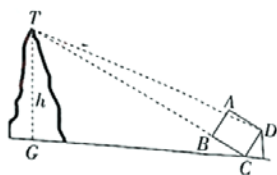
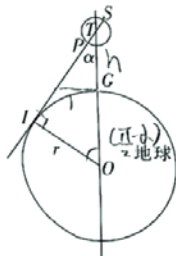


8. 天文计算的需要,促进了三角学和几何学的发展. 10 世纪的科学家比鲁尼的著作《马苏德规律》一书中记录了在三角学方面的一些创造性的工作. 比鲁尼给出了一种测量地球半径的方法:先用边长带有刻度的正方形 $ABCD$ 测得一座山高 $GT = h$ (如图①),再于山顶 T 处悬一直径为 SP 且可以转动的圆环(如图②),从山顶 T 处观测地平线上的一点 I ,测得 $\angle OTI = \alpha$. 由此可以算得地球的半径 $r =$



图①



图②

- A. $\frac{h \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$ B. $\frac{h \cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$ C. $\frac{h \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ D. $\frac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$
9. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比不等于 ± 1 的等比数列,若数列 $\{a_n\}, \{(-1)^n a_n\}, \{a_n^2\}$ 的前 2023 项的和分别为 $m, 8 - m, 20$, 则实数 m 的值
- A. 只有 1 个 B. 有 2 个 C. 无法确定 D. 不存在
10. 已知三棱锥 $S - ABC$ 中, $SC \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, 且 $AB = 2BC = 2SC$, D, E 分别为 SA, BC 的中点, 则异面直线 DE 与 AC 所成角的余弦值为
- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$
11. 已知函数 $f(x) = 2 \cos^2\left(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) - 5$ ($\omega > 0$), 若对任意的实数 $t, f(x)$ 在区间 $(t, t+6)$ 上的值域均为 $[-5, -3]$, 则 ω 的取值范围为
- A. $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{6}, +\infty\right)$
C. $\left(\frac{\pi}{3}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{\pi}{3}, +\infty\right)$
12. 已知函数 $f(x), g(x)$ 都是定义域为 \mathbf{R} 的函数, 函数 $g(x-1)$ 为奇函数, $f(x+3) = g(x)$, 对任意 $x_1, x_2 \in (-\infty, 2]$ 且 $x_1 \neq x_2$, 均有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$. 若实数 a, b 满足不等式 $f(a^2 - 2a) \leq -f(4 + 2b - b^2)$, 当 $a \in [1, 4]$ 时, $\frac{a-2b}{a+b}$ 的取值范围为
- A. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ B. $[-1, 3]$ C. $[-1, 4]$ D. $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 = 0, S_6 = S_3 + 6$, 则 $S_7 =$ _____.
14. 中国的“五岳”是指在中国境内的五座名山: 东岳泰山、西岳华山、南岳衡山、北岳恒山、中岳嵩山, 坐落于东、西、南、北、中五个方位. 郭靖同学决定利用今年寒假时间, 游览以下五座名山: 嵩山、泰山、华山、黄山、庐山, 若他首先游览黄山, 且属于“五岳”的名山游览顺序必须相邻, 则郭靖同学游览这五座名山的顺序共有 _____ 种(用数字作答).
15. 写出一个经过三点 $(-2, 0), (-4, 4), (0, 1)$ 中的两点且圆心在直线 $l: x + y = 0$ 上的圆的标准方程为 _____.
16. 已知点 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点, 过点 F 且斜率为 1 的直线交 C 于 A, B 两点, 若 $\vec{AF} = 3\vec{BF}$, 则 C 的离心率为 _____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sin A + \sin C = \sqrt{3} \sin A \sin C + \sin^2 B$.

(1) 证明: $A + C = 2B$;

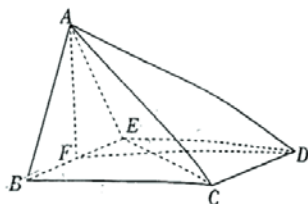
(2) 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 若 $S = \sqrt{3}b = 4\sqrt{3}$, 求 $a + c$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $A-BCDE$ 中, 底面 $BCDE$ 是平行四边形, $\angle BCD = 120^\circ$, $BC = 2BE = 4$, $AB = AE$, 点 F 为棱 BE 的中点, $AF \perp DE$.

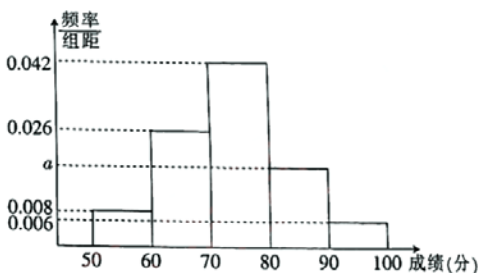
(1) 证明: $CE \perp$ 平面 ABF ;

(2) 若 $AB = 2$, 求直线 DF 与平面 ADE 所成角的正弦值.



19. (本小题满分 12 分)

2022 年 6 月 17 日, 我国第三艘航空母舰“中国人民解放军海军福建舰”下水试航, 这是我国完全自主设计建造的首艘弹射型航空母舰, 采用平直通长飞行甲板, 配置电磁弹射和阻拦装置, 满载排水量 8 万余吨. “福建舰”的建成、下水及试航, 是新时代中国强军建设的重要成果. 某校为纪念“福建舰”下水试航, 增强学生的国防意识, 组织了一次国防知识竞赛, 共有 100 名学生参赛, 成绩均在区间 $[50, 100]$ 上, 现将成绩制成如图所示频率分布直方图(每组均包括左端点, 最后一组包括右端点).



(1) 学校计划对成绩不低于平均分的参赛学生进行奖励, 若同一组中的数据用该组区间的中点值为代表, 试求受奖励的分数线的估计值;

(2) 知识竞赛试卷中有一类双项选择题, 每题有 5 个备选项, 其中有且仅有 2 项是正确的. 得分规则为: 所选选项中, 只要有错误选项, 得 0 分; 弃答得 1 分; 仅选 1 项且正确, 得 3 分; 选 2 项且正确得 6 分. 某学生对其中一道双项选择题能确定其中 1 个选项是错误的, 为使得分的期望最大, 该学生应该选择哪一个策略: ①弃答; ②从剩下 4 个选项中任选 1 个作答; ③从剩下 4 个选项中任选 2 个作答.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 过点 F 作一条直线交 C 于 R, S 两点, 线段 RS 长度的最小值为 $\sqrt{2}$, C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 斜率不为 0 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点, $P(2, 0)$, 且总存在实数 $\lambda \in \mathbf{R}$, 使得 $\overrightarrow{PF} = \lambda \left(\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|} + \frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|} \right)$, 问: l 是否过一定点? 若过定点, 求出该定点的坐标; 若不过定点, 试说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - a \ln(x+b)$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, e 是自然对数的底数.

(1) 若 $a=b=2$, 证明: $f(x) \geq 1 - 2 \ln 2$;

(2) 若 $b=1, a \geq 4$, 判断 $f(x)$ 的零点个数.

参考数据: $\ln 2 \approx 0.693, e \approx 2.718$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \varphi - \sin \varphi), \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \varphi + \sin \varphi), \end{cases} (\varphi \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点为极点, x 轴

的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) = 2$.

(1) 写出 l 的直角坐标方程和 C 的普通方程;

(2) 已知点 M 在 C 上, 求点 M 到 l 的距离的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x-3| + |x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 3$ 的解集 M ;


(2) 设 M 中的最小的数为 m , 正数 a, b 满足 $a+b=3m$, 求 $\frac{b^2+5}{a} + \frac{a^2}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线