

## 巴蜀中学 2024 届高考适应性月考卷（一）

### 数 学

**注意事项：**

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x \mid y = \sqrt{2x - 4}\}$ , 则  $A \cap B =$ 
  - A.  $[2, 3]$
  - B.  $(2, 3]$
  - C.  $[2, 3)$
  - D.  $(2, 3)$
2. “ $x < 0$ ”是“ $\log_3(x+1) < 0$ ”的（ ）条件.
  - A. 必要而不充分
  - B. 充分而不必要
  - C. 充分必要
  - D. 既不充分也不必要
3. 若函数  $f(x-1)$  的定义域为  $[-3, 1]$ , 则  $y = (x-1)f(x)$  的定义域为
  - A.  $[-3, 1]$
  - B.  $[-2, 2]$
  - C.  $(-4, 0)$
  - D.  $[-4, 0]$
4. 已知函数  $f(x) = -xe^x$ , 那么  $f(x)$  的极大值是
  - A.  $\frac{1}{e}$
  - B.  $-\frac{1}{e}$
  - C.  $-e$
  - D.  $e$
5. 设  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点, 点  $A$  在  $C$  上, 点  $B(3, 0)$ , 若  $|AF| = |BF|$ , 则  $\triangle ABF$  的面积为
  - A. 1
  - B. 2
  - C. 4
  - D.  $\sqrt{2}$
6. 已知双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $A$  在  $E$  上, 且  $\cos \angle F_1AF_2 = \frac{3}{5}$ ,  $|AF_1| = 2|AF_2|$ , 则  $E$  的渐近线方程为
  - A.  $y = \pm \frac{5}{8}x$
  - B.  $y = \pm \frac{8}{5}x$
  - C.  $y = \pm \frac{2\sqrt{10}}{5}x$
  - D.  $y = \pm \frac{\sqrt{10}}{4}x$



7. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) = \frac{1}{2}f(x)$ , 且当  $x \in [0, 1)$  时,  $f(x) = 1 - |2x - 1|$ . 当  $x \in \left[\frac{1}{4}, \frac{13}{4}\right]$  时,  $f(x)$  的值域为

- A.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$       B.  $[0, 1]$       C.  $\left[\frac{1}{16}, 1\right]$       D.  $\left[0, \frac{1}{16}\right]$

8. 已知函数  $f'(x)$  是奇函数  $f(x) (x \in \mathbf{R})$  的导函数, 且满足  $x > 0$  时,  $\ln x \cdot f'(x) + \frac{1}{x}f(x) < 0$ , 则不等式  $(x-985)f(x) > 0$  的解集为

- A.  $(985, +\infty)$       B.  $(-985, 985)$       C.  $(-985, 0)$       D.  $(0, 985)$

二、多项选择题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每个给出的四个选项中, 有多项是满足要求的, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 同时投掷甲、乙两枚质地均匀的骰子, 记“甲骰子正面向上的点数为奇数”为事件  $A$ , “乙骰子正面向上的点数为奇数”为事件  $B$ , “至少出现一个骰子正面向上的点数为奇数”为事件  $C$ , 则下列判断正确的是

- A.  $A, B$  为互斥事件      B.  $A, B$  互为独立事件  
C.  $P(C) = \frac{3}{4}$       D.  $P(A|C) = \frac{1}{3}$

10. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x+1) = f(1-x)$ ,  $f(x) + f(4-x) = 0$ ,  $f(2023) = -2023$ , 则

- A.  $f(0) = 0$       B.  $f(x)$  是偶函数  
C.  $f(x)$  的一个周期  $T = 4$       D.  $\sum_{k=1}^{2023} f(k) = -2023$

11. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ , 则

- A.  $a_3 = \frac{4}{3}$       B.  $\left\{\frac{1}{a_n - 1}\right\}$  为等比数列  
C.  $a_n = \frac{n+1}{n}$       D. 数列  $\{\ln a_n\}$  的前  $n$  项和为  $\ln(n+1)$

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & x > 0, \\ -x^2 - 4x + 1, & x \leq 0, \end{cases}$  若关于  $x$  的方程  $f^2(x) - 2af(x) + a^2 - 1 = 0$  有  $k (k \in \mathbf{N})$  个不等的实根  $x_1,$

$x_2, \dots, x_k$  且  $x_1 < x_2 < \dots < x_k$ , 则下列判断正确的是

- A. 当  $a = 0$  时,  $k = 5$   
B. 当  $k = 2$  时,  $a$  的范围为  $(-\infty, -1)$   
C. 当  $k = 8$  时,  $x_1 + x_4 + x_6 x_7 = -3$   
D. 当  $k = 7$  时,  $a$  的范围为  $(1, 2)$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 二项式  $(\frac{1}{x} - 2x^2)^3$  的展开式中  $x^3$  项的系数为\_\_\_\_\_.

14. 若  $m, n \in \mathbb{R}^+$ , 且  $2^m \cdot 4^n = 2$ , 则  $\frac{2}{m} + \frac{1}{n}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

15. 在数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_1 = 8$ , 前  $n$  项和  $S_n = -n^2 + bn$ , 则  $S_n$  的最大值为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = x^3 + \ln(\sqrt{x^2+1} + x)$ , 若不等式  $f(2^x - 4^x) + f(m \cdot 2^x - 3) < 0$  对任意  $x \in \mathbb{R}$  均成立, 则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

四、解答题 (共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(1) 记  $b_n = a_{2n} + 1$ , 求证:  $\{b_n\}$  为等比数列;

(2) 若  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n (n \in \mathbb{N}^+)$ , 求  $S_{2n}$ .

18. (本小题满分 12 分)

巴蜀中学进行 90 周年校庆知识竞赛, 参赛的同学需要从 10 道题中随机地抽取 4 道来回答. 竞赛规则规定: 每题回答正确得 10 分, 回答不正确得 -10 分.

(1) 已知甲同学每题回答正确的概率均为 0.8, 且各题回答正确与否相互之间没有影响, 记甲的总得分为  $X$ , 求  $X$  的期望和方差;

(2) 已知乙同学能正确回答 10 道题中的 6 道, 记乙的总得分为  $Y$ , 求  $Y$  的分布列.

19. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 = 2$ ,  $AC = A_1C = \sqrt{2}$ , 平面  $ACC_1A_1 \perp$  平面  $ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$

(1) 求证:  $A_1C \perp AB$ ;

(2) 若四棱锥  $B-ACC_1A_1$  的体积为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ , 求二面角  $C-A_1B-B_1$  的正弦值.

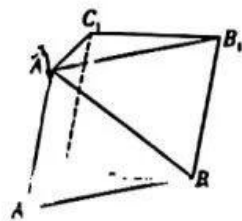


图 1



20. (本小题满分 12 分)

某研究小组经过研究发现某种疾病的患病者与未患病者的某项医学指标有明显差异, 已知该疾病的患病率为 5%, 经过大量调查, 得到如图 2 的患病者和未患病者该指标的频率分布直方图:

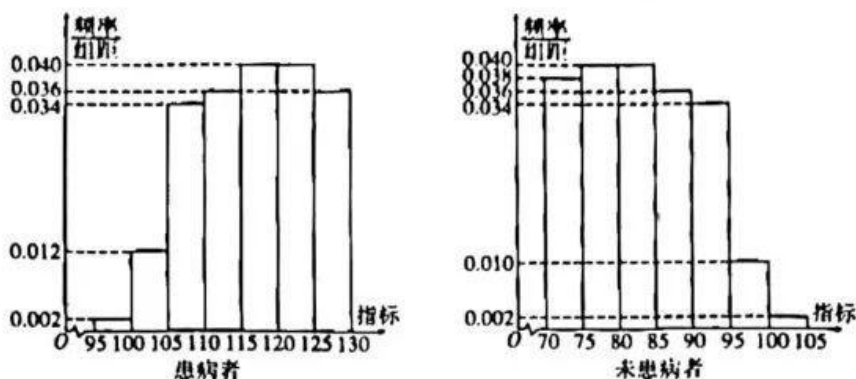


图 2

利用该指标制定一个检测标准, 需要确定临界值  $c$ , 将该指标大于  $c$  的人判定为阳性, 小于或等于  $c$  的人判定为阴性. 将患病者判定为阴性或将未患病者判定为阳性均为误诊. 假设数据在组内均匀分布, 以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.

- (1) 当临界值  $c=97.5$  时, 已知某人是患病者, 求该人被误诊的概率;
- (2) 当  $c \in [95, 105]$  时, 求利用该指标作为检测标准的误诊率  $f(c)$  的解析式, 并求使  $f(c)$  ( $c \in [95, 105]$ ) 最小的临界值  $c$ .

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且经过点  $(1, e)$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 若  $A, F$  分别为椭圆  $C$  的上顶点和右焦点, 直线  $l: y = kx - 3 (k > 0)$  与椭圆  $C$  交于点  $B, D$ ,  $F$  到直线  $AB, AD$  的距离分别为  $d_1$  和  $d_2$ , 求证:  $d_1 = d_2$ .

22. (本小题满分 12 分)

(1) 求证: 当  $x > 0$  时,  $e^x > \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ ;

(2) 若关于  $x$  的方程  $\frac{e^x - 1}{x} = a \sin x + 1$  在  $(0, \pi)$  内有解, 求实数  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线

