华中师大一附中 2019—2020 学年度上学期期中检测

高三年级文科数学试题参考答案

一、选择题：

BBBDA　CDDCA　BA

二、填空题：

13. 2　　14. $m>-3$ 且 $m\neq 1$　　15. 4　　16. ②③

三、解答题：

17. 解：对于命题 $p:\exists x_0\in R$，$ax_0^2-x_0+1=0$ 成立，若 p 为真，

（1）当 $a=0$ 时，$-x_0+1=0$，$x_0=1$，符合题意，

（2）当 $a\neq 0$ 时，$p:\exists x_0\in R$，$ax_0^2-x_0+1=0\Leftrightarrow ax^2-x+1=0$ 在 R 有解，

$\Leftrightarrow \Delta=1-4a\geq 0 \Rightarrow a\leq\frac{1}{4}$ 且 $a\neq 0$，

综合（1）、（2）可知，命题 p 为真，有 $a\leq\frac{1}{4}$；　　-------------------4 分

对于命题 $q:\forall x\in(0,+\infty)$，$x^2-ax+1>0$ 成立 $\Rightarrow \forall x\in(0,+\infty)$，$a<x+\frac{1}{x}$ 成立，

$\because x\in(0,+\infty)$，$\therefore x+\frac{1}{x}\geq 2$（当且仅当 $x=1$ 时取等号）

$\therefore$ 对于命题 q 为真，有 $a<2$，　　--------------------8 分

如果 p 或 q 为真，p 且 q 为假，则它们两个一真一假，

若 p 真 q 假，则有 $a\leq\frac{1}{4}$ 且 $a\geq 2$，得到 $a\in\phi$，

若 p 假 q 真，则有 $a>\frac{1}{4}$ 且 $a<2$，得到 $\frac{1}{4}<a<2$．　　--------------------10 分

综上所述，所求实数 a 的取值范围为 $\frac{1}{4}<a<2$。

------------------------------12 分

18.解：（1）由正弦定理得 $\frac{\cos A-2\cos C}{\cos B}=\frac{2c-a}{b}=\frac{2\sin C-\sin A}{\sin B}$，

即 $\sin B\cos A-2\sin B\cos C=2\sin C\cos B-\sin A\cos B$，

即有 $\sin(A+B)=2\sin(B+C)$，即 $\sin C=2\sin A$，

又 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，所以 $\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，因为角 C 为锐角，所以 $C=\dfrac{\pi}{3}$． --------6 分

（2）由（1）得 $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{4}ab=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，所以 $ab=6$，

又 $c=\sqrt{7}$，由余弦定理可得：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\dfrac{\pi}{3}=7$，

所以

$a^2+b^2=13$． ---------------12 分

19.解：（1）设 $c_n=\dfrac{a_n}{n}(n\in N^*)$，则由已知得 $c_n\neq 0$，

所以 $\dfrac{c_{n+1}}{c_n}=\dfrac{\frac{a_{n+1}}{n+1}}{\frac{a_n}{n}}=\dfrac{na_{n+1}}{(n+1)a_n}=\dfrac{n\times\frac{n+1}{2n}a_n}{(n+1)a_n}=\dfrac{1}{2}$ 为常数，

所以数列 $\{c_n\}$ 是以 $c_1=\dfrac{1}{2}$ 为首项以 $\dfrac{1}{2}$ 为公比的等比数列，

则 $c_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$，所以 $a_n=\dfrac{n}{2^n}$.

-------------------------------------6 分

（2）由（1）知 $S_n=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{3}{2^3}+\cdots+\dfrac{n}{2^n}$

$\dfrac{1}{2}S_n=\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{2}{2^3}+\dfrac{3}{2^4}+\cdots+\dfrac{n}{2^{n+1}}$

两式相减得，$\dfrac{1}{2}S_n=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}-\dfrac{n}{2^{n+1}}=\dfrac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}-\dfrac{n}{2^{n+1}}=1-\dfrac{n+2}{2^{n+1}}$

所以 $S_n=2-\dfrac{n+2}{2^n}$ ---------------------------------------12 分

20.解：（Ⅰ）证明：设 $AC\cap BD=H$，连结 EH，在 ΔADC 中，因为 $AD=CD$，

且 DB 平分 $\angle ADC$，所以 H 为 AC 的中点，又 E 为 PC 的中点，从而 $EH\parallel PA$，

因为 $HE \subset$ 平面 BDE，$PA \not\subset$ 平面 BDE，所以 $PA \parallel$ 平面 BDE； ----------------4 分

（Ⅱ）因为 $PD \perp$ 平面 $ABCD$，$AC \subset$ 平面 $ABCD$，所以 $PD \perp AC$，

由（1）知 $BD \perp AC$，$PD \cap BD = D$，$PD \subset$ 平面 PBD，$BD \subset$ 平面 PBD，

从而 $AC \perp$ 平面 PBD； ----------------------8 分

（Ⅲ）在 ΔBCD 中，$DC = 1$，$DB = 2\sqrt{2}, \angle BDC = 45^{\circ}$，得

$$BC^2 = 1^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2\times 1\times 2\sqrt{2}\cos 45^{\circ} = 5, BC = \sqrt{5}$$

在 $Rt\Delta PDC$ 中，$PC = BC = \sqrt{5}, DC = 1$ 从而 $PD = 2$，

则 $S_{ABCD} = 2S_{\Delta BCD} = 2\times\frac{1}{2}\times 1\times 2\sqrt{2}\times\sin 45° = 2$

故四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V_{P\text{-}ABCD} = \frac{4}{3}$． ----------------------12 分

21.解：（1）因为 $f(x) = \ln x$，所以 $f'(x) = \frac{1}{x}$，因此 $f'(1) = 1$，

所以函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = x - 1$，

由 $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = \frac{1}{2}x^2 - bx, \end{cases}$ 得 $x^2 - 2(b+1)x + 2 = 0$．

由 $\Delta = 4(b+1)^2 - 8 = 0$，得 $b = -1 \pm \sqrt{2}$．

----------------------3 分

（2）因为 $h(x) = f(x) + g(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 - bx \quad (x > 0)$，

所以 $h'(x) = \frac{1}{x} + x - b = \frac{x^2 - bx + 1}{x}$，

由题意知 $h'(x) < 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有解，

因为 $x > 0$，设 $u(x) = x^2 - bx + 1$，因为 $u(0) = 1 > 0$，

则只要 $\begin{cases}\dfrac{b}{2}>0,\\ b^2-4>0,\end{cases}$ 解得 $b>2$，所以 b 的取值范围是 $(2,+\infty)$. --------------------7 分

（3）不妨设 $x_1>x_2$，因为函数 $f(x)=\ln x$ 在区间 $[1,2]$ 上是增函数，所以 $f(x_1)>f(x_2)$，

函数 $g(x)$ 图象的对称轴为 $x=b$，且 $b>2$.

当 $b\geq 2$ 时，函数 $g(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上是减函数，所以 $g(x_1)<g(x_2)$，

所以 $|f(x_1)-f(x_2)|>|g(x_1)-g(x_2)|$，

等价于 $f(x_1)-f(x_2)>g(x_2)-g(x_1)$，即 $f(x_1)+g(x_1)>f(x_2)+g(x_2)$，

等价于 $h(x)=f(x)+g(x)=\ \ln x+\dfrac{1}{2}x^2-bx$ 在区间 $[1,2]$ 上是增函数，

等价于 $h'(x)=\dfrac{1}{x}+x-b\geq 0$ 在区间 $[1,2]$ 上恒成立，

等价于 $b\leq x+\dfrac{1}{x}$ 在区间 $[1,2]$ 上恒成立，所以 $b\leq 2$，又 $b\geq 2$，所以 $b=2$. ------------12 分

22.解：（Ⅰ）由题意，当 $a=1$ 时，函数 $f(x)=\begin{cases}-2x+3, x\leq 1\\ 1, 1<x<2\\ 2x-3, x>2\end{cases}$，

不等式 $f(x)\geq 3$ 等价于 $\begin{cases}x\leq 1\\ -2x+3\geq 3\end{cases}\Rightarrow x\leq 0$

或 $\begin{cases}1<x<2\\ 1\geq 3\end{cases}\Rightarrow x\in\phi$

或 $\begin{cases}x\geq 2\\ 2x-3\geq 3\end{cases}\Rightarrow x\geq 3$

所以 $x\leq 0$ 或 $x\geq 3$

所以 $f(x)\geq 3$ 的解集为 $(-\infty,0]\cup[3,+\infty)$. -----------------------------------5 分

（Ⅱ）由已知关于 x 的不等式 $f(x)\leq g(x)$ 解集包含 $[1,2]$，

等价于 $\left|x-\dfrac{a^2+1}{a}\right|+|x-1|\le 4-|x+1|$ | 在 $x\in[1,2]$ 时恒成立，

因为 $a>0$，所以 $\dfrac{a^2+1}{a}\ge 2$，所以 $x\in[1,2]$ 时不等式 $\dfrac{a^2+1}{a}-x+x-1\le 3-x$ 恒成立

即 $a+\dfrac{1}{a}\le 4-x$ 在 $x\in[1,2]$ 恒成立，即 $a+\dfrac{1}{a}\le 2$，即 $\begin{cases} a>0 \\ \dfrac{(a-1)^2}{a}\le 0 \end{cases}$

所以 $a=1$，

故 a 的取值集合是 $\{1\}$. --10 分

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三月考试题及参考答案（更新下载中），点击链接获得

http://www.zizzs.com/c/201910/39637.html