泉州市2020届高三毕业班线上适应性测试（一）

文科数学试题答案及评分参考

评分说明：

1．本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则．

2．对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分（**思想方法分**），但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

3．解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

4．只给整数分数．选择题和填空题不给中间分．

一、单项选择题：本题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．D	2．B	3．A	4．C	5．A
6．D	7．D	8．C	9．B	10．B

1．解析：$z=\dfrac{2i}{1+i}=\dfrac{2i\cdot(1-i)}{(1+i)\cdot(1-i)}=i+1$，故$\overline{z}=1-i$，故选D.

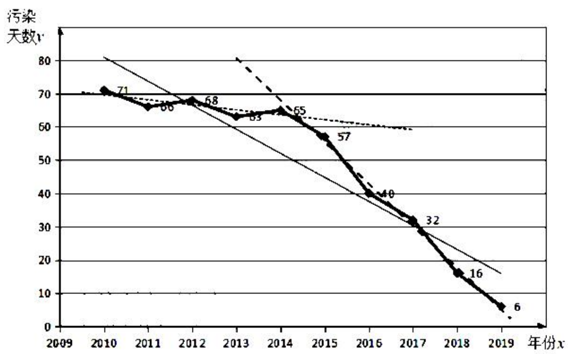
2．解析：$A=\{x|x(x-3)<0\}=\{x|0<x<3\}$，$B=\{x|x\geq 2\}$，$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x<2\}$，

则$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|0<x<3\}\cap\{x|x<2\}=\{x|0<x<2\}$，故答案选B.

3．解析：由$a_3+a_4=16$，$S_5=30$得$2a_1+5d=16$且$5a_1+10d=30$，解得$a_1=-2$.

故答案选A.

4.解析：由图易知，$b_2<b_3<b_1$，$a_1<a_3<a_2$．



5. 解析：由$\sin\alpha=\dfrac{1}{2}+\cos\alpha$，得$\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$，平方得$1-\sin2\alpha=\dfrac{1}{4}$，所以$\sin2\alpha=\dfrac{3}{4}$，

所以$\cos(\dfrac{\pi}{2}+2\alpha)=-\sin2\alpha=-\dfrac{3}{4}$，选 A.

6. 解析：依题意可得$\begin{cases}9=\dfrac{b}{a}\cdot12\\ c=5\\ c^2=a^2+b^2\end{cases}$，解得$a=4,b=3$，故方程为$\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$． 故选 D.

另解：由焦距得$c=5$，又由$c^2=a^2+b^2$，快速排除 A,B 选项；点$(12,9)$代入选项 C，不满足，排除 C.

故选 D.

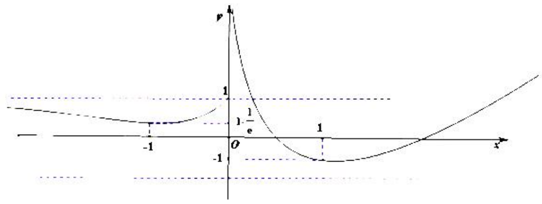
7. 解析：画图可得，当$\begin{cases}x=\dfrac{5}{3}\\ y=\dfrac{16}{3}\end{cases}$时，$x+2y$取得最大值为$\dfrac{37}{3}$，选 D.

8.解析：由题意$f(x)$在 R 上是递增函数，所以$\begin{cases}b\geq0\\ |b|+2\geq3^0+2b\end{cases}$，解得$0\leq b\leq1$.

9.解析：依题意可得$\angle PF_2F_1=90^\circ$，故$|PF_1|=\sqrt{2}\cdot|F_1F_2|$即$2a-2c=\sqrt{2}\cdot2c$,故$e=\sqrt{2}-1$.

10.解析：由$f(x)-a=0$，得$f(x)=a$，作出函数$y=f(x)$与$y=a$的图象，观察他们的交点情况，可知，

$a<1-\dfrac{1}{e}$或$a>1$时，至多有两个交点满足题意，故选 B.



二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分。

11．**AB**　　12．**ACD**

	11 题选项	12 题选项	可得分数
全部正确	AB	ACD	5 分
部分正确	A、B	A、C、D 、A C、C D、AD	3 分

11.解析：$e^{\pi i}+1=\cos\pi+i\sin\pi+1=0$，A 对；$|e^{ix}|=|\cos x+i\sin x|=1$，B 对；$\cos x=\dfrac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}$，C 错；依

题可知 e^{ix} 表示的复数在复平面内对应的点的坐标为$(\cos x,\ \sin x)$，故 e^{6i} 表示的复数在复平面内对应的点的坐标为$(\cos 12,\ \sin 12)$，显然该点位于第四象限，；D 错；选 AB.

12.解析：在$\triangle ABC$中，根据余弦定理得，$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{b}{c}$，即$b^2+a^2=c^2$，所以$C=\dfrac{\pi}{2}$.

由倍角公式得$\cos\angle BAC=2\cos^2\angle CAD-1=\dfrac{1}{8}$，解得$\cos\angle CAD=\dfrac{3}{4}$.

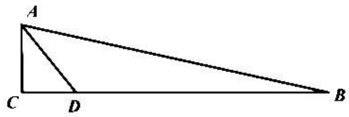
在$Rt\triangle ACD$中，$AC=AD\cos\angle CAD=\dfrac{3}{4}$，故选项 A 正确

在$Rt\triangle ABC$中，$\cos\angle BAC=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{8}$，解得$AB=6$.故选项 B 错误；

$\dfrac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ADB}}=\dfrac{\frac{1}{2}CD\cdot AC}{\frac{1}{2}BD\cdot AC}=\dfrac{\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin\angle CAD}{\frac{1}{2}AB\cdot AD\cdot\sin\angle BAD}$，解得$\dfrac{CD}{BD}=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{8}$，故选项 C 正确；

在$\triangle ABD$中，由$\cos\angle BAD=\dfrac{3}{4}$得，$\sin\angle BAD=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，所以$S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AD\cdot AB\cdot\sin\angle BAD$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 6\cdot\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$，故选项 D 正确.



三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．将答案填在答题卡的相应位置。

13．2　　14．$a>b>c$　　15．$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$，$[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},1]$　　16．$\dfrac{3}{4}$

13.解析：$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|$,两边平方可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，故$-x+2=0$，得$x=2$.

14.解析：因为$b=(e^2)^{\frac{1}{6}}=e^{\frac{1}{3}}$，$a=\pi^{\frac{1}{3}}$,故$a>b>1$,又$c=\log_{\pi}e<\log_{\pi}\pi=1$，故$a>b>c$.

15．解析：$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$，当$x\in[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}]$时，$2x+\dfrac{\pi}{6}\in[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}]$，

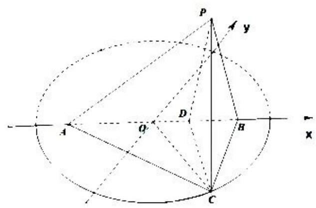
所以$f(x)$的值域为$[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},1]$.

16.【解析】如图所示，由已知易得 ΔPAB 是直角三角形，过点 P 作 $PD\perp AB$，垂足为 D，易得 $PD=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

连接 CD，因为平面 $PAB\perp$ 平面 ABC，由面面垂直的性质定理，可得 $PD\perp$ 平面 ABC，所以 $\angle PCD=\theta$，$\tan\theta=\frac{PD}{CD}=\frac{3\sqrt{3}}{2CD}$，可知当 CD 取最小值时，$\tan\theta$ 最大.

由点 C 到 A，B 两点的距离和为10，可知点 C 的轨迹是以 A,B 为焦点的椭圆 E．设 AB 的中点 O，以 O 为原点，AB 所在轴为 x 轴，建立平面直角坐标系，如图所示. 由 $|AB|=6$，

可得椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$，点 C 在椭圆



E 上，设 $C(x_0,y_0)$，则 $\frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{16}=1$. 由 $BD=\frac{3}{2}$，

得 $D\left(\frac{3}{2},0\right)$.

则 $CD=\sqrt{\left(x_0-\frac{3}{2}\right)^2+y_0^2}=\sqrt{\left(x_0-\frac{3}{2}\right)^2+16\left(1-\frac{x_0^2}{25}\right)}=\sqrt{\frac{9x_0^2}{25}-3x_0+\frac{73}{4}}\,(-5\leqslant x_0\leqslant 5)$.

$CD=\sqrt{\frac{9}{25}(x_0-\frac{25}{6})^2+12}$，可得当 $x_0=\frac{25}{6}$ 时，CD 取得最小值，最小值为 $2\sqrt{3}$.

所以 $\tan\theta$ 的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2\times2\sqrt{3}}=\frac{3}{4}$.

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.【命题意图】本小题主要考查等比数列的定义、通项公式、数列求和等基础知识，考查推理论证能力和运算求解能力，考查化归与转化思想，体现综合性与应用性，导向对逻辑推理、数学运算等核心素养的关注．满分 12 分

解析：（1）由 $a_{n+1}=3a_n$ 得数列 $\{a_n\}$ 是首项 $a_1=3$，公比 $q=3$ 的等比数列；.....1 分

由 $S_n=363$ 得 $3\times\frac{(1-3^n)}{1-3}=363$ ....3 分

得 $3^n=243$，解得 $n=5$.

则这2位"线上买菜"消费总金额均低于600元的概率 $P(A)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. 7分

(II) 由题意，可得估计A地区每位居民"线上买菜"消费总金额平均数为:

$$50\times0.0011\times100+150\times0.0024\times100+250\times0.003\times100+350\times0.002\times100$$
$$+450\times0.001\times100+550\times0.0004\times100+650\times0.0001\times100=260$$ ··10分

估计低于平均水平一半的频率为 $(\frac{260}{2}-100)\times0.0024+0.11=0.182$，

所以估计投放电子补贴总金额为:

$1000000\times0.182\times10=1820000$ 元. 12分

19. **【命题意图】**本小题考查线面平行、面面垂直的判定与性质、三棱锥的体积的求解等基础知识，考查空间想象能力、逻辑推理及运算求解能力，考查化归与转化思想、函数与方程思想等，体现基础性、综合性与应用性，导向对发展数学抽象、逻辑推理、直观想象等核心素养的关注.

解:（1）在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，因为 $AA_1\perp$ 平面 ABC，$BD\subset$ 平面 ABC，

所以 $AA_1\perp BD$. ······························1分

在等边 $\triangle ABC$ 中，D 是 AC 的中点，所以 $BD\perp AC$. ······························2分

又 $AA_1\cap AC=A$，所以 $BD\perp$ 平面 ACC_1A_1. ······························3分

又 $BD\subset$ 平面 BC_1D，所以平面 $BC_1D\perp$ 平面 ACC_1A_1. ······························4分

（2）取 AA_1 的中点 M，A_1B_1 的中点 N，连接 MN，则点 F 的轨迹就是线段 MN. 7分

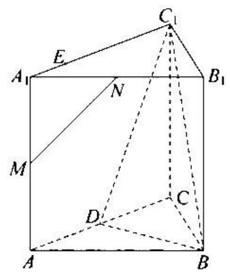
因为 $EF//$ 平面 BC_1D，所以 $V_{F-BC_1D}=V_{E-BC_1D}=V_{B-EC_1D}$. ·········

由（1）得 $BD\perp$ 平面 EC_1D，

又因为 $S_{\triangle EC_1D}=\frac{1}{2}\times3\times4=6$，$BD=2\sqrt{3}$，

所以 $V_{B-EC_1D}=\frac{1}{3}\times6\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

故三棱锥 $F-BC_1D$ 的体积为 $4\sqrt{3}$. ----------------12分



20. **【命题意图】**本小题主要考查抛物线的定义、方程及直线与抛物线的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力等，考查化归与转化思想、数形结合思想、函数与方程思想等，体现基础性、综合性与创新性，导向对发展逻辑推理、直观想象、数学运算、数学建模等核心素养的关注. 满分12分.

解法一:（1）设 $P(x,y)$，则 PF 的中点为 $M(\frac{x}{2},\frac{y+1}{2})$，由题意，得 $|MF|=\left|\frac{y+1}{2}\right|$，·················2分

从而得 $\sqrt{\frac{x^2}{4}+(\frac{y+1}{2}-1)^2}=\frac{(y+1)^2}{4}$，…………3 分

整理，得 $x^2=4y$，

所以 C 的方程为 $x^2=4y$．…………5 分

（2）设 $P(2t,t^2)$，$Q(x_0,y_0)$ 则 PF 的斜率 $k=\frac{t^2-1}{2t}$，故直线 QF 的方程为 $y=\frac{2t}{t^2-1}x+1$，…7 分

又 $y'=\frac{1}{2}x$，故可得 l 的方程为 $y=tx-t^2$，…………9 分

由 $\begin{cases} y=tx-t^2, \\ y=\frac{2t}{t^2-1}x+1, \end{cases}$ 解得 $y_0=-1$，…………10 分

又 $\overrightarrow{FQ}=(x_0,y_0-1)$，$\overrightarrow{FO}=(0,-1)$，

所以 $\overrightarrow{FQ}\cdot\overrightarrow{FO}=1-y_0=2$，故 $\overrightarrow{FQ}\cdot\overrightarrow{FO}$ 为定值．--------------12 分

21．【命题意图】本小题主要考查导数的综合应用，利用导数研究函数的单调性、最值和极值点点等问题，考查抽象概括、推理论证、运算求解能力，考查应用意识与创新意识，综合考查化归与转化思想、分类与整合思想、函数与方程思想、数形结合思想、有限与无限思想以及特殊与一般思想，考查数学抽象、逻辑推理、直观想象、数学运算、数学建模等核心素养．满分 12 分．

解：（1）由题意可得 $f'(x)=(1-x)\left(\frac{a}{e^x}+\frac{1}{x}\right)(x>0)$…………1 分

当 $a=1$ 时，$f'(x)=(1-x)\left(\frac{1}{e^x}+\frac{1}{x}\right)$，

因为 $x>0$，所以 $\left(\frac{1}{e^x}+\frac{1}{x}\right)>0$…………2 分

所以 $f'(x)>0$ 时，$0<x<1$，$f'(x)<0$ 时，$x>1$．…………3 分

所以 $f(x)$ 的增区间是 $(1,+\infty)$，减区间是 $(0,1)$．…………4 分

（2）$f'(x)=(1-x)\left(\frac{a}{e^x}+\frac{1}{x}\right)=\frac{(1-x)\left(a+\frac{e^x}{x}\right)}{e^x}$，令 $g(x)=a+\frac{e^x}{x}$…………5 分

则 $g'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$，当 $0<x<1,g'(x)<0$，当 $x>0,g'(x)>0$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 递减,在 $(1,+\infty)$ 递增,

所以 $g_{\min}(x)=g(1)=a+e$ ……………………………………………………7 分

①当 $a+e>0$,即 $a>-e$ 时,$g(x)>0$ 恒成立,

故 $0<x<1$ 时,$f'(x)>0$; $x>1$ 时,$f'(x)<0$

故 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 递增,在 $(1,+\infty)$ 递减,所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的唯一极值点,满足题意…………9 分

②当 $a+e=0$,即 $a=-e$ 时,$g(x)$ 在 $(0,1)$ 递减,在 $(1,+\infty)$ 递增,$g(1)=a+e=0$

故 $0<x<1$ 时,$g(x)>g(1)=0$,得 $f'(x)>0$; $x>1$ 时,$g(x)>g(1)=0$,得 $f'(x)<0$

故 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 递增,在 $(1,+\infty)$ 递减,

所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的唯一极值点,满足题意.. ……………………………10 分

③当 $a+e<0, a<-e$ 时,$g(1)=a+e<0$,

$g(-a)=\dfrac{e^{-a}-a^2}{-a}$,令 $-a=t$,则 $g(-a)=\dfrac{e^t-t^2}{t}, t>e$,

令 $h(t)=e^t-t^2, t>e$, $h'(t)=e^t-2t$,

令 $\varphi(t)=e^t-2t, t>e$, $\varphi'(t)=e^t-2>0$,故 $\varphi(t)$ 在 $(e,+\infty)$ 递增,故 $\varphi(t)>\varphi(e)>0$

故 $h(t)$ 在 $(e,+\infty)$ 递增, $h(t)>h(e)>0$,故 $g(-a)>0$

所以 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 存在唯一零点,设为 t,

当 $1<x<t$ 时,$g(x)<g(t)=0$,得 $f'(x)>0$;当 $x>t$ 时,$g(x)>g(t)=0$,得 $f'(x)<0$,

所以 $f(x)$ 在 $(1,t)$ 递减, $(t,+\infty)$ 递增,所以 $x=t$ 也是 $f'(x)$ 的极值点,

所以 $a<-e$ 不符合题意

综上所述,a 的取值范围是 $a\geq -e$ ……………………………………………………12 分

(注:①②可合并)

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．选修 4－4：坐标系与参数方程

本小题综合考查直线与圆的参数方程、圆的直角坐标方程与极坐标方程的互化、极坐标的几何含义、面积公式、三角恒等变换及三角函数性质等基础知识，考查推理论证能力与运算求解能力，考查函数与方程思想、转化与化归思想、数形结合思想，体现基础性与综合性，导向对发展直观想象、逻辑推理、数学运算等核心素养的关注．满分 10 分．

解：（1）由 $\begin{cases} x=4-t \\ y=kt \end{cases}$，消去参数 t 得 l_1 的普通方程 $y=k(4-x)$， ....1 分

设 $P(x,y)$，由题意得 $\begin{cases} y=k(4-x), \\ y=\dfrac{1}{k}x. \end{cases}$ ....2 分

消去 k 得 C 的普通方程 $x^2+y^2-4x=0(y\neq 0)$． ....3 分

把 $x^2+y^2=\rho^2, x=\rho\cos\theta$ 代入上式，$\rho^2-4\rho\cos\theta=0$，． ....4 分

可得 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$（$\rho\neq 0,4$）． ....5 分

（2）由题意可设 $A(\rho_1,\theta), B(\rho_2,\theta+\dfrac{\pi}{4})(\rho_1>0,\rho_2>0)$， ....6 分

$$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}\rho_1\rho_2=4\sqrt{2}\cos\theta\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$$ ....7 分

$$=4\left(\cos^2\theta-\sin\theta\cos\theta\right)=4\left(\frac{1+\cos 2\theta}{2}-\frac{\sin 2\theta}{2}\right)$$

$$=2+2\sqrt{2}\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right),$$ ． ....8 分

所以当 $\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$，即 $\theta=k\pi-\dfrac{\pi}{4}(k\in Z)$ 时， ....9 分

ΔAOB 的面积取得最大值，其最大值为 $2+2\sqrt{2}$． ....10 分

23．选修 4－5：不等式选讲

本小题主要考查绝对值不等式的解法、绝对值的意义、基本不等式等基础知识，考查抽象概括能力、运算求解能力，考查分类与整合的思想，转化与化归的思想，体现基础性与综合性，导向对发展逻辑推理、数学运算、直观想象及数学建模等核心素养的关注．满分 10 分．

解:（1）当 $x=1$ 时, $2\geq a\cdot 0$ 恒成立,此时 $a\in\mathbf{R}$. ……1 分

当 $x\neq 1$ 时,原不等式可等价转化为 $a\leq\dfrac{|x-2|+|3x-2|}{|x-1|}$. ……2 分

令 $g(x)=\dfrac{|x-2|+|3x-2|}{|x-1|}$，则原不等式恒成立，只需 $a\leq g_{\min}(x)$. ……2 分

因为 $g(x)=\dfrac{|x-2|+|3x-2|}{|x-1|}\geq\dfrac{|4x-4|}{|x-1|}=4$, ……3 分

当且仅当 $x\leq\dfrac{2}{3}$ 或 $x\geq 2$ 时 “=” 号成立, ……4 分

所以 $g_{\min}(x)=4$,即 $a\leq 4$. ……4 分

综上知， a 的最大值 $m=4$. ……5 分

（2） 由（1）可得 $pq-2p-q=2$，即 $(p-1)(q-2)=4$. ……6 分

因为 $p-1>0$, 所以 $(q-2)>0$， ……7 分

$p+q=(p-1)+(q-2)+3\geq 2\sqrt{(p-1)(q-2)}+3=7$， ……9 分

当且仅当 $p-1=q-2$，即 $p=3,q=4$ 时 “=” 成立, ……10 分

所以 $p+q$ 的最小值为 7. ……10 分

说明：令 $p+q=t$，转化为求函数 $t=\dfrac{p^2+p+2}{p-1}(p>1)$ 的最小值，或转化为“由关于 p 的二次方程 $p^2+(1-t)p+t+2=0$ 有大于 1 的解，求 t 的最小值”问题，参照前述解答，视求解进度情况酌情相应给分.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

福利：

1、关注后回复“答题模板”，即可获得高中 9 科答题模板资料

2、回复“清北华五”，即可获得清北华东五校特殊选拔考试模式及真题