高三数学试卷参考答案

1\. A　p的否定是$\forall x\in(0,1)$，$x^3\neq\frac{\sqrt{3}}{3}$.

2\. B　因为$A=\{4,8\}$，$B=\{1,2,4\}$，所以$A\div B=\{1,2,4,8\}$，故$A\div B$的元素的个数为4.

3\. C　$f'(x)=9x^2+\frac{1}{x^2}-2\geqslant2\sqrt{9}-2=4$，当且仅当$x^4=\frac{1}{9}$时，等号成立，所以$k(a)$的最小值为4.

4\. D　设第$i(i=1,2,\cdots,11)$年的销售额为a_i万元，依题意可得数列$\{a_i\}(i=1,2,\cdots,11)$是首项为a，公比为1.2的等比数列，则该公司从第1年到第11年的销售总额为$\frac{a(1-1.2^{11})}{1-1.2}=\frac{a(1.2^{11}-1)}{0.2}=\frac{a(7.43-1)}{0.2}=32.15a$万元.

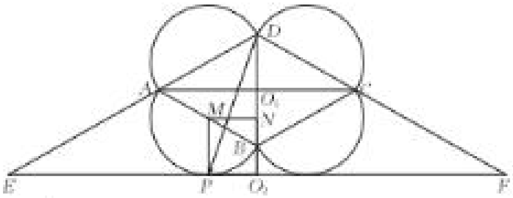
5\. C　因为$f(x+1)$是奇函数，所以$f(-x+1)=-f(x+1)$，则$f(1)=0$. 又$f(2x+3)$是偶函数，所以$f(-2x+3)=f(2x+3)$，所以$f(5)=f(1)=0$.

6\. A　因为$\tan\alpha+\tan\beta=\frac{1}{\cos\beta}$，所以$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{1}{\cos\beta}$，所以$\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\cos\alpha$，即$\sin(\alpha+\beta)=\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)$. 又$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}-\alpha$，即$2\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$或$\alpha+\beta+\frac{\pi}{2}-\alpha=\pi$，即$\beta=\frac{\pi}{2}$(舍去).

7\. A　令$m-\frac{\pi}{12}=k_1\pi(k_1\in\mathbf{Z})$，得$m=\frac{\pi}{12}+k_1\pi(k_1\in\mathbf{Z})$，所以曲线$y=f(x)$关于直线$x=\frac{\pi}{12}+k_1\pi(k_1\in\mathbf{Z})$对称. 令$4m+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k_2\pi(k_2\in\mathbf{Z})$，得$m=\frac{\pi}{12}+\frac{k_2\pi}{4}(k_2\in\mathbf{Z})$，所以曲线$y=g(x)$关于直线$x=\frac{\pi}{12}+\frac{k_2\pi}{4}(k_2\in\mathbf{Z})$对称. 因为$\{m|m=\frac{\pi}{12}+k_1\pi(k_1\in\mathbf{Z})\}$真包含于$\{m|m=\frac{\pi}{12}+\frac{k_2\pi}{4}(k_2\in\mathbf{Z})\}$，所以"曲线$y=f(x)$关于直线$x=m$对称"是"曲线$y=g(x)$关于直线$x=m$对称"的充分不必要条件.

8\. A　如图，设$\overrightarrow{DE}=k\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DF}=k\overrightarrow{DC}$，设$P$是直线$EF$上一点，令$\overrightarrow{DP}=x\overrightarrow{DE}+y\overrightarrow{DF}$，则$x+y=1$，$\lambda+\mu=k(x+y)=k$. 因为$P$是四个半圆弧上的一动点，所以当$EF$与图形下面半圆相切时，$\lambda+\mu$取得最大值. 设线段$AB$的中点为$M$，线段$AC$的中点为$O_1$，连接$MP$，连接$DO_1$并延长使之与$EF$交于点$O_2$，过$M$作$MN\perp DO_2$，垂足为$N$. 因为$\angle ABC=120^\circ$，$AB=2$，所以$DO_1=1$，$O_1O_2=O_1N+NO_2=O_1N+MP=\frac{3}{2}$，则$DO_2=\frac{5}{2}$.

由$\triangle DAC\backsim\triangle DEF$，得$k=\frac{DE}{DA}=\frac{DO_2}{DO_1}=\frac{5}{2}$，故$\lambda+\mu$的最大值为$\frac{5}{2}$.



9. ACD　$f(x)=\lg[(x-\frac{1}{2})^2+10]\geqslant\lg 10=1$，A 正确. 因为当且仅当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 取得最小值，且最小值为 1，所以 $f(1)>1$，所以 $f(1)+f(x)>2$，B 错误. 因为 $0<\log_9 2=\frac{\lg 2}{\lg 9}<\frac{\lg 2}{\lg 8}=\frac{1}{3}$，所以 $|\log_9 2-\frac{1}{2}|>\frac{1}{6}$，又 $|\frac{2}{3}-\frac{1}{2}|=\frac{1}{6}$，且 $f(x)$ 在 $(-\infty,\frac{1}{2})$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(\log_9 2)>f(\frac{2}{3})$，C 正确.

因为 $9^{0.1}=3^{0.2}>3^{0.18}>1$，所以 $9^{0.1}-\frac{1}{2}>3^{0.18}-\frac{1}{2}>\frac{1}{2}$，所以 $f(9^{0.1}-\frac{1}{2})>f(3^{0.18}-\frac{1}{2})$，D 正确.

10. ABC　当 $a_3=7$ 时，公差 $d=2$，$a_7=a_3+4d=7+8=15$，A 正确. 因为 $\{a_n\}$ 是正项等差数列，所以 $a_1=5-d>0$，且 $d\geqslant 0$，所以公差 d 的取值范围是 $[0,5)$，D 错误. 因为 $a_4=5+2d$，所以 a_4 的取值范围是 $[5,15)$，B 正确. $a_7=5+5d\in[5,30)$，当 a_7 为整数时，a_7 的最大值为 29，C 正确.

11. BD　对于选项 A，当 $x_1=1$ 时，$f(x_1)=0$，此时不存在 x_2，使得 $f(x_1)f(x_2)=1$. A 不正确. 对于选项 B，由 $f(x)$，$\frac{1}{f(x)}$ 的定义域相同，若 $f(x)$ 是“A 函数”，则对于任意 $x_1\in D$，都存在唯一的 $x_2\in D$，使得 $f(x_1)f(x_2)=1$，则对于任意 $x_1\in D$，都存在唯一的 $x_2\in D$，使得 $\frac{1}{f(x_1)}\cdot\frac{1}{f(x_2)}=1$，所以 $\frac{1}{f(x)}$ 也是“A 函数”. B 正确. 对于选项 C，不妨取 $f(x)=x$，$g(x)=\frac{1}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，令 $F(x)=f(x)+g(x)=x+\frac{1}{x}\geqslant 2$，则 $F(x_1)F(x_2)\geqslant 4$，故 $f(x)+g(x)$ 不是“A 函数”. C 不正确. 对于选项 D，因为 $f(x)=m+\sin x$，$x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 是“A 函数”，所以 $m+\sin x\neq 0$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上恒成立. 又 $m>0$，所以 $m-1>0$，且 $(m+\sin x_1)(m+\sin x_2)=1$，即对于任意 $x_1\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，都存在唯一的 $x_2\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，使得 $\sin x_2=\frac{1}{m+\sin x_1}-m$，因为 $m-1\leqslant m+\sin x_1\leqslant m+1$，所以 $\frac{1}{m+1}-m\leqslant\frac{1}{m+\sin x_1}-m\leqslant\frac{1}{m-1}-m$，由 $\begin{cases}\frac{1}{m+1}-m\geqslant -1,\\ \frac{1}{m-1}-m\leqslant 1,\end{cases}$ 解得

$m=\sqrt{2}$. D 正确.

12. AD 设函数 $g(x)=\frac{f(x)}{x}+\frac{1}{f(x)}(x>0)$,

则 $g'(x)=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}-\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}=\frac{xf'(x)[f(x)]^2-[f(x)]^3-x^2f'(x)}{x^2[f(x)]^2}<0$,

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,B 错误,D 正确.

从而 $g(1)>g(2)$,即 $\frac{f(1)}{1}+\frac{1}{f(1)}>\frac{f(2)}{2}+\frac{1}{f(2)}$,因为 $f(x)>0$,所以 $f(1)>0,f(2)>0$,

所以 $f(1)f(2)[f(1)-\frac{1}{2}f(2)]>f(1)-f(2)$,C 错误,A 正确.

光速解法:取 $f(x)=x(x>0)$,满足 $f(x)>0$ 且 $xf'(x)[f(x)]^2-x^2f'(x)<[f(x)]^3$,则 $f(1)f(2)[f(1)-\frac{1}{2}f(2)]>f(1)-f(2)$,$\exists a\in(0,+\infty)$,函数 $y=\frac{f(x)}{x}+\frac{a}{f(x)}(x>0)$ 为单调函数.

13. 1 向量 $\overrightarrow{AB}=(x,2x)$ 在向量 $\overrightarrow{AC}=(3,-4)$ 上的投影向量为 $\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\cdot\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\frac{3x-8x}{25}\overrightarrow{AC}$,

则 $-\frac{1}{5}=\frac{3x-8x}{25}$,解得 $x=1$.

14. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ 因为 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$,所以 $2\alpha\in(0,\pi)$,所以 $\sin 2\alpha=\sqrt{1-(\cos 2\alpha)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,

因为 $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{1}{3}$,$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$,所以 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$,$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以 $\sin 3\alpha=\sin(2\alpha+\alpha)=\sin 2\alpha\cos\alpha+\cos 2\alpha\sin\alpha=\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

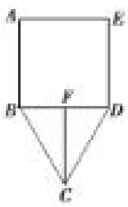
15. $[-44,-43)\cup(57,58]$;-925 或 1625 不等式 $x^2+7a<(7+a)x$ 等价于不等式 $(x-a)(x-7)<0$. 当 $a=7$ 时,$(x-a)(x-7)<0$ 的解集为 $\varnothing$,不合题意;

当 $a<7$ 时,$(x-a)(x-7)<0$ 的解集为 $(a,7)$,则 50 个整数解为 $-43,-42,\cdots,5,6$,所以 $-44\leqslant a<-43$,这 50 个整数元素之和为 $\frac{(-43+6)\times 50}{2}=-925$;

当 $a>7$ 时,$(x-a)(x-7)<0$ 的解集为 $(7,a)$,则 50 个整数解为 $8,9,\cdots,56,57$,所以 $57<a\leqslant 58$,这 50 个整数元素之和为 $\frac{(8+57)\times 50}{2}=1625$.

综上,a 的取值范围是 $[-44,-43)\cup(57,58]$,这 50 个整数元素之和为 -925 或 1625.

16. $\frac{27-3\sqrt{17}}{8}$ 过点 C 作 $CF\perp BD$,垂足为 F. 设 $AB=x(x>0)$,则 $BD=AE=DE=x$,因为 $BC=CD$,所以 $3AB+2BC=12$,则 $BC=6-\frac{3}{2}x$. 由 $BC>0$,$BC+$



$CD>BD$，得 $0<x<3$. 在△BCF 中，$CF=\sqrt{BC^2-BF^2}=\sqrt{(6-\frac{3}{2}x)^2-(\frac{1}{2}x)^2}=\sqrt{2x^2-18x+36}$. 记△$BCD$ 的面积为 S，则 $S=\frac{1}{2}BD\cdot CF=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x^4-9x^3+18x^2}$. 设函数 $f(x)=x^4-9x^3+18x^2$，则 $f'(x)=4x^3-27x^2+36x=x(4x^2-27x+36)$，令 $f'(x)=0$，得 $x=0$ 或 $x=\frac{27\pm3\sqrt{17}}{8}$. 当 $0<x<\frac{27-3\sqrt{17}}{8}$ 时，$f'(x)>0$；当 $\frac{27-3\sqrt{17}}{8}<x<3$ 时，$f'(x)<0$. 故当 $x=\frac{27-3\sqrt{17}}{8}$ 时，$f(x)$ 取得最大值，则 S 取得最大值，此时 $AB=\frac{27-3\sqrt{17}}{8}$.

17. 解：(1)因为 $a\cos B-2b\cos A=b+c$，所以 $\sin A\cos B-2\sin B\cos A=\sin B+\sin C$. …………………………………………………… 2 分

又 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，所以 $-3\sin B\cos A=\sin B$. ……… 3 分

因为 $\sin B\neq0$，所以 $\cos A=-\frac{1}{3}$. …………………………………… 4 分

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\tan A=-2\sqrt{2}$. …………………………… 5 分

(2)△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{2}}{3}bc=2\sqrt{2}$，则 $bc=6$. ……………… 7 分

由 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2+\frac{2}{3}bc$，得 $(b+c)^2=a^2+\frac{4}{3}bc=25$，……………… 9 分

所以 $b+c=5$，故△ABC 的周长为 $5+\sqrt{17}$. ………………………………… 10 分

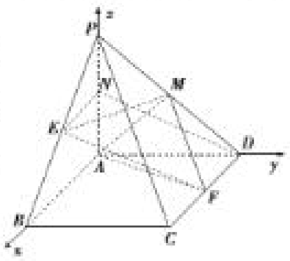
18. (1)证明：取 PA 的中点 N，连接 EN，DN，因为 E 是 PB 的中点，所以 $EN\parallel AB$，$EN=\frac{1}{2}AB$. …………………………………………………… 1 分

又底面 $ABCD$ 为正方形，F 是 CD 的中点，所以 $EN\parallel DF$，$EN=DF$，所以四边形 $ENDF$ 为平行四边形，所以 $EF\parallel DN$. ……………………………………… 3 分

因为 $EF\not\subset$平面 PAD，$DN\subset$平面 PAD，所以 $EF\parallel$平面 PAD. ……………… 4 分

(2)解：以 A 为坐标原点，AB，AD，AP 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图所示的空间直角坐标系，令 $AB=2$，则 $E(1,0,1)$，$F(1,2,0)$，$P(0,0,2)$，$D(0,2,0)$，$M(0,1,1)$. … 5 分

从而 $\overrightarrow{EM}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{MF}=(1,1,-1)$，$\overrightarrow{AF}=(1,2,0)$. …………………………………………………… 6 分



设平面 AMF 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$，则 $\begin{cases}x_1+2y_1=0,\\x_1+y_1-z_1=0,\end{cases}$ 令 $y_1=1$，得 $\boldsymbol{m}=(-2,1,-1)$. ……… 8 分

设平面 EMF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$，则 $\begin{cases}x_2+y_2-z_2=0,\\-x_2+y_2=0,\end{cases}$ 令 $y_2=1$，得 $\boldsymbol{n}=(1,1,2)$. …………………………………… 10 分

$\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=-\frac{1}{2}$. …………………………………… 11 分

故平面 AMF 与平面 EMF 的夹角的余弦值为 $\frac{1}{2}$. …………………………………… 12 分

19. 解：(1) 当 $n=1$ 时，$a_1=2$. …………………………………… 1 分

当 $n\geqslant2$ 时，$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}=n\cdot2^n-(n-1)\cdot2^{n-1}=(n+1)\cdot2^{n-1}$，…………………… 3 分

即 $a_1+a_2+\cdots+a_n=n(n+1)\cdot2^{n-1}$，…………………………………… 4 分

当 $n=1$ 时，上式也成立，

所以 $a_n=n(n+1)\cdot2^{n-1}-(n-1)n\cdot2^{n-2}=n(n+3)\cdot2^{n-2}(n\geqslant2)$. …………………… 5 分

当 $n=1$ 时，也符合 $a_n=n(n+3)\cdot2^{n-2}$，所以 $a_n=n(n+3)\cdot2^{n-2}$. …………………… 6 分

(2) 由 (1) 知 $\frac{a_n}{n}=(n+3)\cdot2^{n-2}$. …………………………………… 7 分

$S_n=4\times2^{-1}+5\times2^0+\cdots+(n+3)\cdot2^{n-2}$，…………………………………… 8 分

$2S_n=4\times2^0+5\times2^1+\cdots+(n+3)\cdot2^{n-1}$，…………………………………… 9 分

则 $-S_n=2+(2^0+2^1+\cdots+2^{n-2})-(n+3)\cdot2^{n-1}=2+(2^{n-1}-1)-(n+3)\cdot2^{n-1}=-(n+2)\cdot2^{n-1}+1$，…………………………………… 11 分

所以 $S_n=(n+2)\cdot2^{n-1}-1$. …………………………………… 12 分

20. 解：(1) 当 $b>a$ 时，该顾客能获得代金券. 设"a 是偶数"为事件 A，"$b>a$"为事件 B，则

$P(AB)=\frac{(20-6)+(20-8)+\cdots+(20-18)}{A_{15}^2}=\frac{56}{210}=\frac{4}{15}$，…………………… 2 分

$P(A)=\frac{8\times14}{A_{15}^2}=\frac{8}{15}$，…………………………………… 3 分

所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{4}{15}}{\frac{8}{15}}=\frac{1}{2}$，所以当顾客抽到的 a 是偶数时，该顾客能获得代金券的概率为 $\frac{1}{2}$. …………………………………… 4 分

(2) X 可能的取值为 0,1,2,3.

当 $X=0$ 时，$b<a$，则 $P(X=0)=\frac{1}{2}$. …………………………………… 5 分

当 $X=1$ 时，$a+1\leqslant b\leqslant2a-1$，若 $a\geqslant11$，则 $a+1\leqslant b\leqslant20$. 对每一个 a，b 有 $20-a$ 种不同的取值，则 (a,b) 共有 $9+8+\cdots+1=45$ 种可能的取值. …………………………………… 6 分

若 $6\leqslant a\leqslant 10$，对每一个 a，b 有 $a-1$ 种不同的取值，则 (a,b) 共有 $5+6+7+8+9=35$ 种可能的取值，所以 $P(X=1)=\frac{45+35}{A_{15}^2}=\frac{8}{21}$. ……………………………… 7 分

当 $X=2$ 时，$2a\leqslant b\leqslant 3a-1$.

若 $a\geqslant 7$，则 $2a\leqslant b\leqslant 20$. 对每一个 a，b 有 $21-2a$ 种不同的取值，则 (a,b) 共有 $7+5+3+1=16$ 种情况.

若 $a=6$，则 $12\leqslant b\leqslant 17$，$(a,b)$ 共有 6 种可能的取值. 所以 $P(X=2)=\frac{16+6}{A_{15}^2}=\frac{11}{105}$. … 9 分

当 $X=3$ 时，$3a\leqslant b\leqslant 4a-1$，$(a,b)$ 只有 $(6,18)$，$(6,19)$，$(6,20)$ 这 3 种情况，所以 $P(X=3)=\frac{3}{210}=\frac{1}{70}$. ……………………………… 10 分

所以 $E(X)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{8}{21}+2\times\frac{11}{105}+3\times\frac{1}{70}=\frac{133}{210}=\frac{19}{30}$. ……………… 12 分

21. (1)解：设椭圆方程为 $px^2+qy^2=1$， ……………………………… 1 分

则 $\begin{cases} q=1, \\ \frac{64}{25}p+\frac{9}{25}q=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} p=\frac{1}{4}, \\ q=1, \end{cases}$ ……………………………… 3 分

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………… 4 分

注：若直接设 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 得到 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，扣 1 分.

(2)证明：设 $P(x_0,y_0)$，$A(m,0)$，$B(n,0)$，

直线 PD：$y+\frac{3}{5}=\frac{y_0+\frac{3}{5}}{x_0+\frac{8}{5}}(x+\frac{8}{5})$，令 $y=0$，得 $x_N=\frac{\frac{3}{5}x_0-\frac{8}{5}y_0}{y_0+\frac{3}{5}}$. ……………… 5 分

直线 PC：$y=\frac{y_0+1}{x_0}x-1$. 令 $y=0$，得 $x_M=\frac{x_0}{y_0+1}$. ……………………… 6 分

$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{NA}=(n-\frac{x_0}{y_0+1})(m-\frac{\frac{3}{5}x_0-\frac{8}{5}y_0}{y_0+\frac{3}{5}})=\frac{(ny_0+n-x_0)(5my_0+8y_0+3m-3x_0)}{(y_0+1)(5y_0+3)}$. ……

……………………………………………………………… 8 分

令 $5my_0+8y_0+3m=-3ny_0-3n$，

令 $5m+8=-3n$，$3m=-3n$，得 $n=4$，$m=-4$， ……………………………… 10 分

则 $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{NA}=\frac{-3[(4y_0+4)^2-x_0^2]}{(y_0+1)(5y_0+3)}=\frac{-3[(4y_0+4)^2-(4-4y_0^2)]}{(y_0+1)(5y_0+3)}=\frac{-12(5y_0^2+8y_0+3)}{5y_0^2+8y_0+3}=-12$.

故存在 $A(-4,0)$ 和 $B(4,0)$，使得 $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{NA}$ 是定值，且定值为 -12. ……………… 12 分

【高三数学·参考答案 第 6 页(共 7 页)】

22. (1)解：令 $f(x)=0$，得 $e^{\frac{1}{x}-a}+\ln x-a=0$，则 $e^{\frac{1}{x}-a}+\frac{1}{x}-a=e^{\ln\frac{1}{x}}+\ln\frac{1}{x}$. ················ 2分

令函数 $g(x)=e^x+x$，则 $g(\frac{1}{x}-a)=g(\ln\frac{1}{x})$，

因为 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $\frac{1}{x}-a=\ln\frac{1}{x}$，即 $a=\ln x+\frac{1}{x}$. ································ 3分

令函数 $h(x)=\ln x+\frac{1}{x}$，则 $h'(x)=\frac{x-1}{x^2}$，则 $h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，所以 $h(x)_{\min}=h(1)=1$. ·· 4分

因为当 $x\to 0$ 时，$\ln x+\frac{1}{x}=\frac{x\ln x+1}{x}\to+\infty$，当 $x\to+\infty$ 时，$\ln x+\frac{1}{x}\to+\infty$， ········· 5分

依题意可得方程 $a=\ln x+\frac{1}{x}$ 有两个不相等的正根，所以 $a>1$，即 a 的取值范围是 $(1,+\infty)$. ·· 6分

(2)证明：令函数 $\varphi(x)=\ln x-\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})$，则 $\varphi'(x)=\frac{(x-1)^2}{-2x^2}<0$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减. ·· 7分

因为 $\varphi(1)=0$，所以当 $x\in(0,1)$ 时，$\varphi(x)>0$；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$\varphi(x)<0$. ················ 8分

不妨假设 $x_1<x_2$，则由(1)知 $0<x_1<1<x_2$，所以 $\varphi(x_1)>0$，$\varphi(x_2)<0$，

所以 $a=\frac{1}{x_1}+\ln x_1>\frac{1}{x_1}+\frac{1}{2}(x_1-\frac{1}{x_1})=\frac{x_1}{2}+\frac{1}{2x_1}$，则 $2ax_1>x_1^2+1$， ······························ 9分

$a=\frac{1}{x_2}+\ln x_2<\frac{1}{x_2}+\frac{1}{2}(x_2-\frac{1}{x_2})=\frac{x_2}{2}+\frac{1}{2x_2}$，则 $2ax_2<x_2^2+1$， ······························ 10分

所以 $2a(x_1-x_2)>x_1^2-x_2^2=(x_1+x_2)(x_1-x_2)$. ·· 11分

因为 $x_1-x_2<0$，所以 $x_1+x_2>2a$. ·· 12分

关于我们

全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。