

绝密★启用前

普高联考 2022—2023 学年高三测评(四)

理科数学

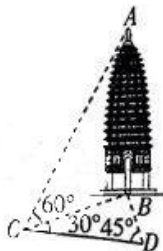
注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡和试卷指定位置上.
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.来源:高三答案公众号
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

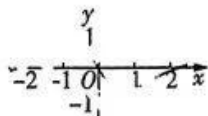
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $A = \{x | 2 < x < 4\}$, $B = \{x | (x-6)(x-3) \geq 0\}$, 则
A. $2 \in A \cap B$ B. $3 \in A \cap B$ C. $4 \in A \cup B$ D. $5 \in A \cup B$
- 若复数 z 的共轭复数为 \bar{z} , 且 $z - (2+i)\bar{z} = -3 + 5i$, 则 z 的虚部为
A. $-2i$ B. $2i$ C. -2 D. 2
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = \frac{1}{3} \times 2^n - m, m \in \mathbb{R}$, 则 $S_4 =$
A. $\frac{13}{3}$ B. 5 C. $\frac{17}{3}$ D. $\frac{22}{3}$

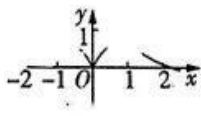
- 塔是一种在亚洲常见的,有着特定的形式和风格的中国传统建筑.最初是供奉或收藏佛骨、佛像、佛经、僧人遗体等的高耸型点式建筑,称“佛塔”.如图,为测量某塔的总高度 AB ,选取与塔底 B 在同一水平面内的两个测量基点 C 与 D ,现测得 $\angle BCD = 30^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$, $CD = 30$ 米,在 C 点测得塔顶 A 的仰角为 60° ,则塔的总高度约为(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4, \sqrt{3} \approx 1.7$)



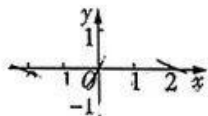
- 函数 $y = \frac{x-3\sin x}{e^{|x|}}$ 的大致图象是



A



B



C



D

- 某学校为落实“双减”政策,在课后服务时间开展了“绘画、书法、围棋、舞蹈、武术”五项兴趣拓展活动,小明计划从这五项活动中选择 3 项,则书法、舞蹈这两项活动至多有一项被选中的概率为

A. 0.9 B. 0.7 C. 0.6 D. 0.3

- 记不等式组 $\begin{cases} x-y+3 \leq 0, \\ x+y+1 \leq 0, \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$ 的解集为 D , 现有下面四个命题:

$\neg p_1: \forall (x, y) \in D, 2x-y+8 \geq 0; p_2: \exists (x, y) \in D, x-2y+4 > 0;$

$p_3: \forall (x, y) \in D, x + y + 3 > 0; p_4: \exists (x, y) \in D, x + 3y - 3 \leq 0.$

其中真命题的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 过点 F 的直线与抛物线交于点 A, B , 与抛物线的准线交于点 M , 且点 A 位于第一象限, F 恰好为 AM 的中点, $\vec{AF} = \lambda \vec{BM} (\lambda \in \mathbf{R})$, 则 $\lambda =$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

9. 任意写出一个正整数 m , 并且按照以下的规律进行变换: 如果 m 是个奇数, 则下一步变成 $3m + 1$, 如果 m 是个偶数, 则下一步变成 $\frac{1}{2}m$, 无论 m 是怎样一个数字, 最终必进入循环圈 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, 这就是数学史上著名的“冰雹猜想”. 它可以表示为数列 $\{a_n\}: a_1 = m (m$ 为正

整数), $a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1, & \text{当 } a_n \text{ 为奇数时,} \\ \frac{1}{2}a_n, & \text{当 } a_n \text{ 为偶数时,} \end{cases}$ 若 $a_7 = 2$, 则 m 的所有可能取值之和为

- A. 188 B. 190 C. 192 D. 201

10. 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 5, AC = 6, AC$ 与 BD 的交点为 G , 点 M, N 分别在线段 AD, CD 上, 且 $AM = \frac{1}{3}MD, CN = \frac{1}{3}ND$, 将 $\triangle MND$ 沿 MN 折叠到 $\triangle MND'$, 使 $GD' = 2\sqrt{2}$, 则三棱锥 $D' - ABC$ 的外接球的表面积为

- A. $\frac{1203}{16}\pi$ B. $\frac{627}{16}\pi$ C. $\frac{289}{8}\pi$ D. 40π

11. 设双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2, B 为双曲线 E 上在第一象限内的点, 线段 F_1B 与双曲线 E 相交于另一点 A, AB 的中点为 M , 且 $F_2M \perp AB$, 若 $\angle AF_1F_2 = 30^\circ$, 则双曲线 E 的离心率为

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

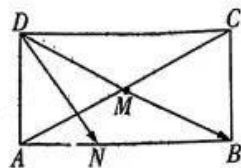
12. 已知 $a = e^{0.618} - 1, b = \ln 1.618, c = \tan 0.618$, 其中 e 为自然对数的底数, 则

- A. $c > a > b$ B. $a > b > c$ C. $b > a > c$ D. $a > c > b$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 二项式 $(x^2 + \frac{3}{x})^5$ 的展开式中 x^4 的系数为 _____.

14. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2BC = 2, AC$ 与 BD 的交点为 M, N 为边 AB 上任意点 (包含端点), 则 $\vec{MB} \cdot \vec{DN}$ 的最大值为 _____.



15. 圆 $M: x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (A 在 B 的左侧), 点 N 满足 $\frac{|NA|}{|NB|} = 2$, 直线 $l: y = kx + m (k > 0)$ 与圆 M 和点 N 的轨迹同时相切, 则直线 l 的斜率为 _____.

16. 先将函数 $f(x) = \cos x$ 的图象向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度, 再将所得图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega} (\omega > 0)$, 纵坐标不变, 所得图象与函数 $g(x)$ 的图象关于 x 轴对称, 若函数

$g(x)$ 在 $[0, \frac{2\pi}{3}]$ 上恰有两个零点, 且在 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围是 _____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17—21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3}(b - a \cos C) = c \sin A$.

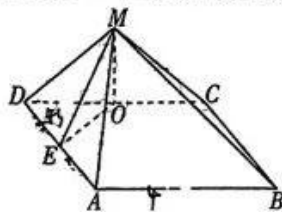
(1) 求 A ; 来源: 高三答案公众号

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$, 点 D 在线段 AC 上, 且 $AD = \frac{1}{3}AC$, 求 BD 的最小值.

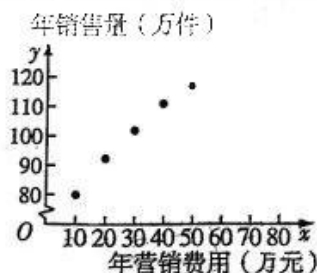
18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $M-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $AB = 4, AD = 2\sqrt{2}, MC = 2\sqrt{2}, \angle ADC = 45^\circ$, 点 M 在底面 $ABCD$ 上的射影为 CD 的中点 O, E 为线段 AD 上的点 (含端点).

(1) 若 E 为线段 AD 的中点, 证明: 平面 $MOE \perp$ 平面 MAD ;

(2) 若 $3AE = DE$, 求二面角 $D-ME-O$ 的余弦值.



19. (12 分) 某公司为了了解年营销费用 x (单位: 万元) 对年销售量 y (单位: 万件) 的影响, 统计了近 5 年的年营销费用 x_i 和年销售量 $y_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$, 得到的散点图如图所示, 对数据进行初步处理后, 得到一些统计量的值如下表所示.



$\sum_{i=1}^5 u_i$	$\sum_{i=1}^5 v_i$	$\sum_{i=1}^5 (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})$	$\sum_{i=1}^5 (u_i - \bar{u})^2$
16.10	26.02	0.40	1.60

表中 $u_i = \ln x_i, v_i = \ln y_i, u = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 u_i, v = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 v_i$.

已知 $y = a \cdot x^b$ 可以作为年销售量 y 关于年营销费用 x 的回归方程.

(1) 求 y 关于 x 的回归方程;

(2) 若公司每件产品的销售利润为 4 元, 固定成本为每年 120 万元, 用所求的回归方程估计该公司每年投入多少营销费用, 才能使得该产品一年的收益达到最大? (收益 = 销售利润 - 营销费用 - 固定成本)

参考数据: $e^{4.399} \approx 81, \sqrt[3]{3} \approx \frac{13}{9}$.

参考公式: 对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$, 其回归直线 $v = \alpha + \beta u$ 的斜率和

截距的最小二乘估计分别为 $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}, \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta} \bar{u}$.

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 离心率为 $\frac{1}{2}$, 且点 $(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆上.

圆上.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过右焦点 F 且斜率不为 0 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 Q , 经过坐标原点 O 和点 Q 的直线 m 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 求四边形 $AMBN$ 的面积取值范围.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = 2mx - mx \cos x - \sin x (m \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $m = 1$ 时, 求 $f(x)$ 在点 $(\pi, f(\pi))$ 处的切线方程;

(2) 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$, 求实数 m 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

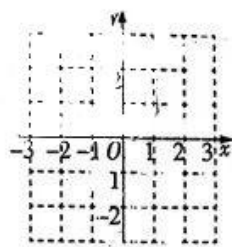
22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 1 - t, \end{cases}$ 其中 t 为参数, 以坐标原点

为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2|\sin \theta| + 2|\cos \theta|$, 其中 θ 为参数.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程, 并画出曲线 C 的简图(无需写出作图过程);

(2) 直线 $m: \theta = \alpha (\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}])$ 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| =$

$2\sqrt{6}$, 求 α 的值.

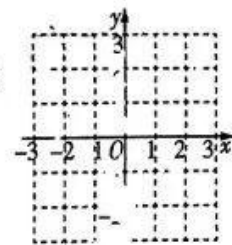


[选修 4-5: 不等式选讲]

23. (10分) 已知函数 $f(x) = 2|x+1| + |x-1| - 4$ 的最小值为 m .

(1) 在直角坐标系中画出 $y = f(x)$ 的图象, 并求出 m 的值;

(2) 若 a, b, c 均为正数, 且 $a + b + c = -m + 1$, 求 $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a}$ 的最小值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线