机密★启用前

湖北省部分市州2023年7月高二年级联合调研考试

数学试卷

本试卷共4页,22题。全卷满分150分。考试时间120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知直线 $l:x-\sqrt{3}y-1=0$,则直线 l 的倾斜角为

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

2. 已知曲线 $y=e^x+ax$ 在点 $(0,1)$ 处的切线与直线 $2x-y+3=0$ 平行,则实数 a 等于

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

3. 下列命题中,错误的是

A. 若随机变量 $X\sim B(5,\frac{1}{2})$,则 $D(X)=\frac{5}{4}$

B. 若随机变量 $X\sim N(5,\sigma^2)$,且 $P(3\leqslant X\leqslant 5)=0.3$,则 $P(X\geqslant 7)=0.2$

C. 在回归分析中,若残差的平方和越小,则模型的拟合效果越好

D. 在回归分析中,若样本相关系数 r 越大,则成对样本数据的线性相关程度越强

4. "拃"是我国古代的一种长度单位,最早见于金文时代,"一拃"指张开大拇指和中指两端间的距离.某数学兴趣小组为了研究右手一拃长 x(单位:厘米)和身高 y(单位:厘米)的关系,从所在班级随机抽取了15名学生,根据测量数据的散点图发现 x 和 y 具有线性相关关系,其经验回归直线方程为 $\hat{y}=6.5x+\hat{a}$,且 $\sum_{i=1}^{15}x_i=270$,$\sum_{i=1}^{15}y_i=2550$.已知小明的右手一拃长为20厘米,据此估计小明的身高为

A. 187厘米　　B. 183厘米　　C. 179厘米　　D. 175厘米

5. 掷两枚质地均匀的骰子,设 A="第一枚向上的点数为奇数",B="第二枚向上的点数为3的倍数",C="向上的点数之和为8",则

A. A 与 B 互斥　　B. A 与 C 对立

C. A 与 B 相互独立　　D. B 与 C 相互独立

6. 甲、乙、丙、丁、戊 5 名同学进行校园厨艺总决赛，决出第 1 名到第 5 名的名次. 甲和乙去询问成绩，回答者对甲说："很遗憾，你没有得到冠军."对乙说："你和甲的名次相邻."从这两个回答分析，5 人的名次排列情况种数为

A. 54　　B. 48　　C. 42　　D. 36

7. 已知等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n，T_n，且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{3n+5}{4n+6}$，则$\frac{a_7}{b_8}=$

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{10}{13}$　　D. $\frac{13}{19}$

8. 已知 $a=\sqrt{e}-1$，$b=\ln\frac{3}{2}$，$c=\sin\frac{1}{2}$，其中 $e=2.71828\cdots$为自然对数的底数，则

A. $b<a<c$　　B. $b<c<a$　　C. $a<c<b$　　D. $c<b<a$

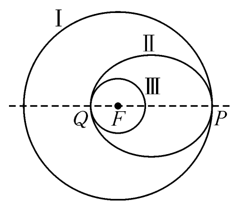
二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 在二项式$(\frac{1}{\sqrt{x}}-x)^9$的展开式中，下列说法正确的是

A. 第 8 项的系数为 36　　B. 常数项为-84

C. 各二项式系数之和为 512　　D. 各项系数之和为 0

10. "嫦娥五号"是中国首个实施无人月面取样返回的月球探测器，是中国探月工程的收官之战，实现了月球区域着陆及采样返回. 如图所示，月球探测器飞到月球附近时，首先在以月球球心 F 为圆心的圆形轨道Ⅰ上绕月飞行，然后在 P 点处变轨进入以 F 为一个焦点的椭圆轨道Ⅱ上绕月飞行，最后在 Q 点处变轨进入以 F 为圆心的圆形轨道Ⅲ上绕月飞行，设圆形轨道Ⅰ的半径为 R，圆形轨道Ⅲ的半径为 r，则以下说法正确的是



A. 椭圆轨道Ⅱ的焦距为 $R-r$

B. 椭圆轨道Ⅱ的短轴长为 $\sqrt{Rr}$

C. 若 r 不变，则椭圆轨道Ⅱ的离心率随 R 的增大而增大

D. 若 R 不变，则椭圆轨道Ⅱ的离心率随 r 的增大而增大

11. 某校高二年级在一次研学活动中，从甲地的 3 处景点、乙地的 4 处景点中随机选择一处开始参观，要求所有景点全部参观且不重复. 记"第 k 站参观甲地的景点"为事件 A_k，$k=1,2,\cdots,7$，则

A. $P(A_6)=\frac{3}{7}$　　B. $P(A_2|A_1)=\frac{1}{3}$　　C. $P(A_1+A_2)=\frac{2}{7}$　　D. $P(A_2\overline{A}_3)=\frac{12}{49}$

12. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=BC=2$，$AB\perp BC$，设三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 V，直线 PB 与平面 ABC 所成的角为 α，则下列说法正确的是

A. 若 $PA+PC=\sqrt{10}$，则 V 的最大值为$\sqrt{2}$

B. 若 $PA+PC=\sqrt{10}$，则 α 的最大值为 $30°$

C. 若直线 PA，PC 与平面 ABC 所成的角分别为 $30°$，$60°$，则 α 不可能为 $90°$

D. 若直线 PA，PC 与平面 ABC 所成的角分别为 $30°$，$60°$，则 V 的最小值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 在A,B,C三个地区暴发了流感，这三个地区分别有$6\%,4\%,5\%$的人患了流感. 假设这三个地区的人口数的比为$5:3:2$，现从这三个地区中任意选取一个人，则这个人患流感的概率为________.

14. 6名大学毕业生到绿水村、青山村、人和村担任村官，每名毕业生只去一个村，绿水村安排2名，青山村安排1名，人和村安排3名，则不同的安排方法共有________种.

15. 已知双曲线C：$x^2-\frac{y^2}{3}=1$. 则其渐近线方程为________；设A,B分别为双曲线C的左、右顶点，P为双曲线C上一点. 若PA的斜率为1，则$\tan\angle APB=$________.

16. 若$x>0$时，不等式$(x-a)e^x+a+1>0$恒成立，则整数a的最大值为________.

四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17.（本小题满分10分）

在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=4$，$4a_1+a_3=16$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=\log_2 a_n$，求数列$\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\}$的前n项和S_n.

18.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=x^3-2x^2+ax+1$.

（Ⅰ）当$a=-4$时，求$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）若$f(x)$在区间$(\frac{1}{3},3)$上有极值点，求实数a的取值范围.

19.（本小题满分12分）

如图1，在等腰梯形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，$AD=CD=2$，$\angle ABC=60°$. 将$\triangle ACD$沿AC折起，使得$AD\perp BC$，如图2.

（Ⅰ）求证：平面$ACD\perp$平面ABC；

（Ⅱ）在线段BD上是否存在点E，使得平面ACE与平面BCD的夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{4}$？若存在，求$\frac{BE}{BD}$的值；若不存在，请说明理由.

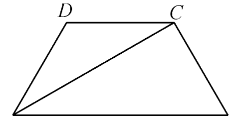


图1

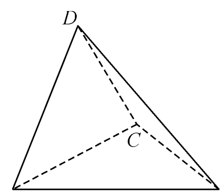


图2

20.（本小题满分 12 分）

某年级对"热爱篮球运动与性别是否有关"作了一次调查，被调查的男、女生人数均为 $4n(n\in\mathbf{N}^*)$，其中男生热爱篮球运动的人数占被调查男生人数的 $\frac{3}{4}$，女生热爱篮球运动的人数占被调查女生人数的 $\frac{1}{2}$. 若根据独立性检验认为热爱篮球运动与性别有关，且此推断犯错误的概率超过 0.01 但不超过 0.05.

（Ⅰ）求被调查的学生中男生人数的所有可能结果；

（Ⅱ）当被调查的学生人数取最小值时，现从被调查的热爱篮球运动的学生中，用比例分配的分层随机抽样方法抽取 10 人参加某篮球赛事的志愿活动，再从这 10 人中任选 4 人担任助理裁判. 设 4 名助理裁判中女生人数为 X，求 X 的分布列和均值.

附：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

21.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C：$x^2=2py(p>0)$，点 $P(m,4)(m<0)$ 在抛物线 C 上，且点 P 到抛物线 C 的焦点的距离为 $\frac{17}{4}$.

（Ⅰ）求 p；

（Ⅱ）设圆 M：$x^2+(y-2)^2=1$，点 Q 是圆 M 上的动点. 过点 P 作圆 M 的两条切线，分别交抛物线 C 于 A，B 两点，求△ABQ 的面积 S 的最大值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{\mathrm{e}^x}{ax}(x>0)$ 和 $g(x)=\frac{ax}{\ln x}(x>1)$ 有相同的最小值.

（Ⅰ）求 a；

（Ⅱ）证明：存在直线 $y=b$，其与两条曲线 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 共有三个不同的交点，并且从左到右的三个交点的横坐标成等比数列.