安宁河联盟 2022～2023 学年度下期高中 2021 级期末联考

理 科 数 学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

注意事项：

1.答题前，考生务必在答题卡上将自己的学校、姓名、班级、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚。

2.选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3.考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\,|-1<x<2\}$，集合 $B=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{-1,0,1,2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{1,2\}$

2．命题 p：$\forall x>0,\sin x>0$，则命题 p 的否定 $\neg p$ 为（　　）

A．$\forall x>0,\sin x\le 0$　　B．$\forall x>0,\sin x<0$

C．$\exists x_0>0,\sin x_0\le 0$　　D．$\exists x_0>0,\sin x_0<0$

3．水果收购商为了了解某种水果的品质，想用分层抽样的方法从 500 个大果，300 个中果，200 个小果中抽取一部分送去质检部门检验，若抽取的小果为 30 个，则他抽取的大果为（　　）个。

A．150　　B．75　　C．45　　D．15

4．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^{\frac{1}{2}}-2,x>0\\ e^x,x\le 0\end{cases}$，则 $f\left(f(4)\right)$ 的值是（　　）

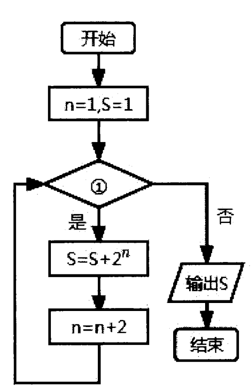
A．-2　　B．0　　C．1　　D．e

5．已知抛物线 $y^2=4x$ 上一点 P 到 y 轴的距离为 2，焦点为 F，则 $|PF|=$（　　）

A．2　　B．3　　C．$\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{2}$

6.若实数 x，y 满足不等式组 $\begin{cases}x+y-3\le 0\\ x-2y\le 0\\ x\ge 0\end{cases}$，则 $z=-x+y$ 的最大值为（　　）

A．-3　　B．-1　　C．0　　D．3



7．若如图所示的程序框图输出的 S 是 43，则条件①可以为（　　）

A．$n<5?$　　B．$n<7?$

C．$n<8?$　　D．$n<9?$

8．已知函数 $f(x)=\cos 2x$，直线 l_1：$x-ky+1=0$ 与 l_2：$xf'\left(\frac{\pi}{12}\right)-y-6=0$ 平行，则 k 的值为（　　）

A．$-\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．-1　　D．1

9．已知 $\odot C: x^2+y^2-2ay=0$，过 $\odot$C 内一点 $A(2,1)$ 的直线被 $\odot$C 所截得的最短弦的长度为 2,则 $a=$（　　）

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．3

10．已知椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 的左，右两焦点为 F_1 和 F_2，P 为椭圆上一点，且 $|PO|=2\sqrt{3}$,则 $|PF_1|\cdot|PF_2|=$（　　）

A．8　　B．12　　C．16　　D．64

11．正三棱锥 $P-ABC$ 各顶点在同一个球面中，侧棱长为 4，侧棱与底面所成角为 $\frac{\pi}{6}$，则该球的体积为（　　）

A．$\frac{256\pi}{3}$　　B．$\frac{64\pi}{3}$　　C．64π　　D．256π

12．若 $e^{ax}\ge 2\ln x+x^2-ax$ 在 $x\in[1,e]$ 上有解，则实数 a 的取值范围为（　　）

A．$[e,+\infty)$　　B．$[0,+\infty)$　　C．$[0,e]$　　D．$[1,e]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知复数 z 满足 $z=1-i$，则 z 的模长为__________.

14.已知函数 $f(x)=(m-1)x^2+x$ 是 R 上的奇函数，则点 $P(m,2)$ 到直线 l：$3x+4y-6=0$ 的距离为_______.

15. 2022 年 12 月 26 日凉山进入动车时代，由于客流高峰小李只买到站票，从西昌出发的动车除车头外有 8 节车厢，小李随机上了其中一节车厢，并在车厢内任意位置原地等候。据数据中心信息第 6 节车厢最中间，有一位乘客下一站下车且该座位无人购买（不考虑该座位被被人抢占），求小李行走不超过 1.5 节车厢能坐到该座位的概率___________.

16．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过点 $P(-a,0)$ 作一条斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线与双曲线在第一象限交于点 M，且 $|PF_2|=|F_2M|$，则双曲线的离心率为_______.

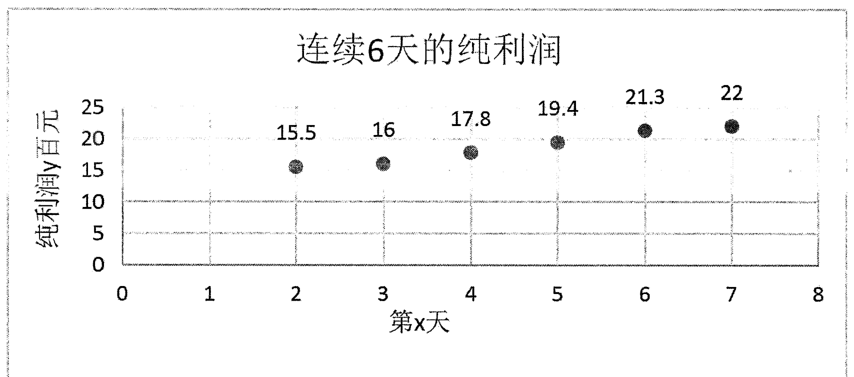
三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本题 12 分）已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+x+1$ 在 $x=-1$ 时取得极值.

（1）求 $f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）求 $f(x)$ 在区间 $[-2,0]$ 上的最大值与最小值.

18.（本题 12 分）会理作为一座千年文化古城，气候四季如春，会理黑山羊更是当地深受人们喜爱的地方小吃。羊肉是温性食物，具有很高的营养价值，体质虚寒的人，多吃羊肉可以保暖，特别是在冬天能起到一定的效果。随着气温的连续升高，羊肉店生意也受到很大影响，一家羊肉馆特推出凡进店消费均可获赠冷饮一杯的活动，经过前一天的大力宣传后，第 x 天的纯利润 y (百元)的数据散点图统计如下：



（1）根据散点图，判断 y 与 x 是呈正相关还是负相关（说出结论即可）；

（2）取上图中前 5 组数据，求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，为反馈新老客户，计划在第 10 天，投入 5 百元做顾客福利，请预测第 10 天的纯利润；

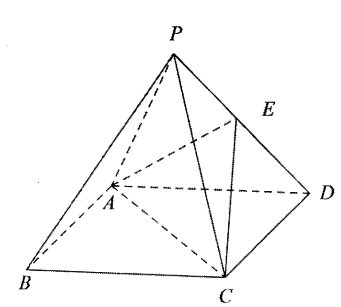
（3）从以上后 5 天中任取 2 天，求这两天恰有一天纯利润不低于 2 千元的概率.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$. 参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=15$，$\overline{y}=18$

19.（本题 12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形，$PB=PD$，$PA=PC=AB=2$，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$.

（1）求证：$AC\perp$ 平面 PBD；

（2）若 E 为 PD 的中点，求二面角 $E-AC-B$ 的余弦值.



20.（本题 12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,(a>0,b>0)$，过椭圆的右焦点 F_2 作垂直于 x 轴的直线交椭圆于 $A(2,3)$，B 两点。

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若 M，N 是椭圆上位于 AB 两侧的动点，当 M，N 运动时，始终保持 AB 平分 $\angle MAN$，求证：直线 MN 的斜率为定值.

21.（本题 12 分）已知函数 $f(x)=\ln x-ax^2-b$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)\le 0$ 恒成立，求 $\dfrac{b}{a}$ 的取值范围.

22.（本题 10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{2}{1+\sin^2\theta}$.

（1）求曲线 C_1 的普通方程，C_2 的直角坐标方程；

（2）已知 N 为曲线 C_1 的圆心，点 M 为曲线 C_2 上一动点，求 $|MN|$ 的最大值.