邯郸市 2022－2023 学年第一学期期末质量检测

高三数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	A	B	B	D	A	C	AD	CD	ABD	ACD

1. B　**解析**:因为 $A=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$,$B=\{x\mid 0<x\leqslant a\}$,并且 $A\cup B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$,所以 $a=3$,所以 $A\cap B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$. 故选 B.

[命题意图] 本题考查集合的运算,考查学生的数学运算素养.

2. C　**解析**:因为 $z=\dfrac{(3-\mathrm{i})^2}{(3+\mathrm{i})(3-\mathrm{i})}=\dfrac{8-6\mathrm{i}}{10}=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$,所以 $\bar{z}=\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$,所以 z 的共轭复数的虚部为 $\dfrac{3}{5}$. 故选 C.

[命题意图] 本题考查复数的运算,考查学生的数学运算素养.

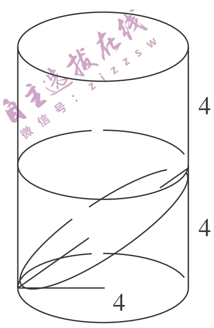
3. A　**解析**:$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-|\boldsymbol{a}|^2=2\times 1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2^2=\sqrt{3}-4$. 故选 A.

[命题意图] 本题考查向量数量积的运算,考查学生的数学运算素养.

4. B　**解析**:设 $f(x)=x^{\alpha}$,则 $\dfrac{6^{\alpha}}{2^{\alpha}}=4$,即 $3^{\alpha}=4$,所以 $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{3^{\alpha}}=\dfrac{1}{4}$. 故选 B.

[命题意图] 本题考查幂函数,考查学生的数学建模、数学运算素养.

5. B　**解析**:如图,由题意可得,所作平面与圆柱下底面的几何体的体积为圆柱体积的 $\dfrac{1}{4}$. 故选 B.

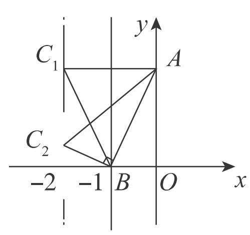


[命题意图] 本题考查几何体的体积,考查学生的直观想象、数学抽象素养.

6. D　**解析**:由题设,$P(A)=\dfrac{\mathrm{A}_4^2}{\mathrm{C}_4^1\mathrm{C}_4^1}=\dfrac{3}{4}$,$P(AB)=\dfrac{2\mathrm{C}_3^1}{\mathrm{C}_4^1\mathrm{C}_4^1}=\dfrac{3}{8}$,所以 $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{1}{2}$. 故选 D.

[命题意图] 本题考查古典概型的概率求法和条件概率,考查学生的逻辑推理、数学建模素养.

7. A　**解析**:由题意,$\triangle ABC$ 的顶点为 $A(0,2)$,$B(-1,0)$,设 $C(x_1,y_1)$,由重心坐标公式可得 $\dfrac{x_1+0-1}{3}=-1$,则 $x_1=-2$,所以点 C 在直线 $x=-2$ 上,又 $\triangle ABC$ 的垂心在直线 $x=-1$ 上,如图,



则当点 C 的坐标为 $C_1(-2,2)$ 和 $C_2\left(-2,\dfrac{1}{2}\right)$ 时,均能推出 $\triangle ABC$ 的欧拉线方程为 $x=-1$. 故选 A.

[命题意图] 本题考查命题逻辑关系,考查学生的逻辑推理素养.

8. C　**解析**：由已知，令 $\log_a 2=m=\frac{\lg 2}{\lg a}$，$\log_b 4=n=\frac{\lg 4}{\lg b}$，所以 $\lg a=\frac{\lg 2}{m}$，$\lg b=\frac{\lg 4}{n}=\frac{2\lg 2}{n}$，代入 $\lg a=1-2\lg b$，得 $\frac{\lg 2}{m}+\frac{4\lg 2}{n}=1$. 因为 $a>1$，$b>1$，所以 $\log_a 2+\log_b 4=(m+n)\times 1=(m+n)\left(\frac{\lg 2}{m}+\frac{4\lg 2}{n}\right)=5\lg 2+\left(\frac{4m}{n}\lg 2+\frac{n}{m}\lg 2\right)\geqslant 5\lg 2+2\sqrt{\frac{4m\lg 2}{n}\cdot\frac{n\lg 2}{m}}=5\lg 2+4\lg 2=9\lg 2$. 当且仅当 $\frac{4m\lg 2}{n}=\frac{n\lg 2}{m}$ 时，即 $a=b=10^{\frac{1}{3}}$ 时，等号成立，所以 $\log_a 2+\log_b 4$ 的最小值为 $9\lg 2$. 故选 C.

[命题意图] 本题考查了对数、指数的运算，换底公式及基本不等式求最值，考查学生的数学运算、数学建模素养.

9. AD　**解析**：由题意可得 $r_1<0$，$r_2>0$. 左图比右图散点的分布更宽，所以 $|r_1|<|r_2|$，即 $r_1+r_2>0$. 故选 AD.

[命题意图] 本题考查统计中散点图及相关系数，考查学生的信息处理能力及数学运算素养.

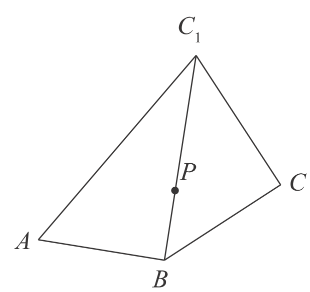
10. CD　**解析**：因为 $d>0$，所以数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列. 由 $|a_4|=|a_{10}|$，可得 $a_4=-a_{10}$，则 $a_4+a_{10}=2a_7=0$，所以 $a_1+6d=0$，则 $a_1=-6d$，$S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}=-6nd+\frac{n(n-1)d}{2}=\frac{n^2-13n}{2}d=\frac{d}{2}\left[\left(n-\frac{13}{2}\right)^2-\frac{169}{4}\right]$，所以当 $n=6$ 或 7 时，S_n 取得最小值. 故选 CD.

[命题意图] 本题考查数列与二次函数的性质，考查学生的数学运算素养.

11. ABD　**解析**：由双曲线方程得 $a=2$，$b=\sqrt{5}$，$c=\sqrt{4+5}=3$，焦点为 $F_1(0,3)$，$F_2(0,-3)$. $|PF_1|_{\min}=c-a=1$，A 正确；设 $P(x_0,y_0)$，则 $\frac{y_0^2}{4}-\frac{x_0^2}{5}=1$，即 $5y_0^2-4x_0^2=20$，双曲线的渐近线方程为 $2\sqrt{5}x\pm 5y=0$，点 P 到两渐近线的距离的乘积为 $\frac{|2\sqrt{5}x_0+5y_0|}{\sqrt{20+25}}\cdot\frac{|2\sqrt{5}x_0-5y_0|}{\sqrt{20+25}}=\frac{|20x_0^2-25y_0^2|}{45}=\frac{100}{45}=\frac{20}{9}$，B 正确；若 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形，则当 $PF_1\perp PF_2$ 时，不妨设 $|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，$n>m$，则 $\begin{cases}n-m=4,\\ m^2+n^2=6^2,\end{cases}$ 得 $mn=10$，则 $S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}mn=5$. 当 $PF_1\perp F_1F_2$ 时，$|F_1F_2|=6$，$|PF_1|=\sqrt{\frac{5}{4}y_0^2-5}=\sqrt{\frac{5}{4}\times 3^2-5}=\frac{5}{2}$，所以 $S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|PF_1|\cdot|F_1F_2|=\frac{15}{2}$，C 错误；由焦点三角形内切圆圆心的纵坐标为半实轴长，可知 D 正确. 故选 ABD.

[命题意图] 本题考查双曲线的几何性质、双曲线的定义等，考查学生综合应用能力及数学运算、数学建模素养.

12. ACD　**解析**：$V_{A_1D_1AP}=\frac{1}{3}S_{\triangle A_1D_1A}\cdot AB$，故体积为定值，A 正确；将 $\triangle ABC_1$ 与 $\triangle BCC_1$ 放在同一平面，如图所示，$\angle ABC=135°$，当 A，P，C 三点共线时，$AP+PC$ 最小，由余弦定理可知 $AP+AC=\sqrt{2+\sqrt{2}}$，B 错误；由 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 为正方体，可得平面 A_1BC_1∥平面 ACD_1，又 P 是线段 B_1C 上的动点，则 $A_1P\subset$ 平面 A_1BC_1，所以 A_1P∥平面 ACD_1，故 C 正确；因为 AC∥A_1C_1，所以 $\angle C_1A_1P$ 为直线 A_1P 与 AC 所成的角，当 P 在线段 BC_1 的端点 B 处时，$\angle C_1A_1P$ 取得最大值，即为 $\angle C_1A_1B=60°$，此时四面体 A_1PCA 即为三棱锥 $A_1\text{-}ABC$，其外接球也为正方体的外接球，半径 $r=\frac{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以外接球的体积为 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$，D 正确. 故选 ACD.



[命题意图] 本题考查立体几何的综合应用,可以利用空间几何的位置关系,也可以建立空间直角坐标系,利用空间向量计算可得,考查学生的直观想象、数学运算、数学建模等素养.

13. -2 **解析**:$\because f(-x)=-x+\dfrac{2^{-x}+1}{2^{-x+1}+a}=-x+\dfrac{2^x+1}{a\cdot 2^x+2}=-x+\dfrac{2^x+1}{\dfrac{a}{2}\cdot 2^{x+1}+2}=-f(x)$,$\therefore \dfrac{a}{2}\cdot 2^{x+1}+2=-2^{x+1}-a$,$\therefore a=-2$.

[命题意图] 本题考查函数的奇偶性,考查学生的数学运算素养.

14. $\dfrac{7}{25}$ **解析**:$\sin\left(2x+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)=2\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)-1=2\times\left(\dfrac{4}{5}\right)^2-1=\dfrac{7}{25}$.

[命题意图] 本题考查三角函数的恒等变换、诱导公式、倍角公式化简求值,考查学生的数学运算素养.

15. 9 **解析**:设五个班级参加两项以上体育项目锻炼的人数分别为 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,由题意可得 $\begin{cases}\dfrac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=7,\\ \dfrac{1}{5}[(x_1-7)^2+(x_2-7)^2+(x_3-7)^2+(x_4-7)^2+(x_5-7)^2]=4,\end{cases}$ 由于样本数据各不相同,则只有一种可能,即 $(-3)^2+(-1)^2+0^2+1^2+3^2=20$. 因此,这五个班的人数由小到大依次为 4,6,7,8,10. 而 $5\times80\%=4$,所以样本数据的第 80 百分位数是 $\dfrac{8+10}{2}=9$.

[命题意图] 本题考查用样本估计总体,考查学生的数学建模、数据分析等素养.

16. 9 **解析**:设直线 FP_1 的倾斜角为 θ,其中 $\theta\in(0,\pi)$,则由抛物线的定义可得 $|P_1F|=2+|P_1F|\cos\theta$,即 $|P_1F|=\dfrac{2}{1-\cos\theta}$,同理 $|P_2F|=\dfrac{2}{1-\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}+\theta\right)}$,$|P_3F|=\dfrac{2}{1-\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}+\theta\right)}=\dfrac{2}{1-\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-\theta\right)}$,此时 $|P_2F|+|P_3F|=\dfrac{2(2+\cos\theta)}{\left(\dfrac{1}{2}+\cos\theta\right)^2}$,所以 $|P_1F|+|P_2F|+|P_3F|=\dfrac{2}{1-\cos\theta}+\dfrac{2(2+\cos\theta)}{\left(\dfrac{1}{2}+\cos\theta\right)^2}=\dfrac{9}{2(1-\cos\theta)\cdot\left(\dfrac{1}{2}+\cos\theta\right)^2}$. 下面求 $y=(1-\cos\theta)\left(\dfrac{1}{2}+\cos\theta\right)^2$,$\theta\in(0,\pi)$ 的最大值. 设 $y=(1-x)\cdot\left(\dfrac{1}{2}+x\right)^2$,$x\in(-1,1)$,于是 $y'=-3x^2+\dfrac{3}{4}$,由 $y'>0$ 可得 $-\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{1}{2}$. 故函数 y 在 $\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)$,$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ 上单调递减,在 $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ 上单调递增. 所以当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时,y 取得极大值,不难发现 $y_{\max}=\dfrac{1}{2}$. 所以,原式的最小值为 $\dfrac{9}{2\times\dfrac{1}{2}}=9$.

[命题意图] 本题考查了抛物线的定义、焦点弦长的计算公式,简单的三角恒等变换,考查学生的数学运算素养.

17. **解**:(1) 由正弦定理得 $\sin A\cos C+\dfrac{1}{2}\sin C=\sin B$,则 $\sin A\cos C+\dfrac{1}{2}\sin C=\sin(A+C)$,

$\therefore \dfrac{1}{2}\sin C=\sin C\cos A$,$\because \sin C\neq 0$,$\therefore \cos A=\dfrac{1}{2}$. ……………………(3 分)

又 $A\in(0,\pi)$,$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$. ……………………(4 分)

(2) 由正弦定理可知 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=4$,$\therefore b=4\sin B$,$c=4\sin C$. ……………………(5 分)

又 $B+C=\pi-A=\dfrac{2\pi}{3}$,

$\therefore c-\frac{1}{2}b=4\sin C-2\sin B=4\sin C-2\sin\left(\frac{2\pi}{3}-C\right)$

$=4\sin C-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\cos C-2\times\frac{1}{2}\sin C=3\sin C-\sqrt{3}\cos C=2\sqrt{3}\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)$. ……………………（7 分）

$\because 0<C<\frac{2\pi}{3}$，$\therefore -\frac{\pi}{6}<C-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$，则 $-\frac{1}{2}<\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)<1$，从而 $-\sqrt{3}<2\sqrt{3}\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)<2\sqrt{3}$. ……………………………………………………………（9 分）

$\therefore c-\frac{1}{2}b$ 的取值范围是 $(-\sqrt{3},2\sqrt{3})$. ……………………………………（10 分）

［命题意图］本题考查三角恒等变换、三角函数和解三角形知识的综合应用问题，涉及到三角函数关系式的化简、边角关系式的化简、三角函数值的求解、正弦型函数值域的求解等知识，是对三角函数部分知识的综合考查，属于常考题型，考查学生的数学运算素养.

18. **解**：(1)当 $n=1$ 时，$a_1^2+3a_1=6a_1+4$，……………………………………（1 分）

因为 $a_n>0$，所以 $a_1=4$，

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n^2+3a_n-a_{n-1}^2-3a_{n-1}=6S_n+4-6S_{n-1}-4=6a_n$，

即 $(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1})=3(a_n+a_{n-1})$，……………………………………（3 分）

因为 $a_n>0$，所以 $a_n-a_{n-1}=3$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 4，公差为 3 的等差数列，……………………………………（5 分）

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=3n+1$. ……………………………………（6 分）

(2)证明：因为 $c_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(3n+1)(3n+4)}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n+1}-\frac{1}{3n+4}\right)$，

所以 $T_n=c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3n+4}\right)=\frac{1}{12}-\frac{1}{9n+12}$. ……………………（8 分）

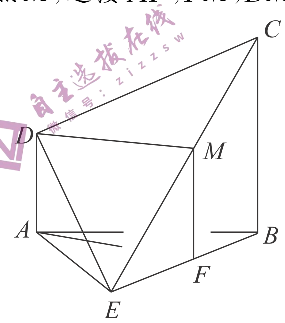
因为 $f(x)=\frac{1}{12}-\frac{1}{9x+12}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $\frac{1}{28}=T_1<T_2<T_3<\cdots<T_n<\frac{1}{12}$，……………………………………（11 分）

所以 $\frac{1}{28}\leqslant T_n<\frac{1}{12}$. ……………………………………（12 分）

［命题意图］本题考查求数列通项公式和利用裂项相消法求和，再利用函数的单调性证明不等式，考查学生的数学运算、逻辑推理素养.

19. **解**：(1)证明：取 BE 的中点 F，CE 的中点 M，连接 AF，FM，DM，



$\because F$，M 分别为 BE，CE 的中点，

$\therefore FM/\!/BC$，$MF=\frac{1}{2}BC$，

又 $AD/\!/BC$，$AD=\frac{1}{2}BC$，$\therefore AD\underline{/\!/}MF$，

$\therefore$ 四边形 $ADMF$ 是平行四边形，

$\therefore AF/\!/DM$. ……………………………………（2 分）

$\because EB^2+CB^2=EC^2$，$\therefore CB\perp BE$，

又 $CB\perp AB$，$AB\cap BE=B$，且 AB，$BE\subset$平面 ABE，

$\therefore CB\perp$平面 ABE.

$\because AF\subset$平面 ABE，$\therefore AF\perp CB$，

又$\triangle ABE$ 为等边三角形，F 为边 BE 的中点，

$\therefore AF\perp BE$.

$\because CB\cap BE=B$，CB，$BE\subset$平面 EBC，

$\therefore AF\perp$平面 EBC. …………………………………………………………………… (4 分)

又 $AF/\!/DM$，$\therefore DM\perp$平面 EBC.

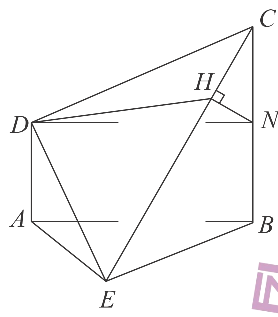
$\because DM\subset$平面 DEC，

$\therefore$平面 $DEC\perp$平面 EBC. …………………………………………………………… (6 分)

(2)取 BC 的中点 N，连接 DN，则 $DN/\!/AB$，

$\therefore$直线 AB 与平面 DEC 所成角即为直线 DN 与平面 DEC 所成角，

过 N 作 $NH\perp EC$，垂足为 H，连接 DH. ………………………………………… (7 分)



由(1)知，平面 $DEC\perp$平面 EBC，

$\because$平面 $DEC\cap$平面 $EBC=EC$，$NH\subset$平面 EBC，$NH\perp EC$，

$\therefore NH\perp$平面 DEC. …………………………………………………………………… (9 分)

$\because DH$ 为 DN 在平面 DEC 的射影，

$\therefore\angle HDN$ 为直线 DN 与平面 DEC 所成的角. ……………………………………… (10 分)

在 $\mathrm{Rt}\triangle DNH$ 中，$HN=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$DN=2$，

$\therefore\sin\angle HDN=\dfrac{HN}{DN}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，

$\therefore$直线 AB 与平面 DEC 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. …………………………………… (12 分)

[**命题意图**] 本题考查以四棱锥为背景的几何体，考查面面垂直的证明及求线面角，需要对立体图形整体和局部的分析和把握，思维量较大，考查学生的直观想象、数学运算等素养.

20. **解**：(1)设甲同学在 A 处命中为事件 A，在 B 处第 i 次命中为事件 $B_i(i=1,2,3)$，

由已知得 $P(A)=\dfrac{1}{3}$，$P(B_i)=\dfrac{4}{5}$，X 的取值为 0，2，3，4.

则 $P(X=0)=P(\bar{A}\bar{B}_1\bar{B}_2)=P(\bar{A})P(\bar{B}_1)P(\bar{B}_2)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{2}{75}$，

$P(X=2)=P(\bar{A}B_1\bar{B}_2)+P(\bar{A}\bar{B}_1B_2)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{16}{75}$，

$P(X=3)=P(A)=\dfrac{1}{3}$，

$P(X=4)=P(\bar{A}B_1B_2)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{32}{75}$， ………………………………… (4 分)

所以 X 的分布列为

X	0	2	3	4
P	$\frac{2}{75}$	$\frac{16}{75}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{32}{75}$

……………………………………(5 分)

所以 X 的数学期望为 $E(X)=0\times\frac{2}{75}+2\times\frac{16}{75}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{32}{75}=\frac{47}{15}$. ……………………………… (6 分)

(2)设甲同学选择方案 1 通过测试的概率为 P_1,选择方案 2 通过测试的概率为 P_2,

则由(1)有 $P_1=P(X=3)+P(X=4)=\frac{1}{3}+\frac{32}{75}=\frac{57}{75}$,…………………………………………… (8 分)

$P_2=P(B_1B_2)+P(\bar{B}_1B_2B_3)+P(B_1\bar{B}_2B_3)=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{112}{125}$, …… (11 分)

因为 $P_2>P_1$,所以甲同学选择方案 2 通过测试的可能性更大. ………………………………… (12 分)

[命题意图] 本题考查离散型随机变量的分布列及期望、概率决策问题,考查学生的数据分析、数学建模等素养.

21. **解:**(1)由题可得 $c=1$,将 $M\left(\sqrt{2},\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ 代入方程可得 $\frac{2}{a^2}+\frac{3}{2b^2}=1$.

联立 $a^2=b^2+1$,解得 $a^2=4,b^3=3$,

则椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………………………… (4 分)

(2)设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,显然直线 l 的斜率存在.

因为点 $T(8,0)$,设直线 l 的方程为 $y=k(x-8)$,联立 $\begin{cases}y=k(x-8),\\3x^2+4y^2=12,\end{cases}$ ………………………… (6 分)

消去 y,得 $(4k^2+3)x^2-64k^2x+256k^2-12=0$,由 $\Delta=144-2\ 880\ k^2>0$,得 $k^2<\frac{1}{20}$,

所以 $x_1+x_2=\frac{64k^2}{4k^2+3}$,$x_1x_2=\frac{256k^2-12}{4k^2+3}$. …………………………………………… (8 分)

因为点 $D(x_2,-y_2)$,所以直线 AD 的方程为 $y=\frac{y_1+y_2}{x_1-x_2}(x-x_1)+k(x_1-8)$. ………………… (9 分)

又 $y_1+y_2=k(x_1+x_2-16)$,

所以直线 AD 的方程可化为 $y=\frac{48k}{(x_2-x_1)(4k^2+3)}x+\frac{kx_1(x_1+x_2-16)}{x_2-x_1}+\frac{k(x_1-8)(x_2-x_1)}{x_2-x_1}$,

即 $y=\frac{48k}{(x_2-x_1)(4k^2+3)}x-\frac{24k}{(x_2-x_1)(4k^2+3)}=\frac{48k}{(x_2-x_1)(4k^2+3)}\left(x-\frac{1}{2}\right)$, …………… (11 分)

所以直线 AD 恒过点 $\left(\frac{1}{2},0\right)$. ……………………………………………………………… (12 分)

[命题意图] 本题考查椭圆的方程和直线过定点问题,借助韦达定理表示直线方程,是确定定点的关键,考查学生的数学建模、数学运算等素养.

22. **解:**(1)由题意得 $f'(x)=2e^{2x}-2$,$f'(1)=2e^2-2$,$f(1)=e^2-2$, ……………………………… (2 分)

所以切线方程为 $y-(e^2-2)=(2e^2-2)(x-1)$,即 $y=(2e^2-2)x-e^2$. ………………………… (4 分)

(2)$g(x)=e^{2x}-x^2-2x$,$g'(x)=2e^{2x}-2x-2$, ……………………………………………… (5 分)

设 $h(x)=e^{2x}-x-1$,则 $h'(x)=2e^{2x}-1$ 为增函数,由 $h'(x)=0$ 可得 $x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$.

所以,当 $x<\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$ 时,$h'(x)<0$;当 $x>\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$ 时,$h'(x)>0$.

即 $g'(x)$ 在区间 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right)$ 上单调递减,在 $\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上单调递增. ……………… (6 分)

注意到，$g'(-1)=2(e^{-2}+1-1)>0$，$g'(0)=0$，$g'\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right)=-1+\ln 2<0$，其中$-1<\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}<0$，由零点存在定理知$g'(x)$在区间$\left(-1,\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right)$上存在零点$m$.

故$g(x)$在$(-\infty,m)$，$(0,+\infty)$上单调递增，在$(m,0)$上单调递减，从而m为函数的极大值点，故$m=x_0$，即$e^{2x_0}-x_0-1=0$，且$x_0<0$. ……………………（8分）

要证明$\ln(x_1+x_2+2)>2x_0+\ln 2$，即证明$\frac{x_1+x_2+2}{2}>e^{2x_0}=x_0+1$，

化简得$x_2>2x_0-x_1$，由于$g(x)$在$(-\infty,x_0)$上单调递增，

且由$g(x_1)=g(x_2)$，$x_2<x_1<0$，可知$x_2<x_0<x_1<0$.

故$x_1\in(x_0,0)$，$2x_0-x_1\in(-\infty,x_0)$，

要证明$x_2>2x_0-x_1$，即证明$g(x_2)>g(2x_0-x_1)$，而$g(x_1)=g(x_2)$，

因此要证明$g(x_1)>g(2x_0-x_1)$. ……………………（10分）

令$F(x)=g(x)-g(2x_0-x)$，$x\in(x_0,0)$，

则$F'(x)=(2e^{2x}-2x-2)+[2e^{4x_0-2x}-2(2x_0-x)-2]$，

$=2(e^{2x}+e^{4x_0-2x}-2x_0-2)=2[(e^x-e^{2x_0-x})^2+2e^{2x_0}-2x_0-2]$，

而$e^{2x_0}=x_0+1$，所以$F'(x)=2(e^x-e^{2x_0-x})^2\geqslant 0$，故$F(x)$单调递增，

所以$F(x)>F(x_0)=0$，即$g(x)>g(2x_0-x)$，

从而$g(x_1)>g(2x_0-x_1)$，即证得$\ln(x_1+x_2+2)>2x_0+\ln 2$. ……………………（11分）

综上，$\ln(x_1+x_2+2)>2x_0+\ln 2$. ……………………（12分）

[命题意图] 本题考查函数的极值、单调性、极值点偏移等综合分析，是压轴题，考查学生的数学抽象、数学运算素养.