2023届普通高等学校招生全国统一考试
青桐鸣大联考(高三)
数学(理科)

全卷满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、班级、考场号、座位号、考生号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数z满足$z^2=2i$,则$|z|=$ ( )

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

2. 已知集合$A=\{x|\lg x\leqslant 0\}$,$B=\{x||x^2-1|\leqslant 1\}$,则$A\cap B=$ ( )

A. A　　B. B　　C. $\complement_R A$　　D. $\complement_R B$

3. 某研究所收集、整理数据后得到如下列表:

x	2	3	4	5	6
y	3	7	9	10	11

由两组数据可以得到线性回归方程为$\hat{y}=\hat{b}x+0.4$,则$\hat{b}=$ ( )

A. 1.7　　B. 1.8　　C. 1.9　　D. 2.0

4. 已知$a=\log_2\sqrt{3}$,$b=0.1^{-0.1}$,$c=\sin 28°$,则这三个数的大小关系为 ( )

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$　　C. $a>b>c$　　D. $a>c>b$

5. 已知数列$\{a_n\}$满足$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$,其前n项和为S_n,若$S_9=18$,则$a_5=$ ( )

A. -2　　B. 0　　C. 2　　D. 4

6. 已知函数$f(x)=\begin{cases}0, x<1,\\ x+1, 1\leqslant x<2,\\ -\ln(x-1)+1, x\geqslant 2,\end{cases}$ 若$f(f(a))=1$,则实数$a=$ ( )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

7. 已知第二象限角α满足$\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$,则$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$ ( )

A. $-\frac{\sqrt{7}}{7}$　　B. $\frac{11}{14}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$　　D. $-\frac{11}{14}$

8. 下列选项正确的是 (　　)

A. $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$

B. $x+\frac{4}{x}\geqslant 4$

C. $\sin^2\alpha+\frac{2}{\sin^2\alpha}$的最小值为 $2\sqrt{2}$

D. $x^2+\frac{1}{x^2+2}$的最小值为$\frac{1}{2}$

9. 已知点 O 为$\triangle ABC$ 所在平面内一点，在$\triangle ABC$ 中，满足 $2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=|\overrightarrow{AB}|^2$，$2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=|\overrightarrow{AC}|^2$，则点 O 为该三角形的 (　　)

A. 内心　　B. 外心　　C. 垂心　　D. 重心

10. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB=2$，点 M 为 BB_1 的中点，若 P 为动点，且 $MP=\sqrt{2}$，则 P 点运动轨迹与该几何体表面相交的曲线长度为 (　　)

A. 3π　　B. 4π　　C. 6π　　D. 8π

11. 记$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$(a-\sqrt{3}c)\sin A=b\sin B-c\sin C$，若$\triangle ABC$ 外接圆的面积为 π，则$\triangle ABC$ 面积的最大值为 (　　)

A. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$　　C. $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

12. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，P 为椭圆 C 在第一象限内的一点，$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，直线 PF_2 与 C 的另一个交点为 Q，O 为坐标原点，则$\triangle OPQ$ 的面积为 (　　)

A. $\frac{3+5\sqrt{3}}{22}$　　B. $\frac{3+5\sqrt{3}}{11}$　　C. $\frac{6+10\sqrt{3}}{11}$　　D. $\frac{12+20\sqrt{3}}{11}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，则该双曲线的渐近线方程为________.

14. 已知$\forall x\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)$都满足 $f(x)\cdot f(x+3)=-2$，又 $f(2)=3$，则 $f(11)=$________.

15. 已知函数 $f(x)=A\sin^2\left(\omega x+\frac{\pi}{8}\right)(A>0,\omega>0)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{2},2\right)$中心对称，其最小正周期为 T，且$\frac{\pi}{2}<T<\frac{3\pi}{2}$，则 ω 的值为________.

16. 已知函数 $f(x)=a(x^2-x)-\frac{\ln x}{x}$，若不等式 $f(x)<0$ 有且仅有 1 个整数解，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.(12 分)

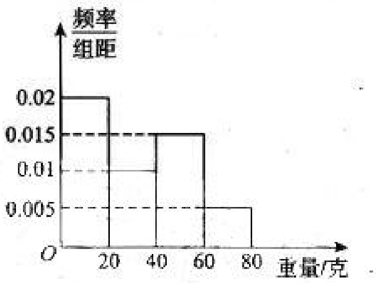
已知数列$\{a_n\}$满足$n(a_{n+1}-a_n)=2a_n$，$a_1=2$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$b_n=\dfrac{(n+1)^2}{a_na_{n+1}}$，$T_n$为$b_n$的前$n$项和，求$T_n$.

18.(12 分)

我国某医药研究所在针对某种世界疾病难题的解决方案中提到了中医疗法，为证实此方法的效用，该研究所购进若干副某种中草药，现按照每副该中草药的重量大小(单位：克)分为 4 组：[0,20)，[20,40)，[40,60)，[60,80]，并绘制频率分布直方图如下所示：



(1)估计每副该中草药的平均重量(同一组中的数据用该区间的中点值作代表)；

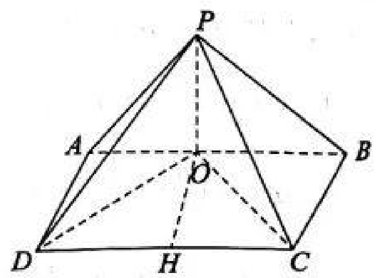
(2)现从每副重量在[20,40)，[60,80]内的中草药中按照分层抽样的方式一共抽取 6 副该中草药，再从这 6 副中草药中随机取出 2 副进行分析，求取出的 2 副中仅有 1 副重量在[60,80]中的概率.

19.(12 分)

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面四边形$ABCD$为矩形，$2OH=2PO=DC=2$，$PO\perp$平面$ABCD$，H为DC的中点.

(1)求证：平面$DPO\perp$平面POC；

(2)已知二面角$O-PC-B$的平面角为$\dfrac{\pi}{3}$，求$\angle OCD$.



20.(12 分)

已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，点 E 在 C 上，以点 E 为圆心，$|EF|$ 为半径的圆的最小面积为 π.

(1)求抛物线 C 的标准方程；

(2)过点 F 的直线与 C 交于 M,N 两点，过点 M,N 分别作 C 的切线 l_1,l_2，两切线交于点 P，求点 P 的轨迹方程.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=xe^{2x}-ax^3(a\in\mathbf{R})$.

(1)求曲线 $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线在 x 轴上的截距；

(2)当 $16\leqslant a<25$ 时，证明：函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点 x_1,x_2，且当 $x_1<x_2$ 时，$nx_1-x_2<\dfrac{n-e}{e-1}(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 过点 $M(1,0)$，且倾斜角为 $\dfrac{\pi}{4}$，以坐标原点为极点，以 x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的参数方程是 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数).

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的参数方程；

(2)已知曲线 C 与直线 l 相交于 A,B 两点，则 $|AB|$ 的值.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x-2|+2|x+1|$.

(1)求函数 $f(x)$ 的最小值；

(2)设 $a>0,b>0$，若 $f(x)$ 的最小值为 m，且 $a^2+b^2=m-1$，求 $2a+b$ 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。