

遵义市 2023 届高三年级第三次统一考试

文科数学

(满分: 150 分, 时间: 120 分钟)

注意事项:

1. 考试开始前, 请用黑色签字笔将答题卡上的姓名, 班级, 考号填写清楚, 并在相应位置粘贴条形码。
2. 客观题答题时, 请用 2B 铅笔答题, 若需改动, 请用橡皮轻轻擦拭干净后再选涂其它选项; 主观题答题时, 请用黑色签字笔在答题卡相应的位置答题; 在规定区域以外的答题不给分; 在试卷上作答无效。

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

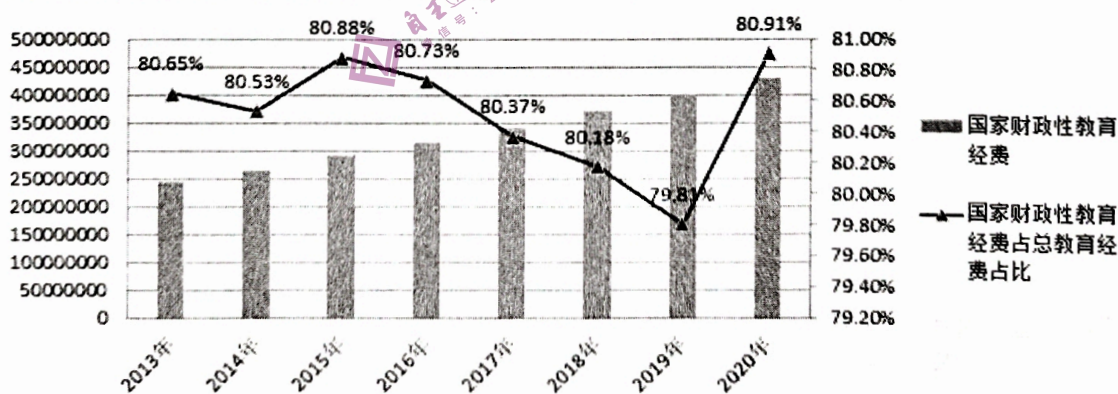
1. 已知集合 $A = \{x | (x+2)(x-3) < 0\}$, 集合 $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $(-\infty, 3)$ B. $(-2, 1)$ C. $(-2, 3)$ D. $(-\infty, 1)$

2. 在复平面内, 复数 $z = \frac{i+2}{i}$ 对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

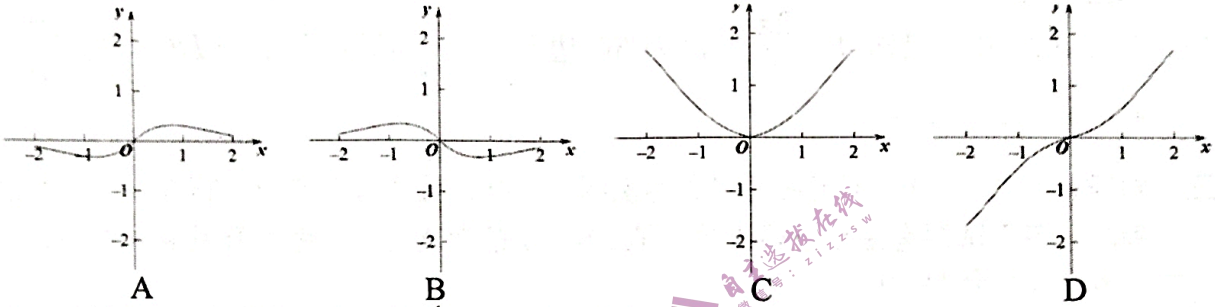
3. 下图是 2013—2020 年国家财政性教育经费 (单位: 万元) 和国家财政性教育经费占总教育经费占比的统计图, 下列说法正确的是



- A. 2019 年国家财政性教育经费和国家财政性教育经费占总教育经费占比均最低
- B. 国家财政性教育经费逐年增加
- C. 国家财政性教育经费占比逐年增加
- D. 2020 年国家财政性教育经费是 2014 年的两倍

4. 朗伯比尔定律 (Lambert-Beerlaw) 是分光光度法的基本定律, 是描述物质对某一波长光吸收的强弱与吸光物质的浓度及其液层厚度间的关系, 其数学表达式为 $A = \lg \frac{1}{T} = Kbc$, 其中 A 为吸光度, T 为透光度, K 为摩尔吸光系数, c 为吸光物质的浓度 (单位: mol/L), b 为吸收层厚度 (单位: cm). 现保持 K, b 不变, 当吸光物质的浓度增加为原来的两倍时, 透光度由原来的 T 变为
- A. $4T$ B. $2T^2$ C. T^2 D. $2T$

5. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{4e^{-|x|}}$ 在 $[-2, 2]$ 上的大致图象是



6. 已知 $a = \sin 0.1$, $b = 10^{-1}$, $c = \tan 0.1$, 则
- A. $c > b > a$ B. $b > c > a$ C. $b > a > c$ D. $a > c > b$

7. 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F , 点 $B(1,3)$, 若点 A 为抛物线任意一点, 当 $|AB| + |AF|$ 取最小值时, 点 A 的坐标为

- A. $(\frac{1}{4}, 1)$ B. $(1, \frac{1}{4})$ C. $(1, 4)$ D. $(4, 1)$

8. 已知锐角 α 满足 $\frac{1}{1 - \tan \alpha} - \frac{1}{1 + \tan \alpha} = 1$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{8}) =$

- A. $-\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ B. -1 C. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ D. 1

9. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点都在球 O 的球面上, 且 $A = 60^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, 球心 O 到平面 ABC 的距离为 2 . 则球 O 的表面积为

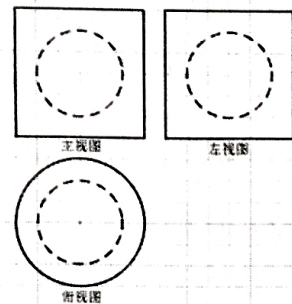
- A. 12π B. 16π C. 20π D. 25π

10. 函数 $f(x) = ax + \frac{\ln x}{b} + 1$ 在 $x=1$ 处取得极值 0 , 则 $a+b =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

11. 如图, 网络纸上绘制的是某质地均匀内部为空的航天器件的三视图 (图中小方格是边长为 1 cm 的正方形), 该器件由平均密度为 9.0 g/cm^3 的合金制成, 则该器件的质量为

- A. $228\pi \text{ g}$ B. $260\pi \text{ g}$
C. $342\pi \text{ g}$ D. $390\pi \text{ g}$



12. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点 F 作 C 的其中一条渐近线的垂线 l , 垂足为 M , l 与 C 的另一条渐近线交于点 N , 且 $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MF} = \mathbf{0}$, 则 C 的渐近线方程为

- A. $2x \pm y = 0$ B. $\sqrt{3}x \pm y = 0$ C. $\sqrt{2}x \pm y = 0$ D. $x \pm y = 0$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若实数 x, y 满足
$$\begin{cases} x+y-1 \leq 0 \\ 2x-y+2 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
，则 $z = x - y$ 的最大值为_____。

14. 已知平面向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ ，且 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 1$ ，则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____。

15. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $S_3 = 3a_3 + 2$ ，写出一个满足条件的通项公式_____。

16. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $A = \frac{2\pi}{3}$ ， D 为 BC 边上一点，且满足 $2BD = DC$ ，则 $\frac{AD}{AB}$ 的最小值为_____。

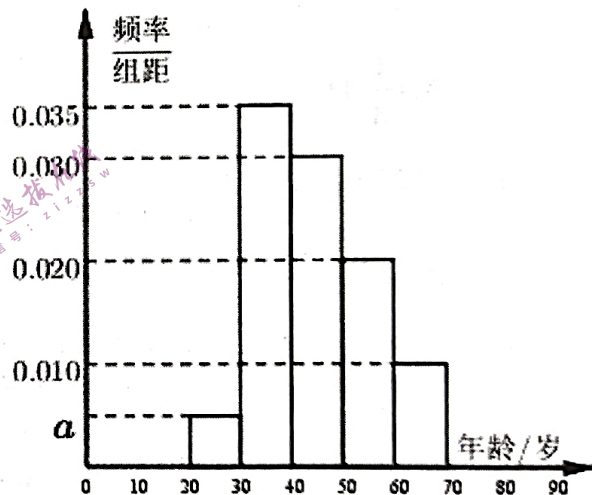
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

2018 年 12 月 8 日，我国在西昌卫星发射中心用长征三号乙运载火箭成功发射嫦娥四号探测器，开启了月球探测的新旅程。为了解广大市民是否实时关注了这一事件，随机选取了部分年龄在 20 岁到 70 岁之间的市民作为一个样本，将此样本按年龄 $[20,30)$ ， $[30,40)$ ， $[40,50)$ ， $[50,60)$ ， $[60,70]$ 分为 5 组，并得到如图所示的频率分布直方图。

- (1) 求图中实数 a 的值，并估计样本数据中市民年龄的众数；
- (2) 为进一步调查市民在日常生活中是否关注国家航天技术发展的情况，现按照分层抽样的方法从 $[40,50)$ ， $[50,60)$ ， $[60,70]$ 三组中抽取了 6 人，再从这 6 人中任意抽取 2 人来讲述自己所了解的中国航天的发展历程，求这 2 人中至少有 1 人的年龄位于 $[50,60)$ 之间的概率。



18. (12 分)

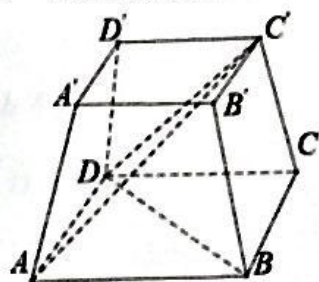
已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且满足 $S_n + n = 2a_n$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ 。

(1) 求证：数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列；

(2) 若 $b_n = \frac{2^n}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

19. (12分)

如图, 棱台 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $AA'=BB'=CC'=DD'=\sqrt{5}$, 底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, 底面 $A'B'C'D'$ 是边长为 2 的正方形, 连接 AC', BD, DC' .



- (1) 证明: $AC' \perp BD$;
 (2) 求三棱锥 $D-BCC'$ 的体积.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - (k+1)x^2 + 2kx$, $g(x) = 2kx + 1$ (其中 $k \in R$).

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
 (2) 若方程 $f(x) = g(x)$ 有三个根, 求 k 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 且过点 $A(1, \frac{3}{2})$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 交椭圆于 P, Q 两点, 直线 AP, AQ 分别交 x 轴于点 M, N ,
 求证: $|AM| = |AN|$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 2 + \frac{1}{2}t \\ y = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 在

以坐标原点为极点, x 轴非负半轴为极轴的极坐标系下, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 6 \cos \theta$.

- (1) 求 l 的普通方程和 C 的直角坐标方程;
 (2) 已知点 $P(1, 0)$, 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $|PA| + |PB|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-1| + |x-2|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集;
 (2) 已知 a, b, c 均为正实数, 若函数 $f(x)$ 的最小值为 t , 且满足 $a+b+c=t$, 求

证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$.