2022—2023 学年高中毕业班阶段性测试(四)

文科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x\geqslant 0\}$,$B=\{x|x\neq 1\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{x|x\geqslant 0\}$　　B. $\{x|x>1\}$

C. $\{x|0\leqslant x<1$ 或 $x>1\}$　　D. $\{x|0\leqslant x<1\}$

2. 若 $\bar{z}(1+2\mathrm{i})=11+2\mathrm{i}$,则 $z=$

A. $3+4\mathrm{i}$　　B. $3-4\mathrm{i}$　　C. $4+3\mathrm{i}$　　D. $4-3\mathrm{i}$

3. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的导函数为 $f'(x)$,则"$f'(x_0)=0$"是"x_0 是 $f(x)$ 的极值点"的

A. 充分必要条件　　B. 既不充分也不必要条件

C. 充分不必要条件　　D. 必要不充分条件

4. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{5\pi}{6}$,且 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$,$|\boldsymbol{b}|=1$,则 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=$

A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{13}$

5. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数,且当 $x\geqslant 0$ 时,$f(x)=\sqrt{x}-x$,则 $f(-4)=$

A. -4　　B. -2　　C. 2　　D. 4

6. 若 $\dfrac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}=\dfrac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta}$,则 $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\theta\right)=$

A. 3　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. 1

7. 已知 A 为抛物线 $C:y^2=4x$ 上在第一象限内的一个动点,$M(-1,0)$,O 为坐标原点,F 为 C 的焦点,若 $\tan\angle AMO=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$,则直线 AF 斜率的绝对值为

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

8. 若棱长均相等的正三棱柱的体积为 $16\sqrt{3}$，且该三棱柱的各个顶点均在球 O 的表面上，则球 O 的表面积为

A. $\frac{28}{3}\pi$　　B. $\frac{112}{9}\pi$　　C. 6π　　D. $\frac{112}{3}\pi$

9. 下表为某外来生物物种入侵某河流生态后的前 3 个月繁殖数量 y（单位：百只）的数据，通过相关理论进行分析，知可用回归模型 $y=e^{1+at}(a\in\mathbb{R})$ 对 y 与 t 的关系进行拟合，则根据该回归模型，预测第 6 个月该物种的繁殖数量为

第 t 个月	1	2	3
繁殖数量 y	$e^{1.4}$	$e^{2.2}$	$e^{2.4}$

A. e^3 百只　　B. $e^{3.5}$百只　　C. e^4 百只　　D. $e^{4.5}$百只

10. 函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{x}-2$ 的零点个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11. 在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $A=2B$，则$\frac{3a-c}{b}$的取值范围为

A. $(3,4]$　　B. $\left(\frac{7}{3},\frac{12}{5}\right]$　　C. $\left(3,\frac{13}{4}\right]$　　D. $(2,5]$

12. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左顶点为 A，点 $B\left(0,\frac{b}{2}\right)$，直线 AB 与双曲线的两条渐近线分别交于 P,Q 两点，若线段 PQ 的垂直平分线经过双曲线的右顶点，则双曲线的离心率为

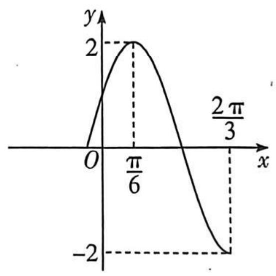
A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 在区间$[-2,3]$上随机取一个数 x，则 $|x|>1$ 的概率为________.

14. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\leqslant 0,\\ x+1\geqslant 0,\\ x-2y+4\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最大值为________.

15. 已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)\left(A,\omega>0,|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，将 $f(x)$ 的图象向右平移$\frac{T}{4}$(T 为 $f(x)$ 的最小正周期)个单位长度得到 $g(x)$ 的图象，则 $g(0)=$________.



16. 已知圆锥内有一个内接圆柱，圆柱的底面在圆锥的底面内，当圆柱与圆锥体积之比最大时，圆柱与圆锥的底面半径之比为________.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17 ~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分. 全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

17.(12 分)

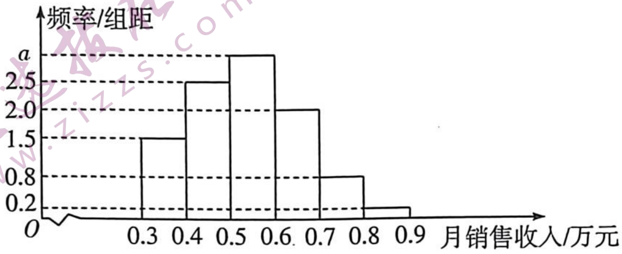
已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=\dfrac{n^2-5n}{2}$.

(Ⅰ)求$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)设 $b_n=\begin{cases}a_n, n\leqslant 10,\\ 2b_{n-10}, n>10,\end{cases}$ 求数列$\{b_n\}$的前 30 项和.

18.(12 分)

某超市为改善某产品的销售状况并制订销售策略,统计了过去 100 天该产品的日销售收入(单位:万元)并分成六组制成如图所示的频率分布直方图.



(Ⅰ)求 a 的值并估计过去 100 天该产品的日销售收入的平均值 $\bar{x}$;(同一区间数据以中点值作代表)

(Ⅱ)该超市过去 100 天中有 30 天将该商品降价销售,在该商品降价的 30 天中有 18 天该产品的日销售收入不低于 0.6 万元,判断能否有 97.5% 的把握认为该商品的日销售收入不低于 0.6 万元与该日是否降价有关.

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

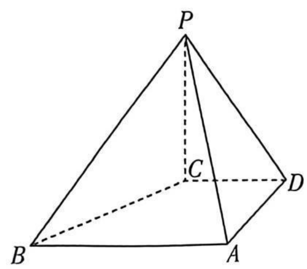
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.025	0.010
k_0	3.841	5.024	6.635

19.(12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,$PC\perp BC$,$PA=PB$,$\angle APC=\angle BPC$.

(Ⅰ)证明:$PC\perp AD$;

(Ⅱ)若 $AB/\!/CD$,$PD\perp AD$,$PC=\sqrt{3}$,且点 C 到平面 PAB 的距离为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$,求 AD 的长.



20. (12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{2}{3}x^3-x^2+ax-1, a\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,-1)$ 处的切线斜率为 -4,求 $f(x)$ 的单调区间;

(Ⅱ)若存在唯一的 $x_0\in(0,2)$,满足 $f(x_0)=f(-1)$,求 a 的取值范围.

21. (12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{2}{3}$,且 $\left(\sqrt{7},\frac{\sqrt{10}}{3}\right)$ 为 C 上一点.

(Ⅰ)求 C 的标准方程;

(Ⅱ)点 A,B 分别为 C 的左、右顶点,M,N 为 C 上异于 A,B 的两点,直线 MN 不与坐标轴平行且不过坐标原点 O,点 M 关于原点 O 的对称点为 M',若直线 AM' 与直线 BN 相交于点 P,直线 OP 与直线 MN 相交于点 Q,证明:点 Q 位于定直线上.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{4t}{4+t^2},\\ y=\frac{8-2t^2}{4+t^2}\end{cases}$ (t 为参数),以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=4$.

(Ⅰ)求曲线 C 的普通方程;

(Ⅱ)若 P 为 C 上一动点,求 P 到 l 的距离的取值范围.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=\left|2x+\frac{1}{2}\right|+\left|2x-\frac{1}{2}\right|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)<3$ 的解集;

(Ⅱ)设 $f(x)$ 的最小值为 M,若正实数 a,b 满足 $\frac{2a}{a+2}+\frac{b}{b+1}=M$,证明:$a+b\geqslant\frac{3}{2}$.