

绝密★启用前

天一大联考  
2022—2023 学年(下)高一年级期中考试

数 学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码黏贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数  $z = \frac{3+i}{2-i}$ , 则  $|z| =$

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{6}$       D.  $\sqrt{5}$

2. 已知一个圆锥的底面半径为 1, 母线长为 2, 则其侧面展开得到的扇形的圆心角为

- A.  $\frac{\pi}{2}$       B.  $\frac{2\pi}{3}$       C.  $\frac{3\pi}{4}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$

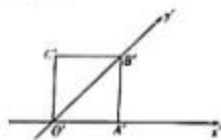
3. 在复平面内, 复数  $(1-4i)(2+3i)$  对应的点位于

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

4. 已知平面向量  $a = (-2, 6)$  与  $b = (-4, \lambda)$  垂直, 则  $\lambda$  的值是

- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $-\frac{4}{3}$       C.  $12$       D.  $-12$

5. 如图所示, 一个水平放置的四边形  $OABC$  的斜二测画法的直观图是边长为 2 的正方形  $O'A'B'C'$ , 则原四边形  $OABC$  的面积是



- A.  $16\sqrt{2}$       B.  $8\sqrt{2}$       C. 16      D. 8

数学试题 第 1 页(共 4 页)



6. 在复平面内, 复数  $z$  对应的点  $Z$  如图所示, 则  $\frac{z}{3+2i} =$

- A.  $\frac{7}{13} + \frac{4}{13}i$       B.  $\frac{7}{13} - \frac{4}{13}i$       C.  $7+4i$       D.  $7-4i$



(第6题图)



(第7题图)



图1



图2

(第8题图)

7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 设  $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = b, \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{ED}$ , 则  $\overrightarrow{BE} =$

- A.  $\frac{11}{15}a - \frac{8}{15}b$       B.  $\frac{2}{3}a - \frac{8}{15}b$   
C.  $-\frac{11}{15}a + \frac{8}{15}b$       D.  $-\frac{2}{3}a + \frac{8}{15}b$

8. 图1是唐朝著名的凤鸟花瓷凤纹银杯, 它的盛酒部分可以近似地看作半球与圆柱的组合体(如图2). 设该银杯内壁的表面积为  $S \text{ cm}^2$ , 半球的半径为  $3 \text{ cm}$ , 若半球的体积不小于圆柱体积, 则  $S$  的取值范围是

- A.  $[24\pi, +\infty)$       B.  $(18\pi, 24\pi]$       C.  $[30\pi, +\infty)$       D.  $(18\pi, 30\pi]$

— 多项选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分.

9. 已知复数  $z = \frac{i}{3+5i}$ , 则

- A.  $z$  的实部是  $\frac{5}{34}$   
B.  $z$  的虚部是  $\frac{3}{34}i$   
C.  $z$  的共轭复数为  $\frac{5}{34} - \frac{3}{34}i$   
D.  $z$  在复平面内对应的点在函数  $y = \frac{3}{4}x$  的图象上

10. 已知向量  $a = (3, -2), b = (2, t) (t \in \mathbb{R})$ , 则

- A. 与  $a$  方向相同的单位向量的坐标为  $(\frac{3}{13}, -\frac{2}{13})$   
B. 当  $t=2$  时,  $a$  与  $b$  的夹角为锐角  
C. 当  $t=1$  时,  $a, b$  可作为平面内的一组基底  
D. 当  $t=4$  时,  $b$  在  $a$  方向上的投影向量为  $(-\frac{3}{13}, \frac{2}{13})$

数学试题 第2页(共4页)

11. 长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的长、宽、高分别为  $3, b, c (3 > b > c)$ , 体积为 6, 外接球的表面积为  $14\pi$ , 则下列说法正确的是
- 长方体的长、宽、高分别为  $3, 2, 1$
  - 沿长方体的表面从  $A$  到  $C_1$  的最短路径长度为  $2\sqrt{5}$
  - 与这个长方体表面积相等的正方体的棱长为 2
  - 设与这个长方体体积相等的正四面体的棱长为  $m$ , 则  $m^3 = 36\sqrt{2}$
12. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 已知  $\sin A = 2\sin B$ , 则下列说法正确的是
- 若  $C = \frac{2\pi}{3}$ , 则  $c = 2; 2b$
  - 若  $C = 2B$ , 则  $\triangle ABC$  是直角三角形
  - 若  $\triangle ABC$  是等腰三角形, 则  $\sin B = \frac{\sqrt{13}}{8}$
  - 若  $c = 3$ , 则  $\triangle ABC$  的面积最大值为 3

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量  $a = (-3, 4), b = (-1, 5), c = (2, 3)$ , 若  $(a - c) \parallel (tc + b)$ , 则实数  $t =$  \_\_\_\_\_.
14. 方程  $z^2 - 6z + 25 = 0$  在复数范围内的根为 \_\_\_\_\_.
15. 欧拉是十八世纪伟大的数学家, 他巧妙地把自然对数的底数  $e$ , 虚数单位  $i$ , 三角函数  $\cos \theta$  和  $\sin \theta$  联系在一起, 得到公式  $e^{i\theta} = \cos \theta + i\sin \theta$ , 这个公式被誉为“数学的天桥”. 若  $\theta \in [0, 2\pi)$ , 则  $\theta$  称为复数  $e^{i\theta}$  的辐角主值. 根据该公式, 可得  $e^{i\pi}$  的辐角主值为 \_\_\_\_\_.
16. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为  $O_1, O_2$ , 过直线  $O_1O_2$  的平面截该圆柱所得的截面是正方形.  $\triangle ABC$  内接于下底面圆, 且是一个面积为  $\frac{9}{2}$  的等腰直角三角形, 则该圆柱的体积为 \_\_\_\_\_.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知向量  $a = (-2, 2), b = (2, 1), c = (2, -1), t \in \mathbb{R}$ .

- 若  $|a + tb| = 3$ , 求  $t$  的值;
- 若  $a - tb$  与  $c$  垂直, 求  $t$  的值.

18. (12 分)

已知在复平面内, 复数  $z_1 = 1 + bi (b \in \mathbb{R}), z_2 = 2 - 3i$  对应的点分别为  $Z_1, Z_2$ , 向量  $\overrightarrow{Z_1Z_2}$  与实轴平行.

- 求  $b$  的值;
- 若复数  $z = (m + z_1)^2$  在复平面内对应的点在实轴上, 求实数  $m$  的取值范围.

数学试题 第 3 页(共 4 页)

19. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,  $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 $R$ , 且 $2R - b = 2b \sin B$ , 且 $0 < B < \frac{\pi}{2}$ .

(I) 求 $B$ ;

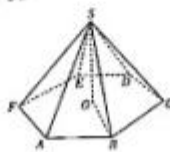
(II) 若 $a = \sqrt{3}, c = 3$ , 求 $\sin C$ .

20. (12分)

如图所示, 在正六棱锥 $S-ABCDEF$ 中,  $O$ 为底面中心,  $SO = 8, OB = 4$ .

(I) 求该正六棱锥的体积和侧面积;

(II) 若该正六棱锥的顶点都在球 $M$ 的表面上, 求球 $M$ 的表面积和体积.

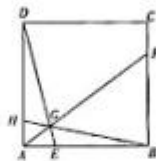


21. (12分)

如图所示, 在正方形 $ABCD$ 中,  $|\vec{AB}| = 4, \vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AB}, \vec{CF} = \frac{1}{4}\vec{CB}$ ,  $AF$ 与 $DE$ 交于点 $G$ , 线段 $BC$ 的延长线交 $AD$ 于点 $H$ .

(I) 求 $\vec{AF} \cdot \vec{DE}$ 的值;

(II) 若 $\vec{BC} = \mu \vec{BH}$ , 求实数 $\mu$ 的值.



22. (12分)

已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ , 且 $\sin A(a^2 + b^2 - c^2) = ab(2\sin B - \sin C)$ .

(I) 求 $A$ ;

(II) 求 $\sin B + \sin C$ 的取值范围.

数学试题 第4页(共4页)

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站(网址: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com))和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信信号: [zizzsw](https://www.zizzs.com)。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

