达州市2023年普通高中二年级春季期末监测

数学试题（文科）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷无效.

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x\mid(x+1)(x+2)\leq 0\}$，则 $A\cap B=$

A．$\varnothing$　　B．$[-2,-1]$　　C．$[-2,2]$　　D．$\{-2,-1,0,1,2\}$

2．复数 $z=2+bi(b\in\mathbf{R}, b\neq 0)$，则 $z\cdot\overline{z}$ 的虚部是

A．bi　　B．$-b^2$　　C．0　　D．b^2

3．某地区高三学生参加体检，现随机抽取了部分学生的身高，得到下列频数分布表：

身高范围(单位：cm)	[145,155)	[155,165)	[165,175)	[175,185)	[185,195]
学生人数	5	40	40	10	5

根据表格，估计该地区高三学生的平均身高是

A．165　　B．167　　C．170　　D．173

4．已知 $\cos(x-\frac{\pi}{4})=\frac{4}{5}$，则 $\sin 2x=$

A．$\frac{7}{25}$　　B．$\frac{8}{25}$　　C．$\frac{9}{25}$　　D．$\frac{16}{25}$

5．$f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，$f(x+4)=f(x)$，$f(1)=3$，则 $f(43)=$

A．3　　B．-3　　C．6　　D．0

6．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的离心率为2，则它的渐近线方程为

A．$y=\pm\sqrt{3}x$　　B．$y=\pm\sqrt{2}x$　　C．$y=\pm x$　　D．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

7．设 $a=\ln\frac{1}{8}$，$b=e^{\frac{1}{8}}$，$c=\sin\frac{1}{8}$，则

A．$b>a>c$　　B．$c>a>b$　　C．$c>b>a$　　D．$b>c>a$

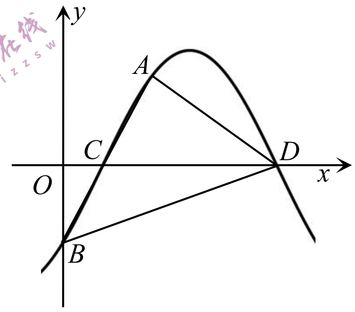
8．已知1，a_1，a_2，a_3成等差数列(a_1，a_2，a_3都是正数)，若其中的3项按一定的顺序成等比数列，则这样的等比数列个数为

A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

9．已知棱长为$\sqrt{2}$的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P满足$\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}+\mu\overrightarrow{CC_1}$，其中$\lambda\in[0,1]$，$\mu\in[0,1]$．当$B_1P$ // 平面A_1BD时，$|B_1P|$的最小值为

A．1　　　　B．$\sqrt{2}$　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．2

10．如图，函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$的图象交坐标轴于点$B$，$C$，$D$，直线$BC$与曲线$y=f(x)$的另一交点为$A$．若$C(\dfrac{1}{2},0)$，$\triangle ABD$的重心为$G(1,0)$，则



A．函数$f(x)$在$[3,4]$上单调递减

B．直线$x=4$是函数$f(x)$图象的一条对称轴

C．$\cos\angle BAD=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$

D．将$y=\cos\dfrac{2\pi x}{3}$的图象向左平移$\dfrac{1}{4}$个单位长度，得到$f(x)$的图象

11．椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0,\ a\neq b)$任意两条相互垂直的切线的交点轨迹为圆：$x^2+y^2=a^2+b^2$，这个圆称为椭圆的蒙日圆．在圆$(x-4)^2+(y-3)^2=r^2(r>0)$上总存在点$P$，使得过点$P$能作椭圆$x^2+\dfrac{y^2}{3}=1$的两条相互垂直的切线，则$r$的取值范围是

A．$(1,9)$　　　　B．$[1,9]$　　　　C．$(3,7)$　　　　D．$[3,7]$

12．设S_n是正项数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_n=3a_{n+1}-2\sqrt{a_{n+1}}(n\in\mathbf{N}^*)$，则

A．如果$a_1=\mathrm{e}$，那么$a_n<a_{n+1}$

B．$\sqrt{3}|\sqrt{a_{n+2}}-\sqrt{a_{n+1}}|<|\sqrt{a_{n+1}}-\sqrt{a_n}|$

C．如果$a_1=1$，那么$S_n=n^2$

D．$S_n>\dfrac{4n}{9}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=(-1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,3)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$__________．

14．如果 x，y 满足 $\begin{cases}x\leqslant 2,\\ y\geqslant -1,\\ x-y\geqslant 0\end{cases}$，则 $2y-x$ 的最小值为__________．

15．某玩具厂计划设计一款玩具，准备将一个棱长为 4cm 的正四面体（所有棱长都相等的三棱锥）密封在一个圆柱形容器内，并且这个正四面体在该圆柱形容器内可以任意转动，则该圆柱形容器内壁高的最小值为__________________ cm．

16．已知 A 是曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 上的点，B 是曲线 $y=\ln x$ 上的点，$|AB|\geqslant a$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是__________．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

(一)必考题：共 60 分．

17．(12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$B=2A$，$\cos A=\dfrac{4}{5}$．

(1)求 $\cos B$ 和 $\cos C$ 的值；

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{468}{25}$，求 $a+b$ 的值．

18．(12 分)

某地区新高考要求语文、数学和英语是考生的必考科目，考生还要从物理、化学、生物、历史、地理和政治六个科目中选取三个科目作为选考科目．现从该地区已选科的学生中随机选出 200 人，对其选科情况进行统计，选考物理的占 60%，选考政治的占 75%，物理和政治都选的有 80 人．

(1)完成选考物理和政治的人数的 2×2 列联表，并判断是否可以在犯错误概率不超过 0.1%的前提下，认为考生选考物理与选考政治有关？

	选考政治的人数	没选考政治的人数	合　计
选考物理的人数			
没选考物理的人数			
合　计			

(2) 若甲、乙、丙三人选考的是物理、化学和生物，A，B 两人选考的是历史、地理和政治，从这 5 人中随机选出 2 人，求这两人中选考物理和政治的各一人的概率.

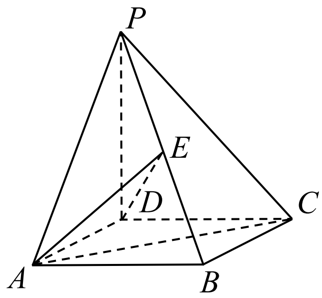
附　参考数据和公式：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$ ．

19．(12 分)

已知四棱锥 $P-ABCD$，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，且 $\angle BAD=\dfrac{\pi}{3}$，$PA=PC$，$PD\perp AD$，$E$ 为 PB 中点．



(1)证明：$AC\perp DE$；

(2)若 $PD=2$，求三棱锥 $P-ADE$ 的体积．

20．(12 分)

已知 $A(x_0,\ y_0)(y_0>0)$ 是抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$ 上的点．当 $x_0=9$ 时，$y_0=6$．

(1)求 E 的标准方程；

(2)F 是 E 的焦点，直线 AF 与 E 的另一交点为 B，$|AF|=5$，求 $\dfrac{|AF|}{|BF|}$ 的值．

21．(12 分)

已知函数 $f(x)=axe^x(a\in\mathbf{R})$．

(1)若 $|a|\leqslant e$，函数 $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{2}x^2-x$ 的极大值为 $\dfrac{3}{2}$，求 a 的值；

(2)若 $f(x)+1\geqslant 0$ 在 $[-2,2]$ 上恒成立，求 a 的取值范围．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的方程为 $(x-3)^2+y^2=4$，直线 l 过点 $P(3\ ,1)$ 且倾斜角为 α．以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系．

(1)写出直线 l 的参数方程(用 P 点坐标与 α 表示)和曲线 C 的极坐标方程；

(2)设直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，求 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}$ 的最小值．

23．[选修 4-5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=2|x-1|+|2x+1|$，函数 $f(x)$ 的最小值为 k．

(1)求 k 的值；

(2)已知 a，b，c 均为正数，且 $3a+2b+c=k$，求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值．