2023届芜湖市高中毕业班教学质量统测

数学试题卷

本试卷共4页，22小题，满分150分．考试用时120分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、学校、考场/座位号、班级、准考证号填写在答题卷上，将条形码横贴在答题卷右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卷上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卷各题目指定区域内；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液，不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卷的整洁，考试结束后，将试题卷和答题卷一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 设全集$U=R$，若集合$A=\{x|2x-3<0\}$，$B=\{0,2,3\}$，则$(C_UA)\cap B=$

A. $\{0\}$　　B. $\{0,2\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{3\}$

2. 若$z(1-i)=(1+i)^2$，则$|z|=$

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

3. 已知向量$\boldsymbol{a}=(5,-4)$，$\boldsymbol{b}=(1,0)$，则$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量为

A. $(4,0)$　　B. $(5,0)$　　C. $(-4,0)$　　D. $(-5,0)$

4. 皖江明珠，创新之城——芜湖，正加快建设省域副中心城市．为了烘托“七一”节日氛围，需要准备10000盆绿植作装饰．已知栽种绿植的花盆可近似看成圆台，上底面圆直径约为20cm，下底面圆直径约为10cm，母线长约为10cm．假定每一个花盆装满营养土，请问需要营养土多少立方米？(参考数据：$\pi\approx3.14$，$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$)

A. 863.50　　B. 8.64　　C. 1584.39　　D. 15.84

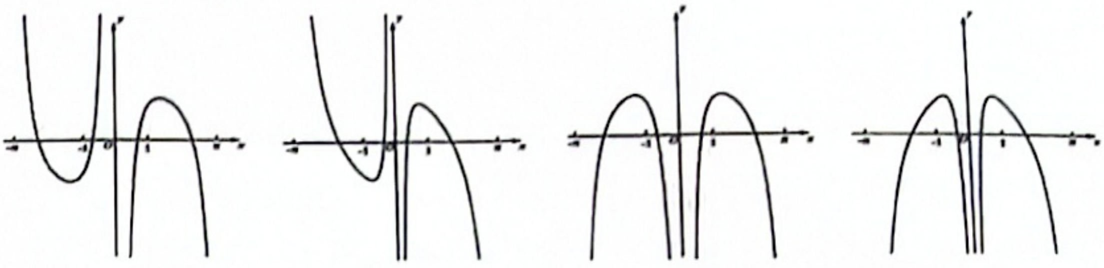
5. 记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$a\cos A+b\cos(A+C)=0$，则$\triangle ABC$为

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形　　C. 等腰直角三角形　　D. 等腰或直角三角形

6. 已知$ae^{\pi}=\pi e^{a}(a\neq\pi)$，$4+\ln b=b+2\ln2(b\neq4)$，$e+\ln c=c+1(c\neq e)$，则

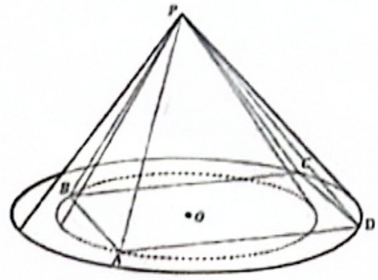
A. $b>a>c$　　B. $c>a>b$　　C. $b>c>a$　　D. $a>c>b$

7. 函数$f(x)=\dfrac{\ln|x|-x^2+2}{\sin x}$在区间$(-\pi,0)\cup(0,\pi)$的图象大致为



A　　　　B　　　　C　　　　D

8. 如图，底面同心的圆锥高为$\dfrac{16}{5}$，A,B在半径为3的底面圆上，C,D在半径为4的底面圆上，且$AB /\!/ CD$，当四边形$ABCD$面积最大时，点O到平面PBC的距离为



第8题图

A. $\dfrac{48}{25}$　　　　B. $\dfrac{36}{25}$

C. 2　　　　D. $\sqrt{3}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有错选的得0分。

9. 一个不透明的袋子里，装有大小相同的3个红球和4个蓝球，每次从中不放回地取出一球，则下列说法正确的是

A. 取出1个球，取到红球的概率为$\dfrac{3}{7}$

B. 取出2个球，在第一次取到蓝球的条件下，第二次取到红球的概率为$\dfrac{1}{2}$

C. 取出2个球，第二次取到红球的概率为$\dfrac{1}{3}$

D. 取出3个球，取到红球个数的均值为$\dfrac{9}{7}$

10. 已知$(x^2+x+1)^9=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{18}x^{18}$，下列说法正确的有

A. $a_0=1$　　　　B. $a_2=42$

C. $a_2+a_4+\cdots+a_{18}=\dfrac{3^9+1}{2}$　　　　D. $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+18a_{18}=3^{11}$

11. 牛顿在《流数法》一书中，给出了高次代数方程根的一种解法. 具体步骤如下：设r是函数$y=f(x)$的一个零点，任意选取x_0作为r的初始近似值，过点$(x_0,f(x_0))$作曲线$y=f(x)$的切线l_1，设l_1与x轴交点的横坐标为x_1，并称x_1为r的1次近似值；过点$(x_1,f(x_1))$作曲线$y=f(x)$的切线l_2，设l_2与x轴交点的横坐标为x_2，称x_2为r的2次近似值. 一般地，过点$(x_n,f(x_n))(n\in N^*)$作曲线$y=f(x)$的切线l_{n+1}，记l_{n+1}与x轴交点的横坐标为x_{n+1}，并称x_{n+1}为r的$n+1$次近似值. 对于方程$x^3-x+1=0$，记方程的根为r，取初始近似值为$x_0=-1$，下

列说法正确的是

A. $r\in(-2,-1)$

B. 切线l_2: $23x-4y+31=0$

C. $|x_3-x_2|>\frac{1}{8}$

D. $x_{n+1}=\frac{2x_n^3-1}{3x_n^2-1}$

12. 双曲线的光学性质:从双曲线一个焦点出发的光线,经双曲线反射后,反射光线的反向延长线经过双曲线的另一个焦点.已知O为坐标原点,F_1,F_2分别是双曲线$C:\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$的左右焦点,过$F_2$的直线交双曲线$C$的右支于$M,N$两点,且$M(x_1,y_1)$在第一象限,$\triangle MF_1F_2$,$\triangle NF_1F_2$的内心分别为$I_1,I_2$,其内切圆半径分别为$r_1,r_2$,$\triangle MF_1N$的内心为$I$.双曲线$C$在$M$处的切线方程为$\frac{x_1x}{9}-\frac{y_1y}{16}=1$,则下列说法正确的有

A. 点I_1、I_2均在直线$x=3$上

B. 直线MI的方程为$\frac{x_1x}{9}-\frac{y_1y}{16}=1$

C. $r_1r_2=\frac{16}{5}$

D. $\frac{S_{\triangle F_2I_1I_2}}{S_{\triangle II_1I_2}}=\frac{5}{3}$

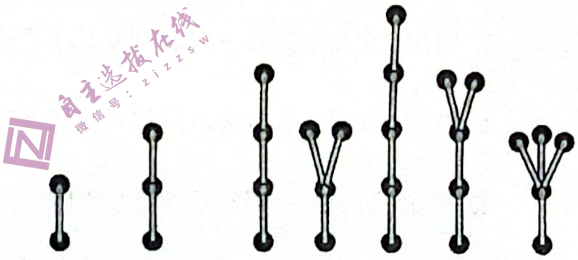
三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{3}$,则$\sin\alpha=$________.

14. 在某次高三体检中,12位同学的身高(单位:cm)分别为173,174,166,172,170,165,165,168,164,173,175,178,则这组数据的上四分位数为_______.

15. 已知椭圆E的中心为O,E上存在两点A,B,满足$\triangle OAB$是以半焦距为边长的正三角形,则E的离心率为_______.

16. 拓扑学中,所谓“树”是指这样一种图形:在平面中,任意两点都可以连线,从而可以形成连通.若两点之间的连通没有回路,且任意两点之间没有不同的通路,则称两点具有唯一的连通.如图:两个点、三个点唯一的连通均有一种,四个点唯一的连通有2种,五个点唯一的连通有3种,平面里六个点唯一的连通有______种.



第16题图

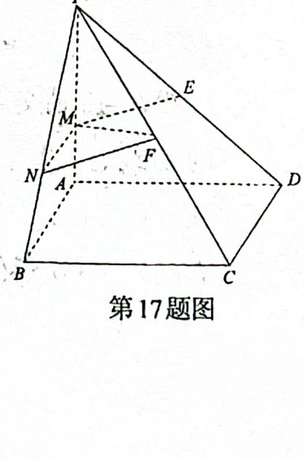
四、解答题:本题共6小题,共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(10分)

如图,四棱锥$P-ABCD$,其中$ABCD$为正方形,$PA\perp$底面$ABCD$,$PA=AB=6$,E,F分别为PD,PC的中点,M,N在棱PA,PB上,且满足$\overrightarrow{PM}=2\overrightarrow{MA}$,$\overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{NB}$.

(1)求证:直线ME与直线NF相交;

(2)求平面MNF与平面$ABCD$夹角的余弦值.



第17题图

18.（12分）

已知函数$f(x)=a\sin 2x+\cos 2x$，且$f(x)\leqslant\left|f\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right|$.

(1)求$f(x)$的最大值；

(2)从①②中任选一个作答.若选择多个分别作答，按第一个解答计分.

①A为函数$f(x)$图象与x轴的交点，点B,C为函数$f(x)$图象的最高点或者最低点，求$\triangle ABC$面积的最小值.

②O为坐标原点，复数$z_1=-2-4i$，$z_2=-2+f(t)i$在复平面内对应的点分别为A,B，求$\triangle OAB$面积的取值范围.

19.（12分）

在一个抽奖游戏中，主持人从编号为1，2，3的三个外观相同的空箱子中随机选择一个，放入一个金蛋，再将三个箱子关闭.主持人知道金蛋在哪个箱子里.游戏规则是主持人请抽奖人在三个箱子中选择一个，若金蛋在此箱子里，抽奖人得到200元奖金；若金蛋不在此箱子里，抽奖人得到50元参与奖.无论抽奖人是否抽中金蛋，主持人都重新随机放置金蛋，关闭三个箱子，等待下一位抽奖人.

(1)求前3位抽奖人抽中金蛋人数X的分布列和方差；

(2)为了增加节目效果，改变游戏规则.当某一抽奖人选定编号后，主持人在剩下的两个箱子中打开一个空箱子.与此同时，主持人也给抽奖人一个改变选择的机会.如果抽奖人改变选择后，抽到金蛋，奖金翻倍；否则，取消参与奖.

若仅从最终所获得的奖金考虑，抽奖人该如何抉择呢？

20.（12分）

已知等差数列$\{a_n\}$，等比数列$\{b_n\}$，且$a_1=1$，$a_{b_n}=2^{n+1}-1$.

(1)求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

(2)将数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$中的项合并，按从小到大的顺序重新排列构成新数列$\{c_n\}$，求$\{c_n\}$的前100项和.

21.（12分）

已知函数$f(x)=3x\ln x-ax^3+6x\,(a>0)$.

(1)若$f'(x)$的零点有且只有一个，求a的值；

(2)若$f(x)$存在最大值，求a的取值范围.

22.（12分）

已知动圆过定点$M(1,0)$，且与直线$x=-1$相切.

(1)求动圆圆心轨迹C的方程；

(2)设过点M的直线l交轨迹C于A,B两点，已知点$N(2,0)$，直线AN,BN分别交轨迹C于另一个点P,Q.若直线AB和PQ的斜率分别为k_1,k_2.

(i)证明：$k_1=2k_2$；

(ii)设直线QA,PB的交点为T，求线段MT长度的最小值.