江阴市普通高中 2022 年秋学期高三阶段测试卷

数学 2023.1

注意事项及说明：本卷考试时间为 120 分钟，全卷满分为 150 分．

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求．请将答案填写在答题卡相应的位置上．）

1．已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x-1>0\}$，$B=\{x|0<x<2\}$，则 $\left(\complement_{\mathbf{R}} A\right)\cap B=$（　　）

A．$\{x|0<x\le 1\}$　　B．$\{x|x\le 2\}$　　C．$\{x|x\le 1\}$　　D．$\{x|1\le x<2\}$

2．已知 i 为虚数单位，复数 $z=\left(2+\mathrm{i}^3\right)(1+a\mathrm{i})$ 为纯虚数，则 $|z|=$（　　）

A．0　　B．$\frac{1}{2}$　　C．2　　D．5

3．给出下列四个命题，其中正确命题为（　　）

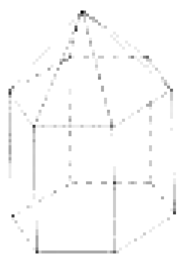
A．$a>b$ 是 $3^a>3^b$ 的充分不必要条件

B．$\alpha>\beta$ 是 $\cos\alpha<\cos\beta$ 的必要不充分条件

C．$a=0$ 是函数 $f(x)=x^3+ax^2\ (x\in\mathbf{R})$ 为奇函数的充要条件

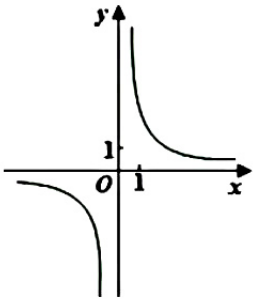
D．$f(2)<f(3)$ 是函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增的既不充分也不必要条件

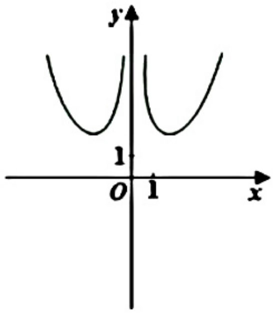
4．为了给热爱朗读的师生提供一个安静独立的环境，某学校修建了若干“朗读亭”．如图所示，该朗读亭的外形是一个正六棱柱和正六棱锥的组合体，正六棱柱两条相对侧棱所在的轴截面为正方形，若正六棱锥与六棱柱的高的比值为 1∶3，则正六棱锥与正六棱柱的侧面积之比为（　　）

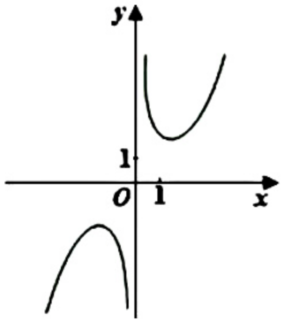


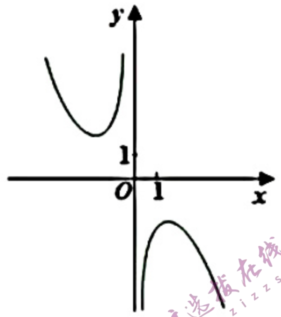
A．$\frac{\sqrt{7}}{8}$　　B．$\frac{\sqrt{43}}{24}$　　C．$\frac{1}{9}$　　D．$\frac{1}{27}$

5．函数 $f(x)=\frac{3^x-3^{-x}}{x^2}$ 的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

6．已知一个等比数列的前 n 项，前 $2n$ 项，前 $3n$ 项的和分别为 P，Q，R，则下列等式正确的是（　　）

A．$P+Q=R$　　　　B．$Q^2=PR$

C．$(P+Q)-R=Q^2$　　　　D．$P^2+Q^2=P(Q+R)$

7．在平面直角坐标系 xOy 中，若满足 $x(x-k)\le y(k-y)$ 的点 (x,y) 都在以坐标原点为圆心，2 为半径的圆及其内部，则实数 k 的取值范围是（　　）

A．$-\sqrt{2}\le k\le 2\sqrt{2}$　　　　B．$-\sqrt{2}\le k\le\sqrt{2}$

C．$-2\sqrt{2}\le k\le\sqrt{2}$　　　　D．$\left[-\sqrt{2},0\right)\cup\left(0,\sqrt{2}\right]$

8．设 $a=\dfrac{\pi}{6}$，$b=\cos 1$，$c=\sin\dfrac{1}{3}$，这三个数的大小关系为（　　）

A．$a<b<c$　　B．$c<b<a$　　C．$c<a<b$　　D．$a<c<b$

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错得 0 分．请将答案填写在答题卡相应的位置上．）

9．若 $x>0$，$y>0$，且 $xy-(x+y)=1$，则下列结论正确的是（　　）

A．$x+y\ge 2\left(\sqrt{2}+1\right)$　　　　B．$xy\ge\left(\sqrt{2}+1\right)^2$

C．$x+y\le\left(\sqrt{2}+1\right)^2$　　　　D．$xy\le 2\left(\sqrt{2}+1\right)$

10．已知一只钟表的时针 OA 与分针 OB 长度分别为 3 和 4，设 0 点为 0 时刻，$\triangle OAB$ 的面积为 S，时间 t（单位：时），　　　　则以下说法中正确的选项是（　　）

A．时针 OA 旋转的角速度为 $-\dfrac{\pi}{6}$rad/h

B．分针 OB 旋转的角速度为 2πrad/h

C．一小时内（即 $t\in[0,1)$ 时），$\angle AOB$ 为锐角的时长是 $\frac{5}{11}$ h

D．一昼夜内（即 $t\in[0,24)$ 时），S 取得最大值为 44 次

11．甲箱中有 5 个红球，2 个白球和 3 个黑球，乙箱中有 4 个红球，3 个白球和 3 个黑球，先从甲箱中随机取出一球放入乙箱，分别以 A_1，A_2 和 A_3 表示由甲箱取出的球是红球，白球和黑球的事件；再从乙箱中随机取出一球，以 B 表示由乙箱取出的球是红球的事件，则下列结论正确的是（　　）

A．事件 B 与事件 $A_i\left(i=1,2,3\right)$ 相互独立　　B．$P\left(A_1B\right)=\frac{8}{45}$

C．$P\left(B\right)=\frac{1}{3}$　　D．$P\left(A_2|B\right)=\frac{6}{31}$

12．已知 P 为抛物线 $C:y^2=2px\left(p>0\right)$ 上的动点，$Q\left(4,-4\right)$ 在抛物线 C 上，过抛物线 C 的焦点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A，B 两点，$M\left(4,-3\right)$，$N\left(-1,1\right)$，则（　　）

A．$|PM|+|PF|$ 的最小值为 5

B．若线段 AB 的中点为 M．则△NAB 的面积为 $2\sqrt{2}$

C．若 $NA\perp NB$，则直线的斜率为 2

D．过点 $E\left(1,2\right)$ 作两条直线与抛物线 C 分别交于点 G，H，满足直线 GH 的斜率为 -1，则 EF 平分 $\angle GEH$

三、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．请将答案填写在答题卡相应的位置上．）

13．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l:y=2x+10$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线平行，且双曲线的一个焦点在直线 l 上，则双曲线的方程为_________．

14．$\left(1-2x\right)^5\left(1+3x\right)^4$ 的展开式中 x 的升幂排列的第 3 项为_________．

15．已知函数 $f\left(x\right)=a\left(x-5\right)^2+6\ln x\left(a\in\mathbf{R}\right)$，曲线 $f\left(x\right)$ 在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线与 y 轴相交于点 $\left(0,6\right)$，则函数 $f\left(x\right)$ 的极小值为_________．

16．（第一空 2 分，第二空 3 分）已知向量 $\vec{m}=\left(1,1\right)$，向量 $\vec{n}$ 与向量 $\vec{m}$ 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$，$\vec{m}\cdot\vec{n}=-1$，则向量 $\vec{n}=$_________；若向量 $\vec{n}$ 与向量 $\vec{q}=\left(1,0\right)$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$，向量 $\vec{p}=\left(\cos x,2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)\right)$，其中 $0<x<a$，当 $|n+p|\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ 时，实数 a 的取值范围为_________．

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．请将答案填写在答题卡相应的位置上．）

17.（本题满分 10 分）

已知在$\triangle ABC$中，AD是$\angle BAC$的平分线，且交BC于D.

（1）用正弦定理证明：$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{DC}$；

（2）若$\angle BAC=120^\circ$，$AB=2$，$AC=1$，求BD.

18.（本题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_4=4S_2$，$a_{2n}=2a_n+1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=3^{n-1}$，令$c_n=a_nb_n$，求数列$\{a_n\}$的前n项和T_n.

19.（本题满分 12 分）

天和核心舱是我国目前研制的最大航天器，同时也是我国空间站的重要组成部分. 为了能顺利的完成航天任务，挑选航天员的要求非常严格. 经过统计，在挑选航天员的过程中有一项必检的身体指标ξ服从正态分布$N(90,100)$，航天员在此项指标中的要求为$\xi\geq 110$. 某学校共有 2000 名学生. 为了宣传这一航天盛事，特意在本校举办了航天员的模拟选拔活动. 学生首先要进行上述指标的筛查，对于符合要求的学生再进行 4 个环节选拔，且仅在通过一个环节后，才能进行到下一个环节的选拔. 假设学生通过每个环节的概率均为$\dfrac{1}{4}$，且相互独立.

（1）设学生甲通过筛查后在后续的 4 个环节中参与的环节数量为X，请计算X的分布列与数学期望；

（2）请估计符合该项指标的学生人数（结果取整数）. 以该人数为参加航天员选拔活动的名额，请计算最终通过学校选拔的人数Y的期望值.

参考数值：$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2a)=0.9545$，$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3a)=0.9973$.

20.（本题满分 12 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$AP\perp DP$，$AE=1$，$AP=2$，$DP=2\sqrt{3}$，$CD=3$，$AB\,/\!/\,CD$，$AB\perp$平面PAD，点M满足$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AD}\left(0<\lambda<1\right)$.