

2022-2023 学年度下学期第二次阶段性模拟试卷 高二数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	A	A	B	A	D	AC	AB	ABC	AC

8. 【详解】 $x_0 + (e^2 - 1) \ln a \geq \frac{2a}{e^{x_0}} + e^2 x_0 - 2 \Leftrightarrow (e^2 - 1) \ln a - (e^2 - 1) x_0 \geq \frac{2a}{e^{x_0}} - 2$

$$\Leftrightarrow (e^2 - 1) \ln a - (e^2 - 1) \ln e^{x_0} \geq \frac{2a}{e^{x_0}} - 2 \Leftrightarrow (e^2 - 1) \ln \frac{a}{e^{x_0}} \geq \frac{2a}{e^{x_0}} - 2$$

令 $\frac{a}{e^{x_0}} = t$, 即 $(e^2 - 1) \ln t - 2t + 2 \geq 0$, 因为 $x_0 \in [-1, 2]$, 所以 $t \in \left[\frac{a}{e^2}, \frac{a}{e^{-1}} \right]$,

令 $f(t) = (e^2 - 1) \ln t - 2t + 2$. 则原问题等价于存在 $t \in \left[\frac{a}{e^2}, \frac{a}{e^{-1}} \right]$, 使得 $f(t) \geq 0$ 成立.

$$f'(t) = \frac{e^2 - 1}{t} - 2 = \frac{(e^2 - 1) - 2t}{t} \quad \text{令 } f'(t) < 0, \text{ 即 } (e^2 - 1) - 2t < 0, \text{ 解得 } t > \frac{e^2 - 1}{2},$$

令 $f'(t) > 0$, 即 $(e^2 - 1) - 2t > 0$, 解得 $0 < t < \frac{e^2 - 1}{2}$,

所以 $f(t)$ 在 $\left(0, \frac{e^2 - 1}{2}\right)$ 上单调递增, 在 $\left(\frac{e^2 - 1}{2}, +\infty\right)$ 上单调递减.

又因为 $f(1) = 0$, $f(e^2) = (e^2 - 1) \ln e^2 - 2e^2 + 2 = 2e^2 - 2 - 2e^2 + 2 = 0$ 而 $1 < \frac{e^2 - 1}{2} < e^2$,

$\therefore$ 当 $1 \leq t \leq e^2$ 时, $f(t) \geq 0$. 若存在 $t \in \left[\frac{a}{e^2}, \frac{a}{e^{-1}} \right]$, 使得 $f(t) \geq 0$ 成立.

只需 $\frac{a}{e^2} \leq e^2$ 且 $\frac{a}{e^{-1}} \geq 1$, 解得 $a \leq e^4$ 且 $a \geq \frac{1}{e}$, 所以 $\frac{1}{e} \leq a \leq e^4$. 故 a 的取值范围为 $\left[\frac{1}{e}, e^4 \right]$.

11. 【详解】 对于 A: 函数 $f(x)$ 为奇函数, 则 $f(2+x) = f(-x) = -f(x)$,

则 $f(4+x) = f(2+2+x) = -f(2+x) = f(x)$,

则 $f(x)$ 的一个周期为 4, 故 A 正确;

对于 B: $f(2+x) = f(-x)$, 则函数关于 $x = \frac{2}{2} = 1$ 对称, 故 B 正确;

对于 C: $\because f(x)$ 的一个周期为 4, $\therefore f(2022) = f(505 \times 4 + 2) = f(2)$,

令 $f(2+x) = f(-x)$ 中的 $x = 0$, 则 $f(2) = f(0)$,

$\because$ 函数 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上奇函数, $\therefore f(0) = 0$, $\therefore f(2022) = 0$, 故 C 正确;

对于 D: $\because f(x)$ 的一个周期为 4, $\therefore f(2023) = f(506 \times 4 - 1) = f(-1)$,

$\because$ 函数 $f(x)$ 为奇函数, $\therefore f(-1) = -f(1) = -2$, $\therefore f(2023) = -2$, 故 D 错误; 故选: ABC.

12. 【详解】 根据递推关系可知, n 为奇数时, $a_n = 8 + \left(\frac{n-1}{2} \right) \times (-2) = 9 - n$

n 为偶数时, $a_n = (-1)^{\frac{n-2}{2}}$, 故 A 对;



$$T_{2n} = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_{2n-1} + a_{2n} = (a_1 + a_3 + \cdots + a_{2n-1}) + (a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n})$$

根据奇数项构成等差数列可得: $a_1 + a_3 + \cdots + a_{2n-1} = 8 + 6 + \cdots + (-2n + 10) = -n^2 + 9n$

而又: $a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n} = \begin{cases} 1, & \text{当 } n \text{ 为奇数} \\ 0, & \text{当 } n \text{ 为偶数} \end{cases}$ 则有: $T_{2n} = \begin{cases} -n^2 + 9n, & n \text{ 为偶数} \\ -n^2 + 9n + 1, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$, 故 B 错误;

$$T_{99} = T_{100} - a_{100} = -50^2 + 9 \times 50 - (-1)^{\frac{100-2}{2}} = -2049, \text{ 故 C 对;}$$

根据 T_n 中的奇数项构成等差数列, 而偶数项之和不是 1 就是 0, 因此根据 T_n 特点可知:

T_n 的最大值在奇数项之和取得最大值的附近, $T_6 = -3^2 + 9 \times 3 + 1 = 19$, $T_7 = T_6 + a_7 = 19 + 2 = 21$,

$T_8 = -4^2 + 9 \times 4 = 20$, $T_9 = T_8 + a_9 = 20 + 0 = 20$, $T_{10} = -5^2 + 9 \times 5 + 1 = 21$, $T_{11} = T_{10} + a_{11} = 19$,

T_n 的最大值为 $T_7 = T_{10} = 21$, 故 D 错 故选: AC

13. 【答案】 $(-\infty, 1)$

14. 【详解】由题意可得 $\begin{cases} a_2 + a_3 = a_2(1+q) = 12 \\ a_4 = a_2q^2 = 16 \end{cases}$, 则 $a_2 \neq 0$,

上述两个等式作商可得 $\frac{q^2}{1+q} = \frac{4}{3}$, 即 $3q^2 - 4q - 4 = 0$, 因为 $q > 1$, 解得 $q = 2$.

15. 【详解】因为函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{4}{x}, & x \geq 1 \\ (2a-1)x - 1, & x < 1 \end{cases}$.

当 $x \geq 1$ 时, 有 $f(x) = x + \frac{4}{x} \geq 4$, 当且仅当 $x = 2$ 时等号成立.

当 $2a-1=0$, 即 $a=\frac{1}{2}$ 时, 有 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{4}{x}, & x \geq 1 \\ -1, & x < 1 \end{cases}$, 不满足题意;

当 $2a-1 < 0$, 即 $a < \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = (2a-1)x - 1$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减,

有 $f(x) > f(1) = 2a-2$, 不满足题意;

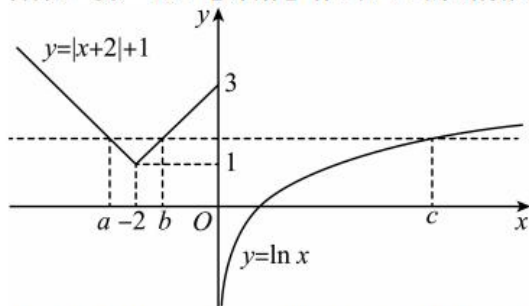
当 $2a-1 > 0$, 即 $a > \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = (2a-1)x - 1$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增,

有 $f(x) < f(1) = 2a-2$.

要使 $f(x)$ 的值域是 $\mathbf{R}$, 则应有 $2a-2 \geq 4$, 所以 $a \geq 3$.

综上所述, 当 $a \geq 3$ 时, $f(x)$ 的值域是 $\mathbf{R}$. 故答案为: $a \geq 3$.

16. 答案: $3e^3 - 12$. 【详解】作出 $f(x)$ 的函数图象如图所示:



$\therefore$ 存在实数 $a < b < c$, 满足 $f(a) = f(b) = f(c)$, $\therefore a + b = -4$,



$$\therefore af(a)+bf(b)+cf(c)=(a+b+c)f(c)=(c-4)f(c)=(c-4)\ln c,$$

由图可知, $1 < f(c) \leq 3$, $\therefore e < c \leq e^3$,

设 $g(x) = (x-4)\ln x$, 其中 $x \in (e, e^3]$,

$$g'(x) = \ln x + 1 - \frac{4}{x}, \text{ 显然 } g'(x) \text{ 在 } x \in (e, e^3] \text{ 单调递增,}$$

$$\therefore g'(e) = 2 - \frac{4}{e} > 0, \therefore x \in (e, e^3], g'(x) > 0, \therefore g(x) \text{ 在 } x \in (e, e^3] \text{ 单调递增,}$$

$$\therefore g(x) \text{ 在 } x \in (e, e^3] \text{ 的最大值为 } g(e^3) = 3(e^3 - 4) = 3e^3 - 12, \therefore (c-4)f(c) \text{ 的最大值为 } 3e^3 - 12,$$

故答案为: $3e^3 - 12$.

$$17. \text{【详解】(1) 原式} = \frac{3x^{-\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{2}}}{-\frac{3}{10}x^{-\frac{3}{4}}y^{-\frac{1}{2}}} = -10y;$$

$$(2) \text{ 由 } x - \frac{1}{x} = 1 \text{ 可知 } x^2 = x + 1,$$

$$\text{原式} = \frac{\left(x + x^{\frac{1}{2}}\right)\left(x - x^{\frac{1}{2}}\right)}{x - x^{\frac{1}{2}}} - x^{\frac{1}{2}} - \frac{x}{x+1} = \left(x + x^{\frac{1}{2}}\right) - x^{\frac{1}{2}} - \frac{x}{x+1} = x - \frac{x}{x+1} = \frac{x^2}{x+1} = 1$$

$$18. \text{【详解】(1) 解: 设每年绿化面积的增长率为 } p, \text{ 则 } (1+p)^3 = 1.045, \text{ 则 } p = \sqrt[3]{\frac{1045}{1000}} - 1 \approx 0.015,$$

故每年绿化面积的增长率约为1.5%.

$$(2) \text{ 解: 设经过 } n \text{ 年后该省的绿地面积是提出该理念时的 } \frac{9}{8} \text{ 倍,}$$

$$\text{则 } 1.015^n = \frac{9}{8}, \text{ 则 } n = \frac{\lg \frac{9}{8}}{\lg 1.015} = \frac{2\lg 3 - 3\lg 2}{\lg \frac{1015}{1000}} = \frac{2\lg 3 - 3\lg 2}{\lg 1015 - 3} \approx 8.5, \text{ 而 } 2022 - 9 = 2013,$$

因此, 习近平总书记最迟在2013年首次提出该理论.

$$19. \text{【详解】(1) 由于 } a^x - 1 \neq 0, \text{ 则 } a^x \neq 1, \text{ 得 } x \neq 0, \therefore \text{函数 } f(x) \text{ 的定义域为 } \{x | x \neq 0\}.$$

$$\text{对于定义域内任意 } x, \text{ 有 } f(-x) = \left(\frac{1}{a^{-x}-1} + \frac{1}{2}\right)(-x)^3 = \left(\frac{a^x}{1-a^x} + \frac{1}{2}\right)(-x)^3$$

$$= \left(-1 - \frac{1}{a^x-1} + \frac{1}{2}\right)(-x)^3 = \left(\frac{1}{a^x-1} + \frac{1}{2}\right)x^3 = f(x), \therefore \text{函数 } f(x) \text{ 是偶函数.}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知 } f(x) \text{ 为偶函数, } \therefore \text{只需讨论 } x > 0 \text{ 时的情况, 当 } x > 0 \text{ 时, 要使 } f(x) > 0,$$

$$\text{则 } \left(\frac{1}{a^x-1} + \frac{1}{2}\right)x^3 > 0, \text{ 即 } \frac{1}{a^x-1} + \frac{1}{2} > 0, \text{ 即 } \frac{a^x+1}{2(a^x-1)} > 0, \text{ 则 } a^x > 1. \text{ 又 } \because x > 0, \therefore a > 1.$$

$$\therefore \text{当 } a \in (1, +\infty) \text{ 时, } f(x) > 0.$$

$$20. (1) \text{ 解: 在等差数列 } \{a_n\} \text{ 中, } a_1 = 1, \text{ 公差 } d \neq 0, S_n \text{ 为其前 } n \text{ 项和, } \therefore S_1 = a_1 = 1, S_3 = 3 + 3d, S_9 = 9 + 36d, \text{ 又 } S_1, S_3, S_9 \text{ 成等比数列, } \therefore S_3^2 = S_1 S_9, \text{ 即 } (3 + 3d)^2 = 9 + 36d, \text{ 由于 } d \neq 0, \text{ 解得 } d = 2, \therefore a_n = 1 + 2(n-1) = 2n-1$$

$$(2) \text{ 证明: 由 (I) 知 } a_{n+1} = 2n+1, \therefore b_n = \frac{1}{a_{n+1}^2 - 1} = \frac{1}{(2n+1)^2 - 1} = \frac{1}{4n(n+1)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right),$$



$$\text{则 } T_n = \frac{1}{4} \times \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \right] = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right),$$

$$\because n \in \mathbf{N}^*, \therefore \frac{1}{n+1} > 0, 1 - \frac{1}{n+1} < 1, \therefore T_n = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) < \frac{1}{4}$$

21. 【详解】(1) $f'(x) = \frac{(x+2)e^x}{(x+3)^2}$, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = -2$,

$f'(x)$ 在 $(-3, -2)$ 为负, $f(x)$ 单调递减, $f'(x)$ 在 $(-2, +\infty)$ 为正, $f(x)$ 单调递增,

故 $f(-2) = \frac{1}{e^2}$ 为极小值, $f(x)$ 无极大值.

(2) 由题知 $\frac{1}{f(x)} - 3 = \frac{x+3}{e^x} - 3$, 令 $g(x) = \frac{x+3}{e^x} - 3 - ax^2 + 2x$,

$$g'(x) = -\frac{x+2}{e^x} - 2ax + 2, g(0) = 0, g'(0) = 0,$$

$$\text{令 } h(x) = g'(x) = -\frac{x+2}{e^x} - 2ax + 2, \text{ 则 } h'(x) = \frac{x+1}{e^x} - 2a,$$

$$\text{设 } u(x) = h'(x) = \frac{x+1}{e^x} - 2a \text{ 则 } u'(x) = -\frac{x}{e^x},$$

$-3 < x < 0$, $u'(x)$ 为正, $u(x) = h'(x)$ 在 $(-3, 0)$ 单调递增,

$x > 0$, $u'(x)$ 为负, $u(x) = h'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递减, 故 $u(0) = h'(0) = 1 - 2a$ 为极大值,

若 $1 - 2a \leq 0$, 即 $a \geq \frac{1}{2}$, 此时 $h'(x) \leq 0$, 则 $h(x) = g'(x)$ 在 $(-3, +\infty)$ 单调递减,

又 $g'(0) = 0$, 所以 $-3 < x < 0$ 时 $g'(x) > 0$, $g(x)$ 在 $(-3, 0)$ 单调递增,

$x > 0$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递减,

故 $g(0) = 0$ 为极大值, 所以 $g(x) \leq 0$, 则当 $a \geq \frac{1}{2}$ 时, 符合条件; $1 - 2a > 0$, 即 $a < \frac{1}{2}$

此时 $h'(x) > 0$, 存在 $-3 < x_1 < 0$, 在 $(x_1, 0)$ 上: $u(x) = h'(x) > 0$,

则 $h(x) = g'(x)$ 在 $(x_1, 0)$ 单调递增, 又 $h(0) = g'(0) = 0$, 则在区间 $(x_1, 0)$ 上 $g'(x) < g'(0) = 0$

所以在区间 $(x_1, 0)$ 上, $g(x)$ 单调递减, 则 $g(x) > g(0) = 0$, 不满足条件.

综上所述 a 的最小值为 $\frac{1}{2}$.

22. 【详解】(1) $a = 0$, $f(x) = (x+2)e^x$, $f'(x) = e^x(x+3)$, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = -3$,

当 $x < -3$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $x > -3$ 时, $f'(x) > 0$,

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-3, +\infty)$, 单调递减区间为 $(-\infty, -3)$.

(2) (i) 由 $f(x) \leq 1$, 即 $(x - ae^2x + 2)e^x \leq 1$

$$\text{解得 } a \geq \left(\frac{xe^x + 2e^x - 1}{e^{3x}} \right)_{\max}, \text{ 令 } g(x) = \frac{xe^x + 2e^x - 1}{e^{3x}},$$

$$g'(x) = \frac{[e^x(x+2) + e^x] \cdot e^{3x} - [e^x(x+2) - 1] \cdot 3e^{3x}}{(e^{3x})^2} = \frac{e^x(-2x-3) + 3}{e^{3x}},$$

$$\text{令 } h(x) = e^x(-2x-3) + 3, h'(x) = (-2x-5)e^x$$

所以 $h'(x) > 0, x < -\frac{5}{2}$, $h(x)$ 在 $(-\infty, -\frac{5}{2})$ 单调递增,



$h'(x) < 0, x > -\frac{5}{2}$, $h(x)$ 在 $(-\frac{5}{2}, +\infty)$ 单调递减. $h(x)_{\max} = h(-\frac{5}{2}) > 0$ 且 $x < 0$ 时, $h(x) > 0$

$h(x)$ 在 $(-\frac{5}{2}, +\infty)$ 上有唯一的零点, $\because h(0) = 0$, 当 $x < 0$ 时, $h(x) > 0, g'(x) > 0, g(x)$ 单调递增,

当 $x > 0$ 时, $h(x) < 0, g'(x) < 0$, $g(x)$ 单调递减, $\therefore g(x)_{\max} = g(0) = 1$, $\therefore a \geq 1$

所以 a 的最小值为 1.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线