

## 24 届高三文科数学上期 10 月阶段性考试试卷

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

### 第 I 卷

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- “ $x > 1$ ”是“ $x > 2$ ”的( )  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知复数  $z$  满足:  $z \cdot i = 1 + i$  ( $i$  为虚数单位), 则  $|z| =$  ( )  
A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  B. 1 C.  $\sqrt{2}$  D. 2
- 已知集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 > 1\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )  
A.  $[-2, -1)$  B.  $[-2, 0] \cup (1, +\infty)$  C.  $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$  D.  $[-2, 1)$
- 已知  $\vec{a} = (1, -1)$ ,  $\vec{b} = (1, 2)$  则  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上投影为( )  
A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  C. 1 D. -1
- 抛物线  $C: y^2 = mx$  过点  $(2, \sqrt{3})$ , 则抛物线  $C$  的准线方程为( )  
A.  $x = \frac{3}{8}$  B.  $x = -\frac{3}{8}$  C.  $y = \frac{3}{8}$  D.  $y = -\frac{3}{8}$
- 为了得到函数  $y = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$  的图象, 只要把函数  $y = \cos(2x + \frac{\pi}{6})$  的图象上所有点( )  
A. 向左平行移动  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度 B. 向右平行移动  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度  
C. 向左平行移动  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度 D. 向右平行移动  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度
- 已知  $F_1, F_2$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 以线段  $F_1F_2$  为直径的圆与双曲线  $C$  的右支交于  $P, Q$  两点, 若  $|PF_1| = \sqrt{3}|PF_2|$ , 其中  $O$  为坐标原点, 则  $C$  的离心率为( )  
A.  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$  B.  $\sqrt{3}$  C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$  D.  $\sqrt{3}+1$
- 异速生长规律描述生物的体重与其它生理属性之间的非线性数量关系, 通常以幂函数形式表示. 比如, 某类动物的新陈代谢率  $y$  与其体重  $x$  满足  $y = kx^\alpha$ , 其中  $k$  和  $\alpha$  为正常数, 该类动物某一个体在生长发育过程中, 其体重增长到初始状态的 16 倍时, 其新陈代谢率仅提高到初始状态的 8 倍, 则  $\alpha$  为( )

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{3}{4}$

9. 设等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且有  $a_3 - 2a_2 = 5$ ,  $S_3 = 3$ , 则  $\{a_n\}$  的公比为 ( )

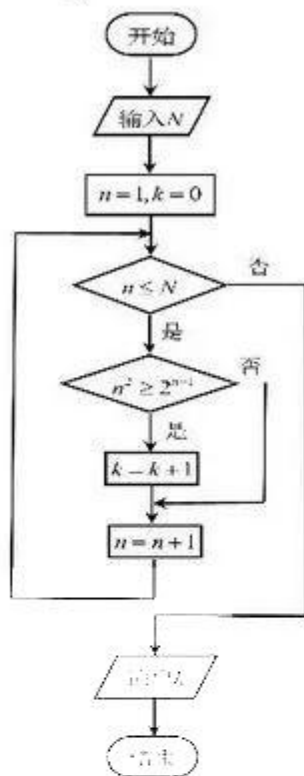
- A.  $\frac{1}{2}$  或 5                  B. 2 或  $\frac{1}{5}$                   C.  $-\frac{1}{2}$  或 -5                  D. -2 或  $-\frac{1}{5}$

10. 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ , 且满足  $\frac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})} = \frac{\sqrt{2}}{5}$ , 则  $\tan \alpha =$  ( )

- A.  $-\frac{3}{4}$                       B.  $-\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{3}$

11. 执行右侧的程序框图, 若输入的  $N=100$ , 则输出的  $k =$  ( )

- A. 9                          B. 8                          C. 7                          D. 6



12. 曲线  $y = \sin x$  在  $x = x_0 (x_0 \geq 0)$  处的切线为  $y = ax + b$ . 若  $\forall x \geq 0, \sin x \leq ax + b$ , 则  $a + b$  的取值 ( )

- A. 无最小值, 无最大值                      B. 无最小值, 有最大值  
C. 有最小值, 无最大值                      D. 有最小值, 有最大值

### 第 II 卷

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 1、2、3、4、5 这五个数的方差为\_\_\_\_\_.

14. 在四棱锥  $E-ABCD$  中, 四边形  $ABCD$  为矩形,  $CE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = CE = 4$ , 该四棱锥的外接球的表面积为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $f(x)$  是定义在  $(0, +\infty)$  上的函数, 且满足  $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ , 当  $x > 1$  时, 有

$$f(x) = \frac{x}{1+x}, \text{ 则当 } 0 < x < 1 \text{ 时, } f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

16. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sqrt{3}a \cos B = b \sin A$ , 且  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{\sqrt{3}}{4}b^2$ , 则  $\frac{a}{c}$  的值为\_\_\_\_\_.

三、解答题(共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (12 分) 由“杂交水稻之父”袁隆平团队研发的晚稻品种“叁优一号”亩产为 911.7 公斤. 在此之前, 同一基地种植的早稻品种亩产为 619.06 公斤. 这意味着双季亩产达到 1530.76 公斤, 实现了“1500 公斤高产攻关”的目标. 在水稻育种中, 水稻的不同性状对水稻的产量有不同的影响. 某育种科研团队测量了株高(单位: cm)和穗长的数据, 如下表(单位: 株):

	长穗	短穗	总计
高杆	34	16	50
低杆	10	40	50
总计	44	56	100

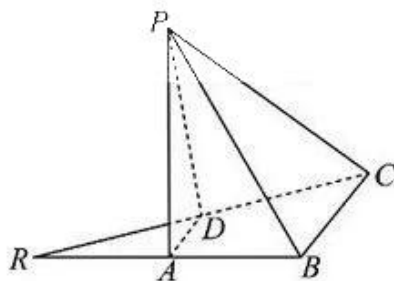
(1) 试判断能否在犯错概率不超过 0.01 的前提下认为株高和穗长之间有关系?

(参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n=a+b+c+d$ )

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k$	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(2) 在 50 株低杆样本中, 采用长穗株与短穗株分层抽样的方式获得 5 株进一步研究, 从这 5 株中抽取 3 株测量每穗总粒数, 求恰有一株长穗的概率.

18. (12 分) 如图, 已知等腰直角三角形  $RBC$ , 其中  $\angle RBC = 90^\circ$ ,  $RB = BC = 2$ . 点  $A$ 、 $D$  分别是  $RB$ 、 $RC$  的中点, 现将  $\triangle RAD$  沿着边  $AD$  折起到  $\triangle PAD$  位置, 使  $PA \perp AB$ , 连接  $PB$ 、 $PC$ .



- 求证:  $BC \perp PB$ ;
- 求四棱锥  $P-ABCD$  的表面积.

19. (12 分) 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且满足  $a_1 + a_3 + a_5 = 15$ ,  $S_7 = 49$ .

- 求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- 若数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = a_n \cdot 3^n$ , 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. (12分) 设函数  $f(x) = e^x \ln x$ .

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在  $x = 1$  处的切线方程  $y = g(x)$ ;

(2) 讨论函数  $y = f(x) - g(x)$  极值点个数.

21. (12分) 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的一个顶点为  $A(0, 1)$ , 焦距为  $2\sqrt{3}$ .

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 过点  $P(-2, 1)$  作斜率为  $k$  的直线与椭圆  $E$  交于不同的两点  $B, C$ , 直线  $AB, AC$  分别与  $x$  轴交于点  $M, N$ . 证明:  $|MN| \cdot |k|$  为定值, 并求出该值.

22. (10分) 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3\cos\varphi \\ y = 3\sin\varphi + 3 \end{cases}$  ( $\varphi$  为参数), 以坐

标原点  $O$  为极点, 以  $x$  轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为

$$\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2.$$

(1) 写出  $C_1$  的极坐标方程和  $C_2$  的普通方程;

(2) 设曲线  $C_3: \theta = \frac{5\pi}{6} (\rho > 0)$  与  $C_1, C_2$  的交点分别为  $M, N$ , 求  $|MN|$  的值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

