

绝密★启用前

2022~2023 学年高三年级 5 月质量检测

数 学

全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项: 更多试题与答案,

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如有改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容:高考范围。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $(2+z)(1+i)=2i$, 则 $z=$
A. $1+i$ B. $-1-i$ C. $-1+i$ D. $1-i$
2. 集合 $M=\{x|\sqrt{x-1}<2\}$, $N=\{x|2^x>8\}$, 则 $M\cap N=$
A. $(1,3)$ B. $[1,+\infty)$ C. $(1,5)$ D. $(3,5)$
3. 直径为 4 的半球形容器,装满水然后将水全部倒入底面直径和高均为 4 的圆柱容器,则圆柱容器中水面的高度为
A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2
4. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 中点, M 为 AD 中点, $\overrightarrow{BM}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$, 则 $m+n=$
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1
5. 现有 5 名男生和 4 名女生,从中任意抽取 4 人,恰有 m 个男生的概率为 $\frac{10}{21}$, 则 $m=$
A. 1 B. 3 C. 2 D. 4
6. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$ ($\omega>0$) 且满足 $f(\frac{2\pi}{3}-x)=f(x-\frac{\pi}{6})$, 则 ω 的最小值为
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
7. 已知 $a=0.1$, $b=\ln 1.1$, $c=\frac{2}{21}$, 则 a, b, c 的大小关系是
A. $c>b>a$ B. $b>a>c$
C. $a>c>b$ D. $a>b>c$

【高三数学 第 1 页(共 4 页)】

8. 正四棱锥 $P-ABCD$ 内有一球与各面都相切, 球的直径与边 AB 的比为 $4:5$, 则 PA 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{10\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{20\sqrt{2}}{9}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 《庄子·天下》中有: “一尺之棰, 日取其半, 万世不竭”, 其大意为: 一根一尺长的木棰每天截取一半, 永远都取不完, 设第一天这根木棰截取一半后剩下 a_1 尺, 第二天截取剩下的一半后剩下 a_2 尺, \dots , 第五天截取剩下的一半后剩下 a_5 尺, 则下列说法正确的是

- A. $\frac{a_5}{a_2} = \frac{1}{4}$ B. $a_3 = \frac{1}{8}$
C. $a_3 - a_4 = \frac{1}{16}$ D. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{31}{32}$

10. 已知函数 $f(x) = x^2 - x - x \ln x$, 则

- A. $f(x)$ 有两个极值点 B. $f(x)$ 有两个零点
C. $f'(x) \geq 0$ 恒成立 D. $f(x) \geq 0$ 恒成立

11. 过点 $S(-1, 0)$ 的直线 l 与 $y^2 = 2px (p > 0)$ 相切, 切点 Q 的纵坐标为 p , 过点 S 的直线 m 交抛物线于 A, B 两点, 则

- A. $p = 1$ B. 直线 l 的斜率为 1
C. 直线 AQ 与 BQ 的斜率之和为 2 D. A, B 两点的纵坐标之积为 2

12. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x), g(x)$ 满足 $f(0) < 0, f(3-x) = f(1+x), g(2-x) + g(x) = 2,$

$$g\left(x + \frac{1}{2}\right) = f(2x) + 1, \text{ 则}$$

- A. $x = 6$ 是函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴
B. 2 是 $g(x)$ 的一个周期
C. 函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心为 $(3, 0)$
D. 若 $n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n < 2023, f(n) + f(n+1) + \dots + f(2023) = 0$, 则 n 的最小值为 2

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $\left(2 + \frac{1}{x}\right)^2 (2x-1)^3$ 的展开式中, x^3 项的系数为_____.

14. 已知 $a > 0, b > 0, a \geq \frac{1}{a} + \frac{2}{b}, b \geq \frac{1}{b} + \frac{2}{a}$, 则 $a+b$ 的最小值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = [a(x-1) - 2 \ln x]e^x$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围为_____.

16. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 右支上有一点 M , 满足 $\angle F_1 M F_2 = 90^\circ, \triangle F_1 M F_2$ 的内切圆与 y 轴相切, 则双曲线 C 的离心率为_____.

【高三数学 第 2 页(共 4 页)】

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = -\frac{1}{2}$ ， $a_2 = \frac{3}{2}$ ，数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 是以 4 为公差的等差数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 记数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n ，求 S_{2023} 的值。

18. (本小题满分 12 分)

国宝大熊猫“丫丫”的回国路，牵动着十四亿中国人的心，由此掀起了热爱、保护动物的热潮。某动物保护机构为了调查研究人们“保护动物意识的强弱与性别是否有关”，从某市市民中随机抽取 200 名进行调查，得到部分统计数据如下表：

	保护动物意识强	保护动物意识弱	合计
男性	70	30	100
女性	40	60	100
合计	110	90	200

(1) 根据以上数据，依据小概率值 $\alpha = 0.010$ 的独立性检验，能否认为人们保护动物意识的强弱与性别有关？并说明原因；

(2) 将频率视为概率，现从该市女性的市民中用随机抽样的方法每次抽取 1 人，共抽取 3 次。记被抽取的 3 人中“保护动物意识强”的人数为 X ，若每次抽取的结果是相互独立的，求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$ 。

附：

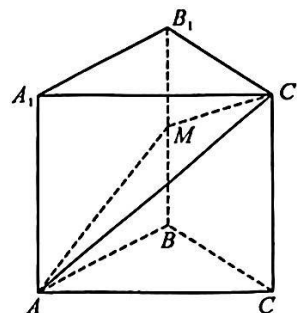
α	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

参考公式： $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$ 。

19. (本小题满分 12 分)

如图在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $BB_1=4$, M 为 BB_1 的中点, $\angle AMC_1=120^\circ$, 平面 $AMC_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1 .

- (1) 求 AB, BC 的长度;
(2) 求平面 AMC_1 与平面 ABC 所成锐二面角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

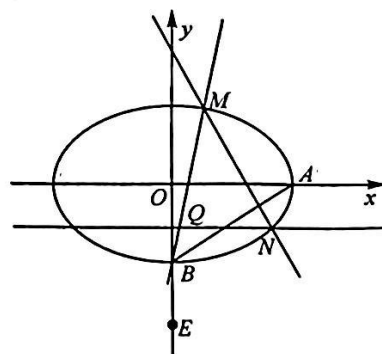
记锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin^2 C - \cos 2C = \cos C \cdot \cos(A - B)$.

- (1) 证明: $a^2 + b^2 = 3c^2$;
(2) 若 AD 是 BC 边上的高, 且 $BD = \lambda DC$, 求 λ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分) 更多试题与答案, 关注微信公众号: 三晋高中指南

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 其右顶点为 A , 下顶点为 B , 且 $|AB| = \sqrt{5}$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
(2) 直线 l (斜率存在) 与椭圆 C 交于 M, N 两点, M 点在直线 AB 上方, N 点在直线 AB 下方, MB 上有点 Q , $QN \parallel x$ 轴, 线段 QN 被 AB 平分, 点 $E(0, -2)$ 到直线 l 的距离为 d , 求 d 的最大值.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + a \cos x$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上恰有两个极值点, 求 a 的取值范围;
(2) 证明: 当 $1 \leq a \leq e^{\frac{\pi}{2}} - 2 - \frac{\pi}{2}$ 时, 在 $(0, +\infty)$ 上, $f(x) > 2 + x$ 恒成立.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

