 年的总收入为300亿元;因为要求从2021年起每年通过理财业务的收入是前一年的1倍, 所以 2 025 年通过理财业务的收入为  $50t^5$  亿元,所以  $300-50t^5 \leqslant 300 \times 0.6$ ,解得  $t \geqslant \sqrt[5]{2.4}$  . 故q的值至少为 $\sqrt[3]{2.4}$ , 故选 A.
- 6. 由图可知 $\overline{x}_{\mathbb{H}} = \frac{1}{5}(4+5+2+8+6) = 5$ ,  $\overline{x}_{\pm} = \frac{1}{5}(5+3+7+6+4) = 5$ ,  $s_{\mathbb{H}}^2 = \frac{1}{5}[(4-5)^2+(5 +(2-5)^2+(8-5)^2+(6-5)^2]=4$ ,  $s_{\pm}^2=\frac{1}{5}[(5-5)^2+(3-5)^2+(7-5)^2+(6-5)^2+(4-5)^2]=2$ , 以 $\frac{1}{x_B} = x_{\pm}$ , $s_B^2 > s_{\pm}^2$ ,所以本次投篮练习中男女同学的投篮水平相当,但女同学要比男同 学稳定,故选 C.
- 7. 易知点 P, Q, S 为中点,  $B_1P=B_1Q=B_1S=1$ , 且  $B_1P$ ,  $B_1Q$ ,  $B_1S$  两两垂直,所以三棱锥  $B_1 - PQS$  的体积为 $V = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{6}$ , 故选 D.

的两个零点为
$$x_1$$
,  $x_2$ , 且 $x_1 < x_2$ , 由 $x^2 - \frac{a}{2}x - 4 = 0$ , 得 $x_1 = \frac{\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} + 16}}{2}$ ,  $x_2 = \frac{\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + 16}}{2}$ ,

所以函数 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{2}x + 4, & x < x_1, \\ 2x^2 - \frac{a}{2}x - 4, & x_1 \le x \le x_2, \\ \frac{a}{2}x + 4, & x > x_2. \end{cases}$$
 ①当  $a \le 0$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, x_1)$  上单调递减或

为常函数,从而 f(x) 在  $(-\infty, -2)$  不可能单调递增,故 a>0;②当 a>0时, g(-2)=a>0, 所以  $x_1>-2$ ,所以  $-2< x_1<0$ ,因为 f(x) 在  $(-\infty, x_1)$  上单调递增,所以 f(x) 在  $(-\infty, -2)$  上 也单调递增,  $g(\sqrt{3})=-\frac{\sqrt{3}}{2}a-1<0$ ,  $\sqrt{3}< x_2$ ,因为 f(x) 在  $\left[\frac{a}{8}, x_2\right]$  和  $(x_2, +\infty)$  上都单调递增,且函数的图象是连续的,所以 f(x) 在  $\left[\frac{a}{8}, +\infty\right]$  上单调递增,欲使 f(x) 在  $(\sqrt{3}, +\infty)$  上单调递增,只需  $\frac{a}{8} \le \sqrt{3}$ ,得  $a \le 8\sqrt{3}$ ,综上所述:实数 a 的取值范围是  $0 < a \le 8\sqrt{3}$ ,故选 D. 二、多项选择题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项是符合题目要求的。全部选对的得 5 分,有选错的得 0 分,部分选对的得 2 分)

| 题号 | 9   | 10 | 11 11 11 | 12 |
|----|-----|----|----------|----|
| 答案 | ACD | ВС | BCD      | AB |

#### 【解析】

9. 对选项 A 从甲袋中随机摸一个球是红球的概率为  $P = \frac{4}{5}$ ,故 A 对;对选项 B,从乙袋中随机摸一个球是黑球的概率为  $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ,故 B 错;对选项 C,从甲袋中随机摸 2 个球,则 2 个球都是红球的概率为  $P = \frac{C_4^2}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ,故 C 对;对选项 D,从甲、乙袋中各随机摸出 1 个球,则这 2 个球是一红球一黑球的概率  $P = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$ ,故选 ACD.

- 10. 对选项 A, 由 y = f(x-1) 的图象关于直线 x = 1 对称, 有 f(x) = f(-x), 即 y = f(x) 为偶 函数,故A错;对选项B,取x=-2代入f(x+4)-f(x)=2f(2),有f(2)=f(-2)=0, 所以 f(x+4) = f(x), 故函数 y = f(x) 为周期 T = 4 的周期函数, 故 B 对; 对选项 C, f(2022) = f(2) = 0, 故 C 对; 对选项 D, 对任意的 $x_1, x_2 \in (0, 2)$ , 且 $x_1 \neq x_2$ , 都有  $(x_1-x_2)(f(x_1)-f(x_2))>0$  , 所 以 函 数 y=f(x) 在 区 间 (0,2) 单 调 递 增 ,  $f\left(-\frac{7}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) < f\left(-\frac{5}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right)$ , id D iff, id BC.
- 11. 依题意, |MQ|=2, |MN|=4, 因线段 NQ 的垂直平分线交直线 MQ 于点 P, 于是得 |PQ|=|PN|, 当点 P 在线段 MQ 的延长线上时,|PM|-|PN|=|PM|-|PQ|=|MQ|=2, 当点 P 在线段 QM 的延长线上时,|PN|-|PM|=|PQ|-|PM|=|MQ|=2,从而得 ||PM| - |PN|| = 2 < 4 = |MN|, 由双曲线的定义知, 点 M 的轨迹是双曲线.故 A 错, B 对; 选项 C, 点 P 的轨迹方程为  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ , 当  $PM \perp PN$  时,

$$\begin{cases} ||PM| - |PN|| = 2, \\ |PM|^2 + |PN|^2 = |MN|^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow |PM| \bullet |PN| = 6, \quad \text{所以 } S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2} |PM| |PN| = 3, \quad \text{ix C } \ \text{x};$$

$$\begin{cases} \|PM|-|PN\|=2,\\ |PM|^2+|PN|^2=|MN|^2=16 \end{cases} \Rightarrow |PM|\bullet|PN|=6, 所以 S_{\triangle PMN}=\frac{1}{2}|PM\|PN|=3, 故 C 对;$$
 选 项 D , 当  $PM\perp MN$  时 , 
$$\begin{cases} |PM|-|PN|=-2,\\ |PN|^2-|PM|^2=|MN|^2=16 \end{cases} \Rightarrow |PM|=3, 所 以$$
  $S_{\triangle PMN}=\frac{1}{2}|PM\|MN|=6, 故 D 对,故选 BCD.$ 

12. 由 
$$f'(x) = \frac{1}{x} + a(2x - 3) = \frac{2ax^2 - 3ax + 1}{x}$$
 ,所以  $x_1$ ,  $x_2$  为  $2ax^2 - 3ax + 1 = 0$  的两根,且  $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$  , $x_1 x_2 = \frac{1}{2a}$  , $0 < x_1 < x_2$  ,所以  $x_2 = \frac{3}{2} - x_1 > x_1$  ,得  $0 < x_1 < \frac{3}{4}$  ,  $\frac{1}{a} = x_1(3 - 2x_1)$  , 所以  $(2 - t)(2x_1 - 3) < \frac{\ln x_1}{a(1 - x_1)}$  成立,即  $(2 - t)(2x_1 - 3) < \frac{x_1(3 - 2x_1)\ln x_1}{(1 - x_1)}$  ,即  $t - 2 < \frac{x_1 \ln x_1}{1 - x_1}$  , 令  $h(x) = \frac{x \ln x}{1 - x} \left( 0 < x < \frac{3}{4} \right)$  ,则  $h'(x) = \frac{(x \ln x)' \cdot (1 - x) - x \ln x \cdot (1 - x)'}{(1 - x)^2} =$ 

所以 
$$t \le 3 \ln \frac{3}{4} + 2$$
 , 又  $2 > 3 \ln \frac{3}{4} + 2 = 1 + \ln \frac{27e}{64} > 1 + \ln \frac{27 \times 2.7}{64} = 1 + \ln \frac{72.9}{64} > 1$  ,故选 AB.

三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

| 题号 | 13            | 14                                  | 15 N | 16                 |
|----|---------------|-------------------------------------|------|--------------------|
| 答案 | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ | 84   | $-\frac{\ln 2}{2}$ |

#### 【解析】

13. 
$$f(x) = \frac{1}{2}f(x+1)$$
,  $f(-3) = \frac{1}{2}f(-2) = \frac{1}{4}f(-1) = \frac{1}{8}f(0) = \frac{1}{8}$ .

14. 
$$z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$
 (符合条件即可).

- 15. 法一:由题意,15 个名额分成 4 份有 {1, 1, 6, 7}、 {1, 2, 5, 7}、 {1, 3, 4, 7}、 {2, 2, 4, 7}、 {2, 3, 3, 7}, ∴四个单位分配 {1, 1, 6, 7}的方案:  $C_4^2A_2^2$ ;四个单位分配 {1, 2, 5, 7}的方案:  $A_4^4$ ;四个单位分配 {1, 3, 4, 7}的方案:  $A_4^4$ ;四个单位分配 {2, 2, 4, 7}的方案:  $C_4^2A_2^2$ ;四个单位分配 {2, 3, 3, 7}的方案:  $C_4^2A_2^2$ ;二一共有  $3C_4^2A_2^2$  +  $2A_4^4$  = 84 种领取方案. 法二:(采用隔板法)有 7 个名额的队伍只能有一个,剩余 8 个名额用隔板法分给其他 3 个队伍,这样:  $C_4^1C_7^2$  = 84.
- 16. 已知函数  $f(x) = ax^2 + \ln x$  在  $[1, +\infty)$  上存在 1 级 "平移点",则 f(x+1) = f(x) + f(1) 有解,即:  $a(x+1)^2 + \ln(x+1) = ax^2 + \ln x + a$  ,得:  $2ax = \ln \frac{x}{x+1}$  ,所以  $2a = \frac{1}{x} \ln \frac{x}{x+1}$  在  $[1, +\infty)$  上有解,令  $h(x) = \frac{1}{x} \ln \frac{x}{x+1}$  ,  $x \in [1, +\infty)$  ,  $h'(x) = \frac{\left(\frac{1}{x} \frac{1}{x+1}\right) \cdot x (\ln x \ln(x+1))}{x^2} = \frac{\ln(x+1) \ln x + \frac{1}{x+1}}{x^2} > 0$ ,
- 所以有: h(x) 在[1, + $\infty$ ) 上单调递增, 这样  $h(x) \ge h(1) = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$ , 所以  $2a \ge -\ln 2$ ,  $a \ge \frac{-\ln 2}{2}$ .
- 四、解答题(共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)
- 17. (本小题满分 10 分)

(2) 所以 $g'(x) = x^2 - x - 2$ ,列表如下:

| x     | (-∞, -1) | -1  | (-1, 2) | 2 (2, +∞) |
|-------|----------|-----|---------|-----------|
| g'(x) | +        | 0   | _       | 0 7 5.4   |
| g(x)  | 增        | 极大值 | 减       | 极小值增      |

所以,函数 g(x) 的增区间为  $(-\infty, -1)$ ,  $(2, +\infty)$ .

.....(10 分)

18. (本小题满分 12 分)

解: (1) 这 2 000 名学生中大约有 1 909 名同学语文考试成绩位于区间 (100, 120] 之内.

.....(4分)

(2) 列联表如下:

| E.  | 爱好人数 | 不爱好人数 | 合计 |
|-----|------|-------|----|
| 男同学 | 21   | 9     | 30 |
| 女同学 | 16   | 4     | 20 |
| 合计  | 37   | 13    | 50 |

$$\dot{\cdot} \cdot K^2 = \frac{50 \times (21 \times 4 - 16 \times 9)^2}{30 \times 20 \times 37 \times 13} = \frac{300}{481} \approx 0.624 < 2.706 ,$$

所以没有90%的把握认为学生是否爱好学习高中语文与学生性别有关.

.....(12 分)

| 19. | (本小 | 、尟满分 | 12分 | ) |
|-----|-----|------|-----|---|
|     |     |      |     |   |

(1) 证明: ::四边形 ABCD 的对角线互相平分,

 $AC \cap BD = O$ ,

∴ *O* 为 *BD* 的中点,

又:M 为PD 的中点,

 $\therefore OM // PB$ 

 $:OM \subset \mathbb{P}$ 面 PBC,

PB ⊂  $\mp$   $\overline{\text{m}}$  PBC ,

数学参考答案 • 第 5 页 (共 9 页)

(2) 解: ::在等腰直角  $\triangle PDB$  中,又 O 为 BD 的中点,

 $\therefore PO \perp BD$ ,

又 $PO \perp AC$ ,  $AC \cap BD = O$ ,  $AC \subset$ 平面ABCD,  $BD \subset$ 平面ABCD,

以点D为坐标原点,以DA,DB分别为x轴、y轴,过D且与平面ABCD垂直的直线为

$$AD = BD = 2$$
,  $AD \perp BD$ ,

$$BC \perp BD$$
,  $BC = 2$ ,  $AB = CD = 2\sqrt{2}$ ,

$$PB \perp PD$$
,  $PB = PD$ ,

$$\therefore PB = PD = \sqrt{2} , \quad PO = 1 ,$$

$$AD = 2$$
,  $AD \perp BD$ ,  $DO = 1$ ,

$$\therefore AO = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{5} = OC,$$

A(2, 0, 0), P(0, 1, 1), B(0, 2, 0), C(-2, 2, 0),

$$\overrightarrow{PA} = (2, -1, -1)$$
,  $\overrightarrow{PB} = (0, 1, -1)$ ,  $\overrightarrow{PC} = (-2, 1, -1)$ 

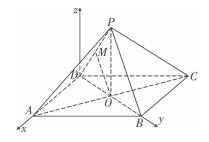
设平面 PAB 和平面 PBC 的法向量分别为  $\overrightarrow{n_1} = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $\overrightarrow{n_2} = (x_2, y_2, z_2)$ , 由  $\left\{ \overrightarrow{n_1} \bullet \overrightarrow{PA} = 0, \atop \overrightarrow{n_1} \bullet \overrightarrow{PB} = 0, \right\}$  得  $\left\{ 2x_1 - y_1 - z_1 = 0, \atop y_1 - z_1 = 0, \right\}$ 

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \overrightarrow{n_1} \bullet \overrightarrow{PA} = 0, \\ \overrightarrow{n_1} \bullet \overrightarrow{PB} = 0, \end{cases} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 2x_1 - y_1 - z_1 = 0, \\ y_1 - z_1 = 0, \end{cases}$$

$$\pm \begin{cases}
\overrightarrow{n_2} \bullet \overrightarrow{PB} = 0, \\
\overrightarrow{n_2} \bullet \overrightarrow{PC} = 0,
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
y_2 - z_2 = 0, \\
-2x_2 + y_2 - z_2 = 0,
\end{cases}$$

$$\cos\langle \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} \rangle = \frac{\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \frac{2}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$
,所以二面角  $C - BP - A$ 的正弦值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .



# 20. (本小题满分 12 分)

若采用方案 B,恰好检验 3 次的概率  $P_2 = \frac{C_6^4}{C_7^5} \cdot \frac{A_4^4}{A_5^5} = \frac{1}{7}$ .....(4 分)

(2) 方案 A 中,检测次数 X 可能取值为 1, 2, 3, 4, 5, 6.

$$\stackrel{\text{\tiny $\Delta$}}{=} X = 1$$
, 2, 3, 4, 5  $\stackrel{\text{\tiny $D$}}{=} \frac{1}{7}$ ;

当
$$X=6$$
时, $P=\frac{2}{7}$ ,

| X 1               | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $P = \frac{1}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{2}{7}$ |

∴数学期望 
$$E(X) = 1 \times \frac{1}{7} + 2 \times \frac{1}{7} + 3 \times \frac{1}{7} + 4 \times \frac{1}{7} + 5 \times \frac{1}{7} + 6 \times \frac{2}{7} = \frac{27}{7}$$
.

(3) 方案B中,检验次数Y可能取值为2, 3, 4, 5.

$$P(Y=2) = \frac{C_6^4}{C_5^7} \cdot \frac{A_4^4}{A_5^5} + \frac{C_6^5}{C_5^7} = \frac{3}{7}$$
,

$$P(Y=3) = \frac{C_6^4}{C_5^5} \cdot \frac{A_4^4}{A_5^5} = \frac{1}{7}$$
,

$$P(Y=4) = \frac{C_6^4}{C_7^5} \cdot \frac{A_4^4}{A_5^5} = \frac{1}{7}$$
,

$$P(Y=5) = \frac{C_6^4}{C_7^5} \cdot \frac{C_2^1 A_4^4}{A_5^5} = \frac{2}{7};$$

方案 A 所需检验的次数不少于方案 B 的概率: P = P(X = 2)P(Y = 2) + P(X = 3)[P(Y = 2)

$$+P(Y=3)]+P(X=4)[P(Y=2)+P(Y=3)+P(Y=4)]+P(X=5)+P(X=6)=\frac{33}{49}$$

$$\overrightarrow{P} = P(Y=2) \left[ 1 - \frac{1}{7} \right] + P(Y=3) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right] + P(Y=4) \left[ 1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{7}$$

$$P(Y=5)\left[1-\frac{1}{7}-\frac{1}{7}-\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\right] = \frac{33}{49}.$$
 (12 \(\frac{1}{2}\))

#### 21. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由题意, 动点 A 到点 B(1, 0) 的距离的等于到直线 x = -1 距离,

联立方程组 
$$\begin{cases} y = k_1(x-1), \\ y^2 = 4x, \end{cases}$$
 整理得  $k_1^2 x^2 - (2k_1^2 + 4)x + k_1^2 = 0$ 

解: (1) 田趣意,切点 A 到点 B(I, 0) 的距离的等于到直线 
$$x = -1$$
 距离,  
所以曲线  $\Omega$  的方程为  $y^2 = 4x$ .  
(2) 设  $m$  ,  $n$  的方程分别为  $y = k_1(x-1)$  ,  $y = k_2(x-1)$  ,  
联立方程组 
$$\begin{cases} y = k_1(x-1), & \text{整理得 } k_1^2 x^2 - (2k_1^2 + 4)x + k_1^2 = 0, \\ y^2 = 4x, & \text{ Multiple of } k_1^2 x^2 - (2k_1^2 + 4)x + k_1^2 = 0, \end{cases}$$
所以  $x_1 + x_2 = \frac{2k_1^2 + 4}{k_1^2}$  ,则  $G\left(\frac{k_1^2 + 2}{k_1^2}, \frac{2}{k_1}\right)$  ,同理  $H\left(\frac{k_2^2 + 2}{k_2^2}, \frac{2}{k_2}\right)$  ,

所以 
$$k_{GH} = \frac{\frac{2}{k_1} - \frac{2}{k_2}}{\frac{k_1^2 + 2}{k_1^2} - \frac{k_2^2 + 2}{k_2^2}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$
,由  $k_1 + k_2 = -1$ ,可得  $k_{GH} = k_1 (1 + k_1)$ ,

所以直线*GH* 的方程为 
$$y - \frac{2}{k_1} = k_1(1 + k_1) \left( x - \frac{k_1^2 + 2}{k_1^2} \right)$$
, 整理得  $y + 2 = k_1(1 + k_1)(x - 1)$ ,

所以直线 GH 恒过定点 (1, -2). .....(12 分)

(也可以设m, n的方程分别为 $x=t_1y+1$ ,  $x=t_2y+1$ )

### 22. (本小题满分 12 分)

解: (1) 因为 
$$f(x) = e^x(mx^2 + x)$$
, 所以  $f'(x) = e^x(mx^2 + x + 2mx + 1)$ ,

(本小越俩分 12 分)  
解: (1) 因为 
$$f(x) = e^x(mx^2 + x)$$
,所以  $f'(x) = e^x(mx^2 + x + 2mx + 1)$ ,  
因为  $f(x)$  在  $x = -\frac{3}{2}$  处取极值,所以  $f'\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$ ,所以  $e^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{9}{4}m - \frac{3}{2} - 3m + 1\right) = 0$ ,

所以
$$m = -\frac{2}{3}$$
,

检验: 当
$$m = -\frac{2}{3}$$
时,  $f'(x) = -\frac{1}{3}e^{x}(2x+3)(x-1)$ ,

| Х     | $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$ | 3 2 | $\left(-\frac{3}{2},\ 1\right)$ | 1   | (1, +∞) |
|-------|--------------------------------------|-----|---------------------------------|-----|---------|
| f'(x) | 4 2 1 1                              | 0   | +                               | 0   | _       |
| f(x)  | 单调递减                                 | 极小值 | 单调递增                            | 极大值 | 单调递减    |

(2) 当m=1时, $f(x)=e^x(x^2+x)$ ,由题知x>0时, $e^x(x^2+x)\geqslant e^xx^2+kx+k\ln x+1$ , 所以x>0时, $e^{x+\ln x}\geqslant k(x+\ln x)+1$ ,

令 $t = x + \ln x$ ,因为 $h(x) = x + \ln x$ 为(0, +∞)上的增函数,且h(x)的值域为 $\mathbb{R}$ ,所以 $t \in \mathbb{R}$ ,

故问题转化为"  $\forall t \in \mathbb{R}$ ,  $e^t - kt - 1 \ge 0$  恒成立", 不妨设  $F(t) = e^t - kt - 1$ , 所以  $F'(t) = e^t - k$ ,

当 $k \leq 0$ 时, $F'(t) = e^t - k > 0$ ,

所以 F(t) 在 **R** 上单调递增,且  $F(0) = e^0 - 1 = 0$ 

所以当 $t \in (-\infty, 0)$ 时, F(t) < F(0) = 0, 这与题意不符;

当k > 0时, 令F'(t) = 0, 解得 $x = \ln k$ ,

当 $t \in (-\infty, \ln k)$ 时,F'(t) < 0,F(t)单调递减,

当 $t \in (\ln k, +\infty)$ 时,F'(t) > 0,F(t)单调递增,

所以 $F(t)_{\min} = F(\ln k) = e^{\ln k} - k \ln k - 1 = k - k \ln k - 1 \ge 0$ ,

所以 $1-\ln k - \frac{1}{k} \ge 0$ ,所以 $\ln k + \frac{1}{k} - 1 \le 0$ ,

$$\vec{i} = \varphi(k) = \ln k + \frac{1}{k} - 1, \ \varphi'(k) = \frac{k - 1}{k^2},$$

当 $k \in (0, 1)$ 时, $\varphi'(k) < 0$ , $\varphi(k)$ 单调递减,当 $k \in (1, +\infty)$ 时,

 $\varphi'(k) > 0$ , $\varphi(k)$  单调递增,

所以 $\varphi(k)_{\min} = \varphi(1) = 0$ ,

又因为  $\ln k + \frac{1}{k} - 1 \le 0$ ,即  $\varphi(k) \le 0$ ,所以 k = 1. (12 分)

(也可直接讨论函数  $F(x) = xe^x - k(x + \ln x) - 1$  的单调性)