

2022 学年第二学期温州新力量联盟期中联考

高二年级数学学科参考答案

命题: 温州市第十四高级中学 宋鑫

审稿: 瓯海第二高级中学 梁淑辉

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	B	A	A	B	C	D

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

题号	9	10	11	12
答案	AD	ABD	AC	ABC

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 24

14. 240

15. $\frac{13}{16}$

16. $\frac{1}{e}$

四、解答题: 本题共 6 小题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

解: (1) $\because g'(x) = 9x^2 - 9 = 9(x+1)(x-1)$, 1 分

令 $g'(x) > 0 \Rightarrow x < -1$ 或 $x > 1$, 3 分

令 $g'(x) < 0 \Rightarrow -1 < x < 1$; 5 分

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$, 单调递减区间为 $(-1, 1)$ 6 分

(2). 由 (1) 可知:

当 $x = -1$ 时, $g(x)$ 取得极大值 $g(-1) = 11$, 7 分

当 $x=1$ 时, $g(x)$ 取得极小值 $g(1)=-1$, 8 分

又 $g(-2)=-24+18+5=-1, g(2)=24-18+5=11$ 9 分

所以 $g(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 上的最大值为 11, 最小值为 -1..... 10 分

18. (12 分)

解: (1) 设分数在 $[70,80]$ 内的频率为 x , 根据频率分布直方图得,

$$(0.01+0.015+0.02+0.025+0.005)\times 10+x=1,$$

解得 $x=0.25$ 2 分

因此, 考试成绩在 $[70,80]$ 上的人数为 $100\times 0.25=25$ (人) 4 分

(2) 根据频率分布直方图可知考试成绩在 $[80,100]$ 的频率为 $(0.025+0.005)\times 10=0.3$

..... 6 分

因此 $P(\xi \leq 1) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1)$ 8 分

$$= C_3^0 (0.3)^0 (0.7)^3 + C_3^1 (0.3)^1 (0.7)^2$$
 10 分

$$= 0.343 + 0.441 = 0.784$$
 12 分

(另解: $P(\xi \leq 1) = 1 - P(\xi = 2) + P(\xi = 3) = 0.784$, 给分标准同上)

19. (12 分)

解: (1) $A_4^4 = 24$ (种) 4 分

(2) $A_6^4 - C_4^2 A_4^4 = 216$ 8 分

(3) $A_4^4 C_5^2 = 240$ 12 分

(每个小题如果列式正确, 但答案错误, 则每个小题扣 1 分)

20. (12 分)

解:

(1) 若选①, $a_1 = 35$,

根据二项式展开式的通项公式可得 $a_1 = C_7^1 \cdot 1^6 \cdot (mx)^1 = 7m = 35$, 解得 $m = 5$ 4 分

若选②, $C_m^0 + C_m^1 + \cdots + C_m^m = 32 (m \in N^*)$, 由二项式系数和可得 $2^m = 32$, 解得 $m = 5$.

..... 4 分

若选③, 展开式中二项式系数最大值为 $7m$,

由二项式系数的性质可得 $C_7^{\frac{7+1}{2}} = 7m$ 或 $C_7^{\frac{7-1}{2}} = 7m$, 解得 $7m = 35$, 即 $m = 5$ 4 分

(每种选择的解答过程中, 列式正确 2 分, 答案正确 2 分)

(2) 由 (1) 可得 $(1+5x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$,

令 $x=1$, 可得 $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_7 = 6^7$, ①..... 6 分

令 $x=-1$, 可得 $a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_7 = -4^7$, ②..... 8 分

①+②可得, $2(a_0 + a_2 + a_4 + a_6) = 6^7 - 4^7$, 所以 $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = \frac{6^7 - 4^7}{2} = 131776$

..... 10 分

令 $x=0$, 可得 $a_0 = 1$, 11 分

所以 $a_2 + a_4 + a_6 = 131776 - 1 = 131775$ 12 分

21. (12 分)

解: (1) 设“这位小学生因近视佩戴眼镜”为事件 A , 则 $P(A) = \frac{24}{100} = 0.24$ 1 分

设“这位小学生佩戴的是角膜塑形镜”为事件 B , 则“这位小学生因近视佩戴眼镜, 且眼镜是角膜塑形镜”为事件 AB , 则 $P(AB) = \frac{8}{100} = 0.08$ 2 分

故所求的概率为 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.08}{0.24} = \frac{1}{3}$ 3 分

(2) 依题意, 佩戴角膜塑形镜的有 8 人, 其中 2 名是男生, 6 名是女生, 故从中抽 3 人, 男生人数 X 的所有可能取值为 0, 1, 2,

$$P(X=0) = \frac{C_6^3}{C_8^3} = \frac{5}{14} \quad P(X=1) = \frac{C_2^1 C_6^2}{C_8^3} = \frac{15}{28} \quad P(X=2) = \frac{C_2^2 C_6^1}{C_8^3} = \frac{3}{28}$$

所以男生人数 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

..... 6 分

所以 $E(X) = 1 \times \frac{15}{28} + 2 \times \frac{3}{28} = \frac{3}{4}$ 7 分

$$D(X) = (0 - \frac{3}{4})^2 \times \frac{5}{14} + (1 - \frac{3}{4})^2 \times \frac{15}{28} + (2 - \frac{3}{4})^2 \times \frac{3}{28} = \frac{45}{112}$$
 8 分

(3) 由已知可得, $Y \sim B(20, 0.08)$, 9 分

则 $E(Y) = np = 20 \times 0.08 = 1.6$ 10 分

$$D(Y) = np(1-p) = 20 \times 0.08 \times 0.92 = 1.472$$
 12 分

22. (12 分)

解: (1) 由 $f(x) = a \ln x + x + a$, 得 $f'(x) = \frac{a}{x} + 1 = \frac{x+a}{x} (x > 0)$, 1 分

当 $a \geq 0$ 时, $f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 2 分

当 $a < 0$ 时, 当 $0 < x < -a$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $x > -a$ 时, $f'(x) > 0$,

所以 $f(x)$ 在 $(0, -a)$ 上递减, 在 $(-a, +\infty)$ 上递增, 4 分

综上, 当 $a \geq 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, -a)$ 上递减, 在 $(-a, +\infty)$ 上递增;

(2) 由 (1) 知, 当 $a \geq 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则 $f(x)$ 至多只有 1 个零点, 不符合题意,

所以当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 可能存在两个零点,

由 (1) 知, 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, -a)$ 上递减, 在 $(-a, +\infty)$ 上递增,

所以 $f(x)_{\min} = f(-a) = a \ln(-a) < 0$, 得 $a < -1$, 6 分

此时 $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} > 0$,

① 当 $-2 \leq a < -1$ 时, $f(e^3) = e^3 + 4a > 0$, 此时 $\frac{1}{e} < -a < e^3$, 则

$f(x)$ 在 $(0, -a)$ 和 $(-a, +\infty)$ 上分别存在一个零点,

② 当 $a < -2$ 时, $f(e^{-a}) = a \ln e^{-a} + e^{-a} + a = e^{-a} - a^2 + a$,

令 $g(a) = e^{-a} - a^2 + a, a < -2$, 则 $g'(a) = -e^{-a} - 2a + 1$,

$g''(a) = e^{-a} - 2 > 0$,

所以 $g'(a)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上单调递增, 则 $g'(-2) = -e^2 + 5 < 0$,

所以 $g(a)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上单调递减,

所以 $g(a) > g(-2) = e^2 - 6 > 0$, 即 $f(e^{-a}) > 0$,

此时 $\frac{1}{e} < -a < e^{-a}$, 则 $f(x)$ 在 $(0, -a)$ 和 $(-a, +\infty)$ 上分别存在一个零点,

综上, $f(x)$ 有两个零点, 则 $a < -1$ 8 分

下面证明 $x_1 x_2 > 1$, 不妨设 $0 < x_1 < -a < x_2$, 则由 $f(x_1) = f(x_2) = 0$, 得

$$\begin{cases} a \ln x_1 + x_1 + a = 0 \\ a \ln x_2 + x_2 + a = 0 \end{cases} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

两式相减得, $-a = \frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2}$,

两式相加得, $\ln x_1 + \ln x_2 = \frac{x_1 + x_2}{-a} - 2 = \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} (\ln x_1 - \ln x_2) - 2$, 10 分

所以要证 $x_1 x_2 > 1$, 只要证 $\ln(x_1 x_2) = \ln x_1 + \ln x_2 > 0$,

即证 $\frac{x_1+x_2}{x_1-x_2}(\ln x_1 - \ln x_2) - 2 > 0$,

即证 $\frac{\ln x_1 - \ln x_2}{2} - \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} - \frac{\frac{x_1}{x_2} - 1}{\frac{x_1}{x_2} + 1} < 0$,

令 $h(t) = \frac{1}{2} \ln t - \frac{t-1}{t+1}$, $t \in (0, 1)$, 则 $h'(t) = \frac{1}{2t} - \frac{2}{(t+1)^2} = \frac{(t-1)^2}{2t(t+1)^2} > 0$,

所以 $h(t)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增,

所以 $h(t) < h(1) = 0$, 12 分

因为 $\frac{x_1}{x_2} \in (0, 1)$, 所以 $\frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} - \frac{\frac{x_1}{x_2} - 1}{\frac{x_1}{x_2} + 1} < 0$,

所以 $x_1 x_2 > 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址: www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**浙江官方微信号: **zjgkjzb**。



微信搜一搜

浙考家长帮

