

湖南省普通高中学业水平合格性考试(四)

数 学

时量:90 分钟

满分:100 分

一、选择题:本大题共 18 小题,每小题 3 分,共 54 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}\}$, 则必有 ()

- A. $-1 \in A$ B. $0 \in A$ C. $\sqrt{3} \in A$ D. $2 \in A$

2. 角 $\frac{25\pi}{8}$ 是 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

3. 设命题 $p: \exists x \in \mathbf{N}, n^2 > 3n + 6$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{N}, n^2 \leq 3n + 6$ B. $\forall x \in \mathbf{N}, n^2 \leq 3n + 6$
C. $\forall x \in \mathbf{N}, n^2 > 3n + 6$ D. $\forall x \in \mathbf{N}, n^2 < 3n + 6$

4. 下列四个结论正确的是 ()

- A. 经过三点有且只有一个平面
B. 两条直线确定一个平面
C. 经过一条直线和一个点有且只有一个平面
D. 经过圆上三点有且只有一个平面

5. 函数 $f(x) = \log_2(x-1)$ 的零点为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 下列事件是必然事件的是 ()

- A. 从分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张标签中任取一张, 得到标有数字 4 的标签
B. 函数 $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 为增函数
C. 平行于同一条直线的两条直线平行
D. 随机选取一个实数 x , 得 $2^x < 0$

7. “ $\alpha = 30^\circ$ ”是“ $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ”的 ()

- A. 充分必要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 函数 $f(x) = \tan(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{3})$ 的最小正周期是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 某扇形的圆心角为 60° , 所在圆的半径为 6, 则它的面积是 ()

- A. 6π B. 3π C. 12π D. 9π

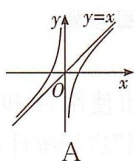
10. 如果 $a > b$, 那么下列说法正确的是 ()

- A. $ac > bc$ B. $ac^2 < bc^2$ C. $ac = bc$ D. $b - a < 0$

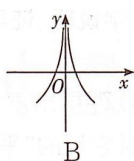
11. 若函数 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(x) = \sqrt{x} + 1 (x > 0)$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x) =$ ()

- A. $-\sqrt{x} + 1$ B. $-\sqrt{-x} - 1$ C. $\sqrt{-x} + 1$ D. $\sqrt{-x} - 1$

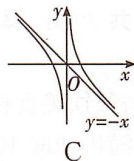
12. 函数 $f(x) = x - \frac{4}{x}$ 的大致图象是 ()



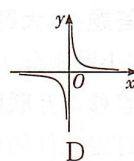
A



B



C



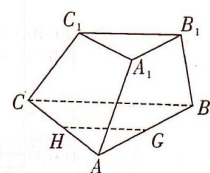
D

13. 已知 $x \in (-2, +\infty)$, 则函数 $y = x + \frac{16}{x+2}$ 的最小值为 ()

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

14. 在三棱台 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, G, H 分别是 AB, AC 的中点, 则 GH 与 B_1C_1 ()

- A. 相交 B. 异面
C. 平行 D. 垂直



15. 下列命题:

- ①若 $a \in \mathbf{R}$, 则 $(a+1)i$ 是纯虚数;
②若 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则 $a+i > b+i$;
③若 $(x^2-4) + (x^2+3x+2)i$ 是纯虚数, 则实数 $x = \pm 2$;
④实数集是复数集的真子集.

其中正确的是

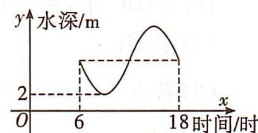
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

16. 一个射手进行射击, 记事件 E_1 : “脱靶”, E_2 : “中靶”, E_3 : “中靶环数大于 4”, E_4 : “中靶环数不小于 5”, 则在上述事件中, 互斥而不对立的事件共有 ()

- A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对

17. 如图, 某港口某天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数 $y = 4\sin(\frac{\pi}{6}x + \varphi) + k$, 据此图象可知, 这段时间水深(单位: m)的最大值为

- A. 10 B. 8 C. 6 D. 5



18. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则 ()

- A. $f(3) < f(-5) < f(-4)$ B. $f(-4) < f(-5) < f(3)$
C. $f(3) < f(-4) < f(-5)$ D. $f(-5) < f(-4) < f(3)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

19. 在平面直角坐标系 Oxy 中, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\overrightarrow{AB} = (1, -2)$, $\overrightarrow{AD} = (2, 1)$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____.

20. 某防疫站对学生进行身体健康调查, 欲采用分层随机抽样的办法抽取样本. 某中学共有学生 2000 名, 抽取了一个容量为 200 的样本, 已知样本中女生比男生少 6 人, 则该校共有女生 _____ 人.

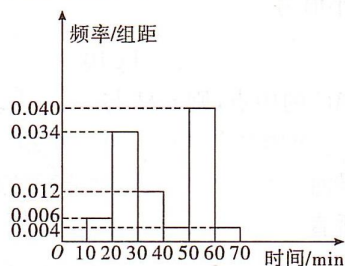
21. 一个口袋中装有大小和形状完全相同的两个红球和两个白球,从这个口袋中任取两个球,则取得的两个球中恰有一个红球的概率是_____.

22. 已知 $f(x)$ 满足对 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) + f(-x) = 0$, 且 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x + m$ (m 为常数), 则 $f(-\ln 5)$ 的值为_____.

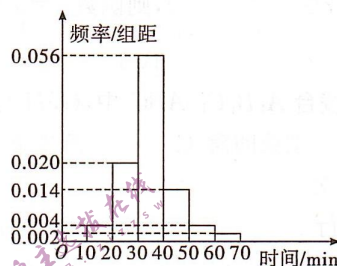
三、解答题:本大题共 3 小题,共 30 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

23. (本小题满分 10 分)

随着移动互联网的发展,与餐饮美食相关的手机软件层出不穷. 现从某市使用 A 和 B 两款订餐软件的商家中分别随机抽取 100 个商家,对它们的“平均送达时间”进行统计,得到频率分布直方图如下.



使用 A 款软件的 100 个商家
“平均送达时间”的频率分布直方图



使用 B 款软件的 100 个商家
“平均送达时间”的频率分布直方图

(1) 试估计该市使用 A 款订餐软件的商家的“平均送达时间”的众数及平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值代表);

(2) 如果以“平均送达时间”的平均数作为决策依据,从 A 和 B 两款订餐软件中选择一款订餐,你会选择哪款?

24. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3}b \sin A = a \cos B$.

(1) 求 B;

(2) 若 $b=3, \sin C = \sqrt{3} \sin A$, 求 a, c .

25. (本小题满分 10 分)

如图,在长方形 ABCD 中, $AB=2, AD=1$, E 为 CD 的中点,以 AE 为折痕,把 $\triangle DAE$ 折起到 $\triangle D'AE$ 的位置,且平面 $D'AE \perp$ 平面 ABCE.

(1) 求证: $AD' \perp BE$;

(2) 求四棱锥 $D'-ABCE$ 的体积.

