邕衡金卷广西2023届高三一轮复习诊断性联考

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若 $z=1+\sqrt{2}\mathrm{i}$，则 $\dfrac{z}{z\overline{z}+3}=$

A．$-1+\sqrt{2}\mathrm{i}$　　B．$-1-\sqrt{2}\mathrm{i}$　　C．$\dfrac{1}{6}-\dfrac{\sqrt{2}}{6}\mathrm{i}$　　D．$\dfrac{1}{6}+\dfrac{\sqrt{2}}{6}\mathrm{i}$

2．关于统计数据的分析，有以下几个结论，其中正确的是

A．将一组数据中的每个数据都减去同一个数后，平均数与方差均没有变化

B．样本数据9、3、5、7、12、13、1、8、10、18的中位数是8或9

C．在刻画回归模型的拟合效果时，相关指数 R^2 的值越大，说明拟合的效果越好

D．在调查影院中观众观后感时，从20排中（每排人数相同）每排任意抽取一人进行调查是系统抽样法

3．已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\sqrt{25-x^2}\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2+4x-12<0\right\}$，则 $A\cap\left(\complement_{\mathrm{R}}B\right)=$

A．$(-6,2)$　　B．$(-\infty,-6]\cup[2,+\infty)$

C．$[2,5]$　　D．$(-\infty,-6)\cup(5,+\infty)$

4．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为

A．$\dfrac{32}{3}$

B．8

C．32

D．$16\sqrt{2}$

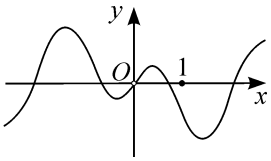
5．已知函数 $f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x(\omega>0)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 对称，则 ω 的最小值为

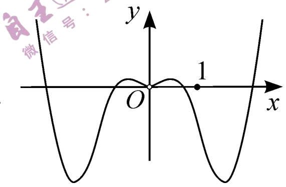
A．$\dfrac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．$\dfrac{7}{2}$

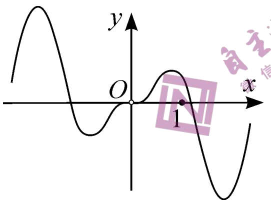
6．小明想在2个“冰墩墩”和3个“雪容融”里随机选取两个吉祥物作为冬奥会纪念品，小明选取到1个“冰墩墩”和1个“雪容融”的概率

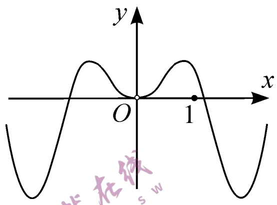
A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{2}{5}$

7．函数 $f(x)=\dfrac{x^2\sin 2x}{2^x-2^{-x}}$ 的图象大致为

A．

B．

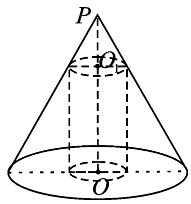
C．

D．

8．已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{ax+2}$，且 $f'(-1)=0$，在区间 $(-2,b)$ 上有最小值，则 b 的取值范围为

A．$(-1,+\infty)$　　B．$[-1,+\infty)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[0,+\infty)$

9．如图，圆锥的轴截面为正三角形，点 P 为顶点，点 O 为底面圆心，过轴 PO 的三等分点 O_1（靠近点 P）作平行底面的截面，以该截面为底面挖去一个圆柱，此圆柱的下底面在圆锥的底面上，则所得圆柱的体积与原圆锥的体积之比为



A．$1:9$

B．$2:9$

C．$1:27$

D．$2:27$

10．设函数 $f(x)=2\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{6})$（$\omega>0$）在区间 $(0,\pi)$ 恰有三个极值点、三个零点，则 ω 的取值范围是

A．$\left[\dfrac{8}{3},\dfrac{13}{6}\right)$　　B．$\left[\dfrac{8}{3},3\right)$　　C．$\left(\dfrac{13}{6},3\right]$　　D．$\left(\dfrac{8}{3},\dfrac{19}{6}\right]$

11．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，左焦点为$F_1$，虚轴上端点为$B$，直线$l$与双曲线交于 P，Q 两点，直线$l$与直线$BF_1$的倾斜角互补，且点$M(-4,1)$满足$\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MQ}=\vec{0}$，双曲线的离心率为$e$，则$e^2=$

A．$\frac{\sqrt{5}+2}{4}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

12．设$a=\ln\frac{10}{7},b=0.3e^{0.3}$，$c=\frac{3}{7}$，则

A．$a<b<c$　　B．$b<a<c$　　C．$c<a<b$　　D．$a<c<b$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知$|\vec{a}|=2$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是$\frac{\pi}{3}$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为___________.

14．若x，y满足约束条件$\begin{cases} y\le 1, \\ x+y\le 1, \\ 2y+x\ge 1, \end{cases}$则$z=2x-y$的最小值为___________.

15．设F_1，F_2为椭圆$C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$的两个焦点，P，Q为C上关于坐标原点对称的两点，且$\angle F_1PF_2=90°$,则四边形PF_1QF_2的面积为___________.

16．在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，点D在线段AC上，且$AD=3DC$，$BD=4$，则$\triangle ABC$面积的最大值为___________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（本小题满分12分）

目前，改编自刘慈欣的《三体》动漫版正在 B 站热播中，受到了广大学生和科幻迷的热烈追捧，南宁某中学对一年级的全体学生共400人，其中男生200人，女生200人是否观看进行了问卷调查，得到各班观看人数如下表所示：

	1班	2班	3班	4班	5班	6班	7班	8班	9班	10班
男生	5	6	15	12	12	14	14	10	24	8
女生	4	6	7	17	11	13	13	8	8	13

（1）根据表格完成下列2×2列联表；

	观看	没观看	合计
男生			
女生			
合计			

（2）判断是否有95%的把握认为观看该影片与性别有关.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.010
k_0	2.706	3.841	6.635

18．（本小题满分12分）

记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和．已知$S_n=2a_n-\dfrac{1}{4}$.

（1）证明：$\{a_n\}$是等比数列；

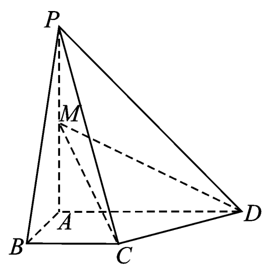
（2）记$b_n=\log_2 a_n$，求$\{b_n\}$前n项和T_n的最小值.

19．（本小题满分12分）

已知四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为直角梯形，$PA\perp$平面$ABCD$，$AD\,//\,BC$，$AB\perp AD$，$PA=AD=4$，$BA=BC=2$，M为PA中点，过C，D，M的平面截四棱锥$P-ABCD$所得的截面为α.

（1）若α与棱PB交于点F，画出截面α，保留作图痕迹（不用说明理由），并证明$\dfrac{PB}{FB}=3$.

（2）求多面体$ABCDMF$的体积.



20．（本小题满分12分）

设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $D\left(p,0\right)$，过 F 的直线交 C 于 M，N 两点．当直线 MD 垂直于 x 轴时，$\left|MF\right|=3$．

（1）求 C 的方程；

（2）若点 $A(-1，0)$，$B(1，-1)$，过点 A 的动直线 l 交抛物线 C 于 P、Q，直线 PB 交抛物线 C 于另一点 R，连接 QB 并延长交抛物线于点 S．证明直线 QR 与直线 PS 的斜率之和为定值．

21．（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{a}(\ln x+1)$．

（1）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）若 x_1，x_2 是方程 $f(x)=x^2$ 的两个不等实根，且 $x_2>2x_1$，证明：$x_1x_2>\dfrac{8}{e}$．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．（本小题满分10分）选修4－4：坐标系与参数方程

已知曲线 C 的参数方程是 $\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=\sqrt{3}\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 是参数），以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系

（1）写出曲线 C 的极坐标方程；

（2）若点 $A(\rho_1,\theta)$，$B(\rho_2,\theta+\dfrac{\pi}{3}),C(\rho_3,\theta+\dfrac{2\pi}{3})$ 在曲线 C 上，求 $\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}+\dfrac{1}{|OC|^2}$ 的值．

23．（本小题满分10分）选修4－5：不等式选讲

已知 $a>0,b>0,a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}=2$，证明：

（1）$(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{5}{2}}+b^{\frac{5}{2}})\geq 4$；

（2）$a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\leq 2$．