2022年“三新”协同教研共同体高三联考
数学试卷参考答案(文科)

一、选择题.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	B	B	C	D	A	B	A	B	A	B

二、填空题.

13. $-\frac{9}{2}$ 14. $2\sqrt{2}+2$ 15. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$ 16. $\omega=2$；$\frac{11\pi}{8}$

详解

1.【析】易知$(\complement_U A)\cup B=\{0,1,2\}\cup\{1,2\}=\{0,1,2\}$,故选C.

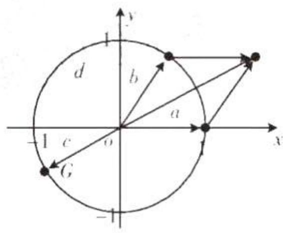
2.【析】由$l_1/\!/l_2$,可知$3m^2\times\frac{1}{2m-1}=-1$,得$m=\frac{1}{3}$或$-1$,代入检验均满足$l_1/\!/l_2$,故选D.

3.【析】设等比数列$\{a_n\}$的公比为q,显然$q=1$不符合题意.由$a_1=2$,$S_3=a_3$,得$q=-1$,所以$S_5=2$,故选B.

4.【析】$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影为$\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{-5}{5}=-1$,故选B.

5.【析】易得球O的半径为1,且切点所在平面与所有切线所围成的几何体为圆锥,其底面半径为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,母线长为$\sqrt{3}$,所以侧面积$S=\pi\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\frac{3\pi}{2}$,故选C.

6.【析】显然$\forall a>0$,$f(-x)=f(x)$,且$f(x)=\frac{e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}}{2a}\geqslant\frac{2\sqrt{e^{\frac{x}{a}}\times e^{-\frac{x}{a}}}}{2a}=\frac{1}{a}$,故A,B错误.令$t=\frac{x}{a}$,则$f(x)=\frac{1}{a}g(t)$,其中$g(t)=\frac{e^t+e^{-t}}{2}$的图象可以看成通过任意一点作$t$轴的垂线,与函数$y=e^t$和$y=e^{-t}$的图象各交于一点,取两点的中点并用光滑的曲线连接得到,则由$g(t)$的图象和复合函数的单调性可知D正确.



7.【析】∵$f(x)=2^{\sin x}$关于$(0,1)$对称,∴排除C;又$f(x)=2^{\sin x}$在$(0,\frac{\pi}{2})$上单调递增,∴排除B;又$f(x)=2^{\sin x}$过点$(0,1)$,∴排除D.故选A.

8.【析】如图所示,当$\boldsymbol{c}$与$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$反向时,$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}$有最小值$-\sqrt{3}$,故选B.

9.【析】易知$a>2$,$b>2$,$c<2$,∵$\log_5 2<\log_4 3$,且$f(x)=x+\frac{1}{x}$在$(0,1)$上单调递减,∴$a>b>c$,故选A.

10.【析】依条件可知$\{a_n\}$为等差数列,$S_n=n^2+(a_1-1)n$,∴$n^2-n<S_n<n^2$,又$45\times44<S_n=2022<45\times45$,∴$n=45$.

11.【析】由题意可知,$a+2\geqslant0$,即$a\geqslant-2$,且$g(1)=a+2$,∴$\forall x\in[1,2]$,$|ax^2+x+1|\leqslant a+2$,即$-a-2\leqslant ax^2+x+1\leqslant a+2$,∴$\forall x\in[1,2]$,$-\frac{x+3}{x^2+1}\leqslant a\leqslant-\frac{1}{x+1}$(当$x=1$时也成立).

令$h(x)=-\frac{x+3}{x^2+1}$,$x\in[1,2]$,$t(x)=-\frac{1}{x+1}$,$x\in[1,2]$,则$h_{\max}\leqslant a\leqslant t_{\min}$.

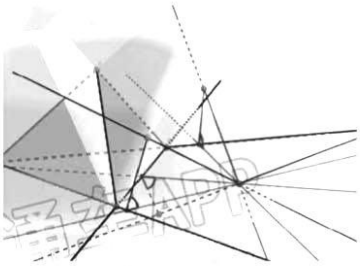
∵$h(x)=-\frac{x+3}{(x+3)^2-6(x+3)+10}=-\frac{1}{(x+3)+\frac{10}{x+3}-6}$,且$x+3\in[4,5]$,

$\therefore$由$\frac{1}{2}\leqslant(x+3)+\frac{10}{x+3}-6\leqslant 1$，可得$-2\leqslant h(x)\leqslant -1$，即$h_{\max}=-1$.

又$t(x)=-\frac{1}{x+1}$在$[1,2]$上单调递增.

$\therefore t_{\min}=-\frac{1}{2}$，$\therefore -1\leqslant a\leqslant -\frac{1}{2}$.

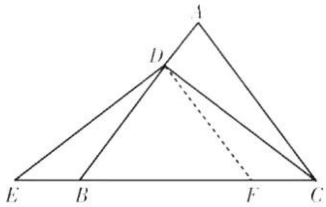
12.【析】如图，该点到三个平面的距离相等，则到三个平面与底面的交线的距离也相等，因为三条线围成等边三角形，所以有4个点到三边距离相等，故选B.



13.【析】作出可行域(图略)，当直线$z=x+2y$经过点$(-\frac{3}{2},-\frac{3}{2})$时，$z$有最小值，最小值为$-\frac{9}{2}$.

14.【析】$\frac{b}{a}+\frac{4}{b}=\frac{b}{a}+\frac{4}{b}(\frac{a+b}{2})=\frac{b}{a}+\frac{2a}{b}+2\geqslant 2\sqrt{\frac{b}{a}\times\frac{2a}{b}}+2=2\sqrt{2}+2$，故最小值为$2\sqrt{2}+2$.

15.【析】如图所示，过点D作AC的平行线交BC于点F，易证$\triangle BDE\cong\triangle FDC$，则$BE=FC=AD$. 设$AD=x$，则$BD=2-x$，故$S_{\triangle ACD}+2S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\times 2x\times\sin 60^\circ+2\times\frac{1}{2}\times x\times(2-x)\times\sin 120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}[-(x-\frac{3}{2})^2+\frac{9}{4}]\leqslant\frac{9\sqrt{3}}{8}$，故$S_{\triangle ACD}+2S_{\triangle BDE}$的最大值为$\frac{9\sqrt{3}}{8}$.



16.【析】令$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$，$g(x)=2\sin(\frac{4}{3}x-\frac{\pi}{3})-1$，则函数$f(x)$的图象恒过定点$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$，且函数$g(x)$的图象如图1所示，

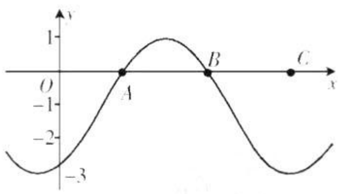


图1

故依条件可知当且仅当函数$f(x)$的图象经过$A(\frac{3\pi}{8},0)$，$B(\frac{7\pi}{8},0)$时，a取得最大值，如图2所示，

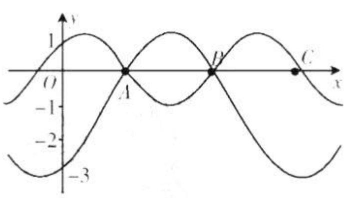


图2

此时最小正周期为$2(\frac{7\pi}{8}-\frac{3\pi}{8})=\frac{2\pi}{\omega}$，所以$\omega=2$，$a$取得最大值$\frac{11\pi}{8}$.

三、解答题.

17.【析】(1)$\because y=f(x)$的图象关于$x=\frac{\pi}{2}$对称，

$\therefore f(\frac{\pi}{2}-x)=f(\frac{\pi}{2}+x)$. …………………………………………………………………… 2分

$\therefore a\sin(\pi-2x)-2\cos^2(\frac{\pi}{2}-x)+1=a\sin(\pi+2x)-2\cos^2(\frac{\pi}{2}+x)+1$.

即 $a\sin 2x-2\sin^2 x+1=-a\sin 2x-2\sin^2 x+1$.

$\therefore 2a\sin 2x=0$，得 $a=0$. …………………………………………………………………… 5分

(2)$\because f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$. ………………… 7分

$\therefore$由 $f(x)=2\sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})\geqslant 1$，可得 $\frac{\pi}{6}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{5\pi}{6}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$.

解得 $\frac{\pi}{6}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$.

$\therefore x$ 的取值范围是 $[\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi]$，$k\in\mathbf{Z}$. …………………………………………… 10分

18.【析】(1)证明：取 AB 的中点 G，连接 EG，FG. …………………………………………………… 1分

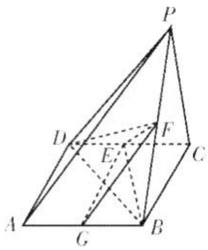
因为 G，F 分别是 AB，PB 的中点，所以 $FG/\!/AP$. ………………………………………………… 2分

因为 E 是 CD 的中点，$ABCD$ 是平行四边形，所以 $EG/\!/AD$. ……………………………………… 4分

因为 $FG\cap EG=G$，$AD\cap AP=A$，所以平面 $EFG/\!/$平面 PAD. ………………………………… 5分

因为 $EF\subset$平面 EFG，所以 $EF/\!/$平面 PAD. ……………………………………………………… 6分

(2)因为 E 是 CD 的中点，所以 $\triangle BDE$ 的面积是平行四边形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$. … 7分



因为 F 是 PB 的中点，所以三棱锥 $F-BDE$ 的高是四棱锥 $P-ABCD$ 的高的 $\frac{1}{2}$. ……
……………………………………………………………………………………… 9分

因为四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 32，所以三棱锥 $F-BDE$ 的体积为 $32\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=4$.
……………………………………………………………………………………… 10分

设 B 到平面 DEF 的距离为 d，因为 $\triangle DEF$ 的面积为 4，所以 $\frac{1}{3}\times d\times 4=4$，得 $d=3$.

即 B 到平面 DEF 的距离为 3. ………………………………………………………………………… 12分

19.【析】(1)$\because\frac{\cos A}{ac}+\frac{\cos B}{bc}=\frac{2\cos C}{ab}$，得 $b\cos A+a\cos B=2c\cos C$.

得 $\sin B\cos A+\sin A\cos B=2\sin C\cos C$.

得 $\sin(B+A)=2\sin C\cos C$.

得 $\sin C=2\sin C\cos C$，

$\therefore\cos C=\frac{1}{2}$，得 $C=60^\circ$. …………………………………………………………………… 6分

(2)(方法一)令 $AD=x$，$CD=y$，由角平分线的性质可知 $\frac{x}{y}=\frac{b}{a}$①. ……………………………… 7分

在 $\triangle ACD$ 中，由余弦定理可得 $AD^2=AC^2+CD^2-2AC\cdot CD\cos 30^\circ$，

即 $x^2=b^2+3-3b$②，

同理在 $\triangle BCD$ 中可得 $y^2=a^2+3-3a$③.

$\therefore$由①②③可得 $a=b$ 或 $ab=a+b$. ……………………………………………………………… 9分

当 $a=b$ 时，$x=y$，

又 $x+y=2$，∴$x=y=1$，$a=b=2$. …………………………………………………………………… 10 分

当 $ab=a+b$ 时，由①可得 $y=\frac{ax}{b}$，

由 $x+y=x+\frac{ax}{b}=2$，得 $x=\frac{2b}{a+b}=\frac{2b-2}{b}$，

代入②得 $b^4+3b^2(1-b)-4(1-b)^2=0$，解得 $b=2$ 或 $b=\frac{\sqrt{5}-1}{2}<1$（舍去）. …………………………… 12 分

（方法二）∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle BCD}$，∴$\frac{1}{2}ab\sin 60^\circ=\frac{1}{2}b\cdot CD\sin 30^\circ+\frac{1}{2}a\cdot CD\sin 30^\circ$，

∴$ab=a+b$①. ……………………………………………………………………………………… 8 分

又由余弦定理可得 $AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos 60^\circ$，即 $4=a^2+b^2-ab$②. ………………………… 10 分

∴由①②可得 $a=b=2$. ………………………………………………………………………… 12 分

20.【析】(1)证明：∵$a_{2k+2}+2=a_{2k+1}+4=2a_{2k}+4=2(a_{2k}+2)$，

∴$\{a_{2k}+2\}(k\in\mathbf{N}_+)$为等比数列. …………………………………………………………………… 2 分

且公比为 2，首项为 $a_2+2=a_1+4=5$，∴$a_{2k}+2=5\times2^{k-1}$，即 $a_{2k}=5\times2^{k-1}-2$，$k\in\mathbf{N}_+$. ……………… 4 分

(2)同理可得 $a_{2k-1}=5\times2^{k-1}-4$，$k\in\mathbf{N}_+$. ……………………………………………………… 5 分

∵$\frac{5\times2^k}{a_{2k-1}a_{2k}}=\frac{5\times2^k}{(5\times2^{k-1}-4)(5\times2^{k-1}-2)}=\frac{5\times2^{k-1}}{(5\times2^{k-2}-2)(5\times2^{k-1}-2)}=2[\frac{1}{(5\times2^{k-2}-2)}-\frac{1}{(5\times2^{k-1}-2)}]$，

…………………………………………………………………………………………………… 7 分

∴$S_n=2[\frac{1}{(5\times2^{-1}-2)}-\frac{1}{(5\times2^0-2)}]+2[\frac{1}{(5\times2^0-2)}-\frac{1}{(5\times2^1-2)}]+\cdots+2[\frac{1}{(5\times2^{k-3}-2)}-$

$\frac{1}{(5\times2^{k-2}-2)}]+2[\frac{1}{(5\times2^{k-2}-2)}-\frac{1}{(5\times2^{k-1}-2)}]$

$=2[\frac{1}{(5\times2^{-1}-2)}-\frac{1}{(5\times2^{k-1}-2)}]=4-\frac{2}{5\times2^{k-1}-2}$. ……………………………………… 10 分

当 $k\in\mathbf{N}_+$ 时，$y=4-\frac{2}{5\times2^{k-1}-2}$单调递增，

∴$\frac{10}{3}\leqslant4-\frac{2}{5\times2^{k-1}-2}<4$，即$\frac{10}{3}\leqslant S_k<4$. ……………………………………………………… 12 分

21.【析】(1)解：因为 $f(x)=x^2-ax+a\ln x$，所以 $f'(x)=2x-a+\frac{a}{x}=\frac{2x^2-ax+a}{x}$. ………………………… 1 分

又 $f(x)$有两个极值点 x_1，x_2，所以$\begin{cases}\Delta=a^2-8a>0,\\ \frac{a}{2}>0,\end{cases}$ ………………………………………… 3 分

解得 $a>8$，即 a 的取值范围为$(8,+\infty)$. …………………………………………………………… 5 分

(2)证明：由(1)可知，$x_1+x_2=\frac{a}{2}$，$x_1x_2=\frac{a}{2}$. ………………………………………………………… 6 分

$f(x_1)+f(x_2)+\frac{24}{x_1}+\frac{24}{x_2}=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-a(x_1+x_2)+a\ln(x_1x_2)+\frac{24(x_1+x_2)}{x_1x_2}$

$=-\frac{a^2}{4}-a+a(\ln a-\ln 2)+24$. ………………………………………………………………… 8 分

令函数 $g(a)=-\frac{a^2}{4}-a+a(\ln a-\ln 2)+24$，$a>8$，则 $g'(a)=-\frac{a}{2}-1+\ln a-\ln 2+1=-\frac{a}{2}+\ln a-\ln 2$.

…………………………………………………………………………………………………… 9 分

令函数 $h(a)=-\frac{a}{2}+\ln a-\ln 2$，$a>8$，则 $h'(a)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{a}$，当 $a\in(8,+\infty)$ 时，有 $h'(a)<0$，$h(a)$ 单调递减，则 $h(a)<h(8)=-4+\ln 4<0$. …… 10 分

故 $g(a)$ 在 $(8,+\infty)$ 上单调递减，则 $g(a)<g(8)=16\ln 2$. …… 11 分

综上所述，$f(x_1)+f(x_2)+\frac{24}{x_1}+\frac{24}{x_2}<16\ln 2$. …… 12 分

22.【析】(1) 当 $a=4$ 时，$f(x)=4e^x+4\sin x-5x$，$f'(x)=4e^x+4\cos x-5$. …… 1 分

令 $g(x)=4e^x+4\cos x-5$，$g'(x)=4e^x-4\sin x$，$\because x\geq 0$，$\therefore 4e^x\geq 4$，

又 $4\sin x\in[-4,4]$，$\therefore g'(x)\geq 0$ 在 $[0,+\infty]$ 上恒成立. …… 3 分

$\therefore g(x)$ 在 $[0,+\infty]$ 上为增函数，$\therefore g(x)\geq g(0)=3>0$，

$\therefore f'(x)>0$，$\therefore f(x)$ 在 $[0,+\infty]$ 上为增函数. …… 5 分

(2) $\because f(x)=p(x)$，$\therefore ae^x+\sin x-3x-2=0$ 有唯一的实根，

$\therefore a=\frac{3x-2-\sin x}{e^x}$，令 $h(x)=\frac{3x-2-\sin x}{e^x}$. …… 6 分

$h'(x)=\frac{\sin x-\cos x-3x+1}{e^x}$，令 $u(x)=\sin x-\cos x-3x+1$. …… 8 分

$\therefore u'(x)=\cos x+\sin x-3<0$，$\therefore u(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数，

$\because u(0)=0$，$\therefore h(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为增函数，在 $(0,+\infty)$ 上为减函数. …… 10 分

$h(0)=2$，当 $x\to-\infty$ 时，$h(x)\to-\infty$，当 $x\to+\infty$ 时，$h(x)\to 0$，

$\therefore$ 当 $a=2$ 或 $a\leq 0$ 时，方程 $f(x)=p(x)$ 有唯一的实根. …… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。