

四省
名校

西工大附中 西安铁一中 郑州外国语学校 郑州一中
合肥一中 合肥八中 江西师大附中 南昌五中

联合
命题

华大新高考联盟 2023 年名校高考预测卷(全国卷)

文科数学

审订单位:华中师范大学考试研究院

本试题卷共 4 页,共 23 题。满分 150 分,考试用时 120 分钟

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | x(x+4) < 0\}$, $B = \left\{y \mid y = \frac{x}{4} + \frac{9}{x}, x < 0\right\}$, 则 $A \cap B =$

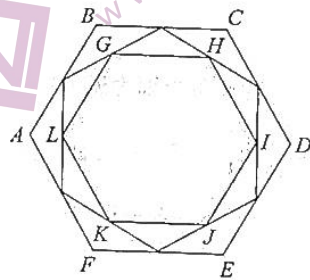
- A. $\left(-4, -\frac{3}{2}\right]$ B. $(-4, -3]$ C. $[-3, 0)$ D. $\left[-\frac{3}{2}, 0\right)$

2. $\frac{2-3i}{1+2i} + (4-i) \cdot i^{2023}$ 的虚部为

- A. $-\frac{27}{5}$ B. $-\frac{9}{5}$ C. $-\frac{11}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

3. 中心对称图形的叠加会产生对称美的效果,现有如下叠加:在正六边形 $ABCDEF$ 中,取六条边的中点顺次连接,得到一个六边形,将上述步骤再重复一次,得到六边形 $GHIJKL$ 如图所示,则往正六边形 $ABCDEF$ 中任意投掷一点,该点落在六边形 $GHIJKL$ 内的概率为

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{9}{16}$ D. $\frac{3}{4}$



4. 已知幂函数 $f(x) = x^\alpha$, $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 若 $f(x) = \frac{f(ex)}{\alpha+1}$, 则下列说法正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 为奇函数 B. 函数 $f(x)$ 为偶函数
C. 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增 D. 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减

数学试题(全国文科数学) 第 1 页(共 4 页)

版权声明:本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物,版权所有,盗版必究。

5. 已知首项为 $\frac{1}{2}$ 的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $(S_{n+1} - S_n)(a_n + 1) + 1 = a_n$, 则 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{2023} =$
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$
6. 已知平面向量 a, b 满足 $|a| = 3, |b| = 1, |a + 2b| = 4$, 则 $a - 3b, b$ 夹角的余弦值为
- A. $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{6}}{12}$ C. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$
7. 阿基米德在他的著作《关于圆锥体和球体》中计算了一个椭圆的面积, 当我们垂直地缩小一个圆时, 我们得到一个椭圆, 椭圆的面积等于圆周率 π 与椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的面积为 21π , 点 P 在椭圆 C 上, 且点 P 与椭圆 C 左、右顶点连线的斜率之积为 $-\frac{9}{49}$, 记椭圆 C 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , 则 $|PF_1|$ 的值不可能为
- A. 4 B. 7 C. 10 D. 14
8. 已知在边长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 在线段 B_1D_1 上(含端点位置), 现有如下说法: ① $CM \parallel$ 平面 A_1BD ; ② $CM \perp AC_1$; ③ 点 M 到平面 ABC_1D_1 的距离的最大值为 1. 则正确说法的个数为
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M, N 在双曲线 C 上, $P(-a, 0)$. 若 $\triangle PMN$ 为等边三角形, 且 $|PF_1| = |F_2M| = |F_2N|$, 则双曲线 C 的渐近线方程为
- A. $y = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}x$ C. $y = \pm x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}x$
10. 已知正数 a, b, c 满足 $a, b, c \neq 1, a < b < c$, 且 $a + b = c$, 记 $m = \log_a(a^x + b^x), n = \log_b(c^x - a^x)$, 现有如下说法:
- ① 若 $a, b, c \in (1, +\infty)$, 则 $\forall x \in (1, +\infty)$, 都有 $m < n < x$;
- ② 若 $a, b, c \in (1, +\infty)$, 则 $\forall x \in (0, 1)$, 都有 $n < x < m$;
- ③ 若 $a, b, c \in (1, +\infty)$, 则 $\forall x \in (0, +\infty)$, 都有 $|m - x| \leq |n - x| \leq |m - n|$;
- ④ 若 $a, b, c \in (0, 1)$, 则 $\forall x \in [1, +\infty)$, 都有 $|n - x| \leq |m - x| \leq |m - n|$.
- 则正确说法的个数为
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
11. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot |\sin x + \cos x|$, 则下列说法错误的是
- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π
- B. 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$ 上单调递减
- C. 若 $f(x_1) + f(x_2) = -\sqrt{2}$, 则 $x_1 + x_2$ 的值可以是 $\frac{3\pi}{2}$
- D. 函数 $g(x) = 4f(x) - x$ 有 4 个零点
12. 已知函数 $f(x) = (x^2 + 1)e^x$, 若对任意 $0 < x_2 < x_1$, $\frac{|f(x_1) - f(x_2)|}{e^{x_1} + e^{x_2}} < \lambda(e^{x_1} - e^{x_2})$ 恒成立, 则实数 λ 的取值范围为
- A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 3]$ D. $\left[\frac{2}{e}, +\infty\right)$

数学试题(全国文科数学) 第 2 页(共 4 页)

版权声明: 本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物, 版权所有, 盗版必究。

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 为了反映城市的人口数量 x 与就业压力指数 y 之间的变量关系,研究人员选择使用非线性回归模型 $y=e^{-\frac{2}{5}x} \cdot e^{\frac{1}{5}r}$ 对所测数据进行拟合,并设 $z=\ln y$, 得到的数据如表所示,则 $c=$ _____.

x	4	6	8	10
z	2	c	5	6

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x, & x \geq 2, \\ 4^{x-2}, & x < 2. \end{cases}$ 则 $f(2x-2) \geq f(x+1)$ 的解集为_____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n = \frac{S_n+1}{2}$, 首项为 1 的正项数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_n = (a_n \cdot b_n)^n$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $Q_n =$ _____.

16. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC < BB_1$, 点 M 是线段 CC_1 上靠近点 C 的三等分点, 记直线 A_1B, AD_1 的夹角为 α_1 , 直线 A_1B, BD 的夹角为 α_2 , 直线 AM, BD 的夹角为 α_3 , 则 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 之间的大小关系为_____. (横线上按照从小到大的顺序进行书写)

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生按照要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 其中 $\tan 2C = \frac{3}{4}$, C 为钝角, 且 $\frac{b}{a} \cos A = 2 \cos B$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

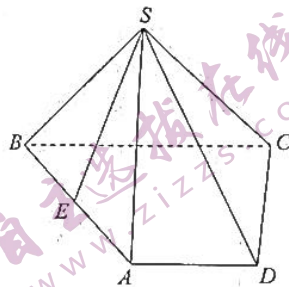
18. (12分)

如图所示, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, 点 E 在线段 AB 上(不含端点位置), $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle BAD = 60^\circ$, $AB=BC=SA=\sqrt{2} SB=\sqrt{2} SC=2AD=4$.

(1) 求证: 平面 $SBC \perp$ 平面 $ABCD$;

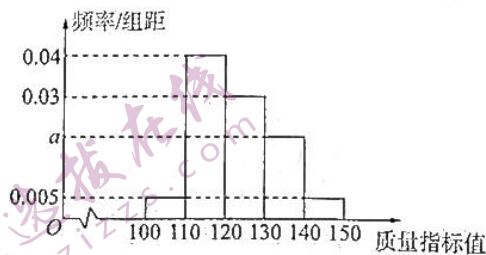
(2) 若四面体 $BCSE$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$, 判断 $\triangle BCE$ 是否为直角三角形. 若是, 请

指出哪个角是直角, 若不是, 请说明理由.



19. (12分)

为了检查工厂生产的某产品的质量指标, 随机抽取了部分产品进行检测, 所得数据统计如下图所示.



(1) 求 a 的值以及这批产品质量指标的平均值;

(2) 若按照分层的方法从质量指标值在 $[110, 130)$ 的产品中随机抽取 7 件, 再从这 7 件中随机抽取 2 件, 求至少有一件的指标值在 $[120, 130)$ 的概率;

数学试题(全国文科数学) 第3页(共4页)

版权声明: 本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物, 版权所有, 盗版必究。

(3)为了调查 A、B 两个机器与其生产的产品质量是否具有相关性,以便提高产品的生产效率,质检人员选取了部分被抽查的产品进行了统计,所得数据如下表所示,判断是否有 99.9% 的把握认为机器类型与生产的产品质量具有相关性.

	A 机器生产	B 机器生产
优质品	200	80
合格品	120	80

附:

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

$$k = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

20. (12分)

已知圆 C_1 过点 $(-3,0), (-1,2), (1,0)$, 抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $A(\frac{1}{4}, 1)$.

(1)求圆 C_1 的方程以及抛物线 C_2 的方程;

(2)过点 A 作抛物线 C_2 的切线 l 与圆 C_1 交于 P、Q 两点,点 B 在圆 C_1 上,且直线 BP、BQ 均为抛物线 C_2 的切线,求满足条件的所有点 B 的坐标.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln x + \lambda x^2$.

(1)若曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x - y = 0$ 相互垂直,探究函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若函数 $g(x) = f(x) + e^{x-1}$ 有唯一的极值 0,求 λ 的值.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多选,则按所做的第一题计分.

22. (10分)[选修 4-4:坐标系与参数方程]

已知在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{t^2 + 2}{t}, \\ y = \frac{3t^4 - 18}{5t}, \end{cases} (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点 O 为极点,

x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,点 $P(2, \frac{\pi}{3})$, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 6 \sin \theta$, 直线 l 的极坐标方程

为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = 3$, 且直线 l 与曲线 C 交于 A、B 两点.

(1)求 $\triangle PAB$ 的面积;

(2)若 $\triangle OAB$ 的外接圆与曲线 C 交于 M、N 两点,求直线 MN 的极坐标方程.

23. (10分)[选修 4-5:不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |ax + 1|$, 且 $f(x) \leq 4$ 的解集为 $[-\frac{5}{3}, 1]$.

(1)求不等式 $f(x) + |x + 3| > 6$ 的解集;

(2)若关于 x 的不等式 $f(p) - 3^q \leq |3p - 2| + \lambda \cdot 3^{-q}$ 对任意的 p, q 恒成立,求实数 λ 的取值范围.

数学试题(全国文科数学) 第 4 页(共 4 页)

版权声明:本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物,版权所有,盗版必究。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线