参　考　答　案：

1.【答案】B

【解析】由题得 $A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x\leqslant 1\}$，所以 $A\cap B=\{x|0<x\leqslant 1\}$，故选 B.

2.【答案】A

【解析】因为 $z=\frac{2i}{1-i}+2i=\frac{2i(1+i)}{(1-i)(1+i)}+2i=i-1+2i=-1+3i$，所以 z 的虚部为 3，故选 A.

3.【答案】B

【解析】由题易知双曲线 $\frac{y^2}{8}-\frac{x^2}{2}=1$ 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$，其他三个选项中的双曲线的渐近线方程均为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，故选 B.

4.【答案】D

【解析】由题得 $\boldsymbol{b}=(1,-3)-2(1,\lambda)=(-1,-3-2\lambda)$，因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1\times 1-(3+2\lambda)\lambda=0$，解得 $\lambda=-1$ 或 $-\frac{1}{2}$，故选 D.

5.【答案】B

【解析】因为 $f(x+3)=-f(x)$，所以 $f(x+6)=-f(x+3)=f(x)$，所以 $f(x)$ 的周期为 6，又 $g(x)=f(x)-2$ 为奇函数，所以 $f(x)-2+f(-x)-2=0$，所以 $f(x)+f(-x)=4$，令 $x=0$，得 $2f(0)=4$，所以 $f(0)=2$. 所以 $f(198)=f(0+6\times 33)=f(0)=2$，故选 B.

6.【答案】C

【解析】由 $\sin 37^\circ\approx\frac{3}{5}$ 得 $\cos 37^\circ\approx\frac{4}{5}$，所以 $\frac{\sqrt{2}\sin 8^\circ+\cos 53^\circ}{\sqrt{2}\cos 8^\circ-\sin 53^\circ}=\frac{\sin(53^\circ-45^\circ)+\cos 53^\circ\sin 45^\circ}{\cos(53^\circ-45^\circ)-\sin 53^\circ\sin 45^\circ}=\frac{\sin 53^\circ\cos 45^\circ}{\cos 53^\circ\cos 45^\circ}=\frac{\cos 37^\circ}{\sin 37^\circ}\approx\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{4}{3}$，故选 C.

7.【答案】D

【解析】不妨设 AB,BC,AC 分别为 c,a,b，则 $2=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot h_c^2\cdot c$，故 $\frac{3c}{2\pi}=S^2_{\triangle ABC}$，同理可得 $\frac{2a}{\pi}=S^2_{\triangle ABC}$，$\frac{3b}{\pi}=S^2_{\triangle ABC}$，故 $a:b:c=3:2:4$，则 $\cos\angle BAC=\frac{2^2+4^2-3^2}{2\times 2\times 4}=\frac{11}{16}$，故选 D.

8.【答案】C

【解析】令 $f(x)=\frac{\ln x}{2}+1-\sqrt{x}$，则 $f'(x)=\frac{1}{2x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1-\sqrt{x}}{2x}$，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，故函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，故 $f(3.5)<f(1)=0$，即 $\frac{\ln 3.5}{2}+1=\frac{\ln(3.5e^2)}{2}<\sqrt{3.5}=\frac{\sqrt{14}}{2}$，即 $b<c$；令 $g(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1$，则 $g'(x)=e^x-x-1$，当 $x\in(0,1)$ 时，$g'(x)>0$，故函数 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，故 $g(0.7)>g(0)=0$，即 $e^{0.7}>1+0.7+\frac{0.7^2}{2}=1.945>\sqrt{3.5}=\frac{\sqrt{14}}{2}$，故 $a>c$，则 $a>c>b$，故选 C.

9.【答案】BD

【解析】在 $N(\mu,\sigma^2)$ 中，μ 为平均数，B 正确；正态曲线关于直线 $X=\mu$ 对称，D 正确；$\sigma^2=16$ 为方差，A 错误；从该校高二男生中任选一人，身高超过 183 cm 的概率 $P=\frac{1-0.9544}{2}<0.03$，C 错误，故选 BD.

10.【答案】BC

【解析】$f'(x)=2e^{2x}-2e^x-12=2(e^x-3)(e^x+2)$，故 $f'(0)=-12$，故 A 错误；令 $f'(x)>0$，解得 $x>\ln 3$，故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(\ln 3,+\infty)$，而 $(2,+\infty)\subseteq(\ln 3,+\infty)$，故 B 正确；当 $x<\ln 3$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，当 $x>\ln 3$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，故 $f(x)$ 的极小值为 $f(\ln 3)=3-12\ln 3$，故 C 正确；$f(x)$ 在 $[-2,1]$ 上单调递减，最小值为 $f(1)=e^2-2e-12$，故 D 错误，故选 BC.

11.【答案】BD

【解析】因为点 $P(m,n)$ 在椭圆 $C:\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ 上，所以 $\frac{m^2}{3}+\frac{n^2}{2}=1(-\sqrt{3}\leqslant m\leqslant\sqrt{3})$，$n^2=2-\frac{2}{3}m^2$，所以 $|PQ|=\sqrt{(m-a)^2+n^2}=\sqrt{(m-a)^2+2-\frac{2}{3}m^2}=\sqrt{\frac{1}{3}m^2-2am+a^2+2}=\sqrt{\frac{1}{3}(m-3a)^2+2-2a^2}$，若 $0<a\leqslant\frac{\sqrt{3}}{3}$，当 $m=3a$ 时，$|PQ|$ 最小，若 $a>\frac{\sqrt{3}}{3}$，当 $m=\sqrt{3}$ 时，$|PQ|$ 最小，故选 BD.

12.【答案】AB

【解析】由 $f(x)=f\left(-\frac{\pi}{6}-x\right)$，知 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称，又 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=0$，即 $\frac{5\pi}{12}$ 是 $f(x)$ 的零点，则 $\frac{5\pi}{12}-\left(-\frac{\pi}{12}\right)=(2n+1)\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{2\pi}{\omega}\right)$，$n\in\mathbf{Z}$，从而 $\omega=2n+1(n\in\mathbf{Z})$. 根据 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 上单调，有 $\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{\omega}\geqslant\frac{2\pi}{9}-\frac{\pi}{18}=\frac{\pi}{6}$，可得 $\omega\leqslant 6$，所以 $\omega=1,3,5$. 当 $\omega=5$ 时，由 $5\times\frac{5\pi}{12}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $\varphi=k\pi-\frac{25\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{12}$，此时当 $x\in\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 时，$5x-\frac{\pi}{12}\in\left(\frac{7\pi}{36},\frac{37\pi}{36}\right)$，所以 $f(x)=\sin\left(5x-\frac{\pi}{12}\right)$ 在 $\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 上不单调，$\omega=5$ 不符合题意；当 $\omega=3$ 时，由 $3\times\frac{5\pi}{12}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $\varphi=k\pi-\frac{5\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{4}$，此时当 $x\in\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 时，$3x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right)$，所以 $f(x)=\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 上单调，$\omega=3$ 符合题意；当 $\omega=1$ 时，由 $\frac{5\pi}{12}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $\varphi=k\pi-\frac{5\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=-\frac{5\pi}{12}$，此时当 $x\in\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 时，$x-\frac{5\pi}{12}\in\left(-\frac{13\pi}{36},-\frac{7\pi}{36}\right)$，所以 $f(x)=\sin\left(x-\frac{5\pi}{12}\right)$ 在 $\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$ 上单调，$\omega=1$ 符合题意. 从而 ω 的可能取值为 1，3，故选 AB.

13.【答案】$[1,+\infty)$

【解析】因为 $|x_0|+1\geqslant 1$，所以实数 a 的取值范围为 $[1,+\infty)$.

14.【答案】4

【解析】由题意可得圆 C 的圆心 $C(1,-2)$，半径 $r=\sqrt{5-m}$，则 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{|2\times1-(-2)-2|}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，因为直线 l 被圆 C 截得的线段长为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$，所以 $2\sqrt{5-m-\frac{4}{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，解得 $m=4$.

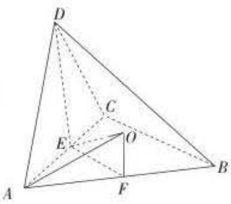
15.【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】甲、乙分配到同一个场馆有以下两种情况：(1) 场馆分组人数为 1，1，3 时，甲、乙必在 3 人组，则方法数为 $C_3^1A_3^3=18$ 种；(2) 场馆分组人数为 2，2，1 时，其中甲、乙在一组，则方法数为 $C_3^1C_3^2A_2^2=18$ 种，即甲、乙分配到同一个场馆的方法数为 $n=18+18=36$. 若甲分配到游泳馆，则乙必然也在游泳馆，此时的方法数为 $m=C_3^1A_2^2+C_3^1A_2^2=12$，故所求的概率为 $P=\frac{m}{n}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$.

16.【答案】10π

【解析】如图，取 AC 的中点 E，AB 的中点 F，连接 EF，DE. 因为 $AD=CD$，所以 $DE\perp AC$，因为 $BC\perp AC$，$EF/\!/BC$，

所以 $EF\perp AC$,所以 $\angle DEF=135°$. 过点 E 作 $OE\perp$ 平面 DAC,过点 F 作 $OF\perp$ 平面 ABC,$OE\cap OF=O$,因为点 E,F 分别是 $\triangle DAC$ 和 $\triangle ABC$ 的外心,所以点 O 是三棱锥 $D-ABC$ 的外接球的球心. 因为 $AD=\sqrt{3}$,所以 $AC=\sqrt{6}$,$BC=\sqrt{2}$,$AB=2\sqrt{2}$,所以 $EF=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\angle OEF=45°$,所以 $OF=EF=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$AF=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}$,所以 $OA=\sqrt{OF^2+AF^2}=\sqrt{\frac{5}{2}}$. 则三棱锥 $D-ABC$ 的外接球的半径 $R=\sqrt{\frac{5}{2}}$,所以外接球的表面积 $S=4\pi R^2=10\pi$.



【评分细则】

1. 第 13 小题中,若结果不用区间表示,则不给分;
2. 第 15 小题中,若结果写成$\frac{12}{36}$,而未约分,则不给分.

17. 解:(1)当 $n=1$ 时,$2S_1=3^1-2-1$,解得 $a_1=0$;(2 分)

当 $n\geqslant 2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{3^n-2n-1}{2}-\frac{3^{n-1}-2n+1}{2}=3^{n-1}-1$,(4 分)

将 $n=1$ 代入 $a_1=0$ 也成立,

综上所述,$a_n=3^{n-1}-1(n\in\mathbf{N}^*)$. (5 分)

(2)依题意,$b_n=\frac{2\cdot 3^n}{a_{n+1}a_{n+2}}=\frac{2\cdot 3^n}{(3^n-1)(3^{n+1}-1)}=\frac{1}{3^n-1}-\frac{1}{3^{n+1}-1}$,(8 分)

故 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\frac{1}{3^1-1}-\frac{1}{3^2-1}+\frac{1}{3^2-1}-\frac{1}{3^3-1}+\cdots+\frac{1}{3^n-1}-\frac{1}{3^{n+1}-1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3^{n+1}-1}$. (10 分)

【评分细则】

1. 第(1)问中,没有考虑 $n=1$ 的情况扣 2 分,$n=1$ 求错,$n\geqslant 2$ 求对,也扣 2 分;没有综上所述扣 1 分;通过归纳的方法得到通项公式给 2 分;
2. 第(2)问中,仅结果错误,但过程均正确扣 2 分;通过归纳的方法得到 T_n 给 2 分.

18. 解:(1)$y=a\cdot b^x$两边同时取自然对数得 $\ln y=\ln(a\cdot b^x)=\ln a+x\ln b$.

设 $\ln y=v$,所以 $v=\ln a+x\ln b$,(2 分)

因为 $\bar{x}=3$,$\bar{v}=1.94$,$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=55$,

所以 $\ln\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iv_i-5\bar{x}\bar{v}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\bar{x}^2}=\frac{33.82-5\times 3\times 1.94}{55-5\times 3^2}=0.472$. (4 分)

把$(3,1.94)$代入 $\bar{v}=\ln\hat{a}+\bar{x}\ln\hat{b}$,得 $\ln\hat{a}=0.524$,(6 分)

所以 $\hat{v}=0.524+0.472x$,即 $\ln\hat{y}=0.524+0.472x$,(7 分)

所以 $\hat{y}=e^{0.524+0.472x}=1.7\times 1.6^x$,

即 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=1.7\times 1.6^x$. (9 分)

(2)由(1)知 $b-1.3=0.3$,(10 分)

所以根据 2022 年中国车载音乐市场规模及修正后的年平均增长率预测 2024 年中国车载音乐市场规模为 $17.0\times 1.3^2=17.0\times 1.69=28.73$ 十亿元. (12 分)

【评分细则】

所得数据非常接近可酌情给分.

19. 解:(1)若选①,由已知得 $3ab\sin C=4bc\cos A$,(2 分)

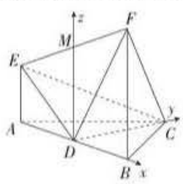
所以 $3a\sin C=4c\cos A$,

由正弦定理得 $3\sin A\sin C=4\sin C\cos A$，
又 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C>0$，
所以 $3\sin A=4\cos A$，①（5 分）
又 $\sin^2A+\cos^2A=1$，②
联立①，②以及 $A\in(0,\pi)$，解得 $\sin A=\frac{4}{5}$.（6 分）
若选②，由已知及正弦定理得 $3\sin A\sin B+4\sin A\cos B=4\sin C$，（2 分）
所以 $3\sin A\sin B+4\sin A\cos B=4\sin(A+B)$，（3 分）
所以 $3\sin A\sin B+4\sin A\cos B=4\sin A\cos B+4\cos A\sin B$，
所以 $3\sin A\sin B=4\cos A\sin B$，
又 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B>0$，所以 $3\sin A=4\cos A$，①（5 分）
又 $\sin^2A+\cos^2A=1$，②
联立①，②以及 $A\in(0,\pi)$，解得 $\sin A=\frac{4}{5}$.（6 分）
（2）由 $\triangle ABC$ 的面积为 2，得 $\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{2}{5}bc=2$，所以 $bc=5$，（7 分）
由（1）可得 $\cos A=\frac{3}{4}\sin A=\frac{3}{5}$，（8 分）
由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-16}{10}=\frac{3}{5}$，（10 分）
所以 $b^2+c^2=22$，
所以 $b+c=\sqrt{b^2+2bc+c^2}=4\sqrt{2}$，（11 分）
所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $a+b+c=4+4\sqrt{2}$.（12 分）

【评分细则】

1. 第（1）小题中，若选①，正弦定理写对了可得 2 分；若未注明"又 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C>0$，"以及"$A\in(0,\pi)$，"不扣分；
2. 第（1）小题中，若选②，未注明"又 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B>0$，"以及"$A\in(0,\pi)$，"不扣分；
3. 第（2）小题中，用其他方法解出 b,c 的值，结果正确步骤无误可给满分.

20.（1）证明：因为 $AC=BC$，D 为 AB 的中点，所以 $CD\perp AB$，
又 $AE\perp$ 平面 ABC，$CD\subset$ 平面 ABC，所以 $AE\perp CD$，（1 分）
又 $AE\cap AB=A$，$AE,AB\subset$ 平面 $ABFE$，所以 $CD\perp$ 平面 $ABFE$，
又 $DE\subset$ 平面 $ABFE$，所以 $CD\perp DE$.（3 分）
由平面几何知识可知 $DF=2\sqrt{5}$，$DE=\sqrt{5}$，$EF=5$，
所以 $DE^2+DF^2=EF^2$，所以 $DE\perp DF$，
又 $CD\cap DF=D$，$CD,DF\subset$ 平面 CDF，所以 $DE\perp$ 平面 CDF.（5 分）
（2）解：由题知 $CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=2$，过 D 作 $DM/\!/AE$ 交 EF 于 M，
则 $DM\perp$ 平面 ABC，可得 $DM\perp AB$，$DM\perp CD$，
以 D 为坐标原点，向量 $\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DM}$ 的方向分别为 x,y,z 轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系，（7 分）



则 $C(0,2,0)$，$E(-2,0,1)$，$F(2,0,4)$，所以$\overrightarrow{CE}=(-2,-2,1)$，$\overrightarrow{CF}=(2,-2,4)$，

设平面 CEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

由$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CE}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CF}=0,\end{cases}$得$\begin{cases}-2x-2y+z=0,\\ 2x-2y+4z=0.\end{cases}$

取 $x=-3$，则 $y=5$，$z=4$，所以 $\boldsymbol{m}=(-3,5,4)$.（9 分）

由(1)知平面 CDF 的一个法向量为$\overrightarrow{DE}=(-2,0,1)$，（10 分）

设二面角 $E-CF-D$ 的平面角为 θ，易知 θ 为锐角，

则 $\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{m},\overrightarrow{DE}\rangle|=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DE}|}{|\boldsymbol{m}||\overrightarrow{DE}|}=\dfrac{|-3\times(-2)+5\times0+4\times1|}{\sqrt{(-3)^2+5^2+4^2}\times\sqrt{(-2)^2+0^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，

所以二面角 $E-CF-D$ 的平面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.（12 分）

【评分细则】

1. 第(1)小题中，用其他方法（如向量法）证明，酌情给分；
2. 第(2)小题中，平面 CDF 的法向量不唯一，只要与 $\boldsymbol{m}=(-3,5,4)$ 平行即可得分；
3. 第(2)小题中，若不用空间向量法求解，酌情给分，结果正确步骤无误则给满分.

21. 解：(1)由对称性可知当△OAB 为等边三角形时，A，B 两点关于 x 轴对称，

当△OAB 为等边三角形时，△OAB 的高为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}|AB|=12$，

由题意知点$(12,4\sqrt{3})$在 C 上，代入 $y^2=2px$，得$(4\sqrt{3})^2=24p$，

解得 $p=2$，（3 分）

所以 C 的标准方程为 $y^2=4x$.（4 分）

(2)由(1)知 $F(1,0)$，根据题意可知直线 AB 的斜率不为 0，

设直线 AB 的方程为 $x=ky+m$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$P(x_0,y_0)$，

联立$\begin{cases}x=ky+m,\\ y^2=4x\end{cases}$得 $y^2-4ky-4m=0$，

所以 $\Delta=16k^2+16m>0$，即 $k^2+m>0$，且 $y_1+y_2=4k$，$y_1y_2=-4m$，

所以 $x_1+x_2=k(y_1+y_2)+2m=4k^2+2m$，（7 分）

由$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=4\overrightarrow{PF}$，得$(x_1-x_0,y_1-y_0)+(x_2-x_0,y_2-y_0)=4(1-x_0,-y_0)$，

所以$\begin{cases}x_1+x_2-4=-2x_0,\\ y_1+y_2=-2y_0,\end{cases}$所以$\begin{cases}x_0=2-m-2k^2,\\ y_0=-2k,\end{cases}$即 $P(2-m-2k^2,-2k)$，（8 分）

又点 P 在 C 上，所以 $4k^2=4(2-m-2k^2)$，即 $3k^2+m=2$，①

所以 $k^2+m=k^2+2-3k^2=2(1-k^2)>0$，解得 $-1<k<1$，

又点 P 在第一象限，所以 $-2k>0$，所以 $-1<k<0$.（9 分）

又点 P 到直线 AB 的距离 $d=\dfrac{|2-m-2k^2+2k^2-m|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{2|m-1|}{\sqrt{1+k^2}}=2$，化简得 $m^2-2m=k^2$，②（10 分）

联立①②解得$\begin{cases}m=-\dfrac{1}{3},\\ k=-\dfrac{\sqrt{7}}{3}\end{cases}$或$\begin{cases}m=-\dfrac{1}{3},\\ k=\dfrac{\sqrt{7}}{3}\end{cases}$（舍去）或$\begin{cases}m=2,\\ k=0\end{cases}$（舍去）.

此时点 $P\left(\dfrac{7}{9},\dfrac{2\sqrt{7}}{3}\right)$，直线 AB 的方程为 $3x+\sqrt{7}y+1=0$.（12 分）

【评分细则】

1. 第(1)小题中,求对了$\triangle OAB$的高可给1分;
2. 第(2)小题中,写出了韦达定理可给1分;
3. 第(2)小题中,最后结果点P和直线方程只写对一个扣1分;
4. 第(2)小题中,答案倒数第2行解对了方程组,若未舍去或只舍弃一组不合题意的解扣1分.

22. 解:(1)令$f(x)=0$,故$xe^x=a$,令$m(x)=xe^x$,

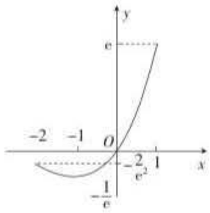
则$m(x)$的图象与$y=a$的交点个数即为$f(x)$的零点个数,

$m'(x)=(x+1)e^x$,则当$x\in[-2,-1)$时,$m'(x)<0$,当$x\in(-1,1]$时,$m'(x)>0$,

故函数$m(x)$在$[-2,-1)$上单调递减,在$(-1,1]$上单调递增;(2分)

而$m(-2)=-\frac{2}{e^2}$,$m(1)=e$,$m(-1)=-\frac{1}{e}$,作出函数$m(x)$在$[-2,1]$上的大致图象如下所示,(4分)

观察可知,当$a<-\frac{1}{e}$或$a>e$时,函数$f(x)$无零点;当$a=-\frac{1}{e}$或$-\frac{2}{e^2}<a\leqslant e$时,函数$f(x)$有1个零点;当$-\frac{1}{e}<a\leqslant-\frac{2}{e^2}$时,函数$f(x)$有2个零点.(6分)



(2)结论:$M(x)>1$.(7分)

下面给出证明:

依题意,$M(x)=\left[\frac{f(x)}{x}-1\right]\cdot\frac{\ln(x+1)}{x^2}=\frac{(e^x-1)\cdot\ln(x+1)}{x^2}$,(8分)

令$g(x)=\frac{x}{e^x-1}$,$x\neq0$,则$g'(x)=\frac{(1-x)e^x-1}{(e^x-1)^2}$,$x\neq0$,(9分)

令$h(x)=(1-x)e^x-1$,则$h'(x)=-xe^x$,

当$x<0$时,$h'(x)>0$,$h(x)$单调递增;当$x>0$,$h'(x)<0$,$h(x)$单调递减;

所以$h(x)\leqslant h(0)=0$,当且仅当$x=0$时等号成立;

从而$g'(x)=\frac{h(x)}{(e^x-1)^2}<0$,所以$g(x)$在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$上单调递减,(10分)

易知当$-1<x<0$时,$0>x>\ln(x+1)$;当$x>0$时,$x>\ln(x+1)>0$,

所以$g(x)<g(\ln(x+1))$,即$\frac{x}{e^x-1}<\frac{\ln(x+1)}{e^{\ln(x+1)}-1}=\frac{\ln(x+1)}{x}$,(11分)

又当$x>-1$且$x\neq0$时,$x(e^x-1)>0$,所以$\frac{(e^x-1)\cdot\ln(x+1)}{x^2}>1$,即$M(x)>1$.(12分)

【评分细则】

本题解法不唯一,其他解法正确可酌情给分.

关于我们