四川省2023届名校联考高考仿真测试（五）
理科数学

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟.

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x>2x-1\}$. 集合 $B=\{x|\dfrac{2x-1}{x-2}\geqslant 0\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}B\cap A=$

A. $(-\infty,\dfrac{1}{2}]$　　B. $(\dfrac{1}{2},1)$　　C. $(1,2]$　　D. $(-\infty,1]$

2. 若复数 z_1,z_2 在复平面内对应的点关于虚轴对称，且 $z_1=3-\mathrm{i}$，则 $\dfrac{z_1}{z_2}=$

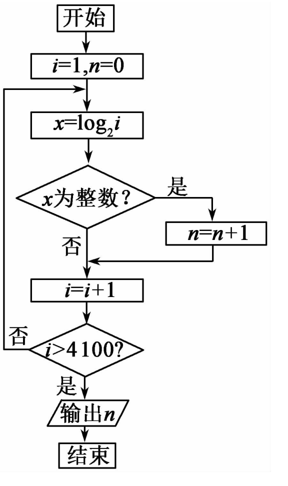
A. $-\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　　B. $-\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　　C. $-\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$　　D. $-\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x+x,(x<2)\\x^2+2a(x\geqslant 2)\end{cases}$，则“$a\leqslant -2$”是“$f(x)$有两个零点”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

4. 执行如图所示的程序框图，则输出 n 的值为



A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

5. 已知奇函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 对称，且在区间 $[0,\dfrac{\pi}{6}]$ 上单调，则 ω 的值是

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 2

6. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$PA=6$，$BC=3$，$\angle CAB=\dfrac{\pi}{6}$，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为

A. 72π　　B. 36π　　C. 108π　　D. 144π

7. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{m^2}+\dfrac{y^2}{16}=1(0<m<4)$，定点 $A(2,0)$，$B(6,0)$，有一动点 P 满足 $|PB|=\sqrt{3}|PA|$，若 P 点轨迹与椭圆 C 恰有 4 个不同的交点，则椭圆 C 的离心率的取值范围为

A. $(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$　　B. $(0,\dfrac{1}{2})$　　C. $(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1)$　　D. $(\dfrac{1}{2},1)$

8. 若$(2-x)^6=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\cdots+a_6(1+x)^6$，则 $a_4=$

A. 270　　B. 135　　C. -135　　D. -270

9. 下列结论正确的有

A. 若 $\ln a^2>\ln b^2$，则 $2^{|a|}>2^{|b|}$

B. 若$\dfrac{|a|}{a^2}>\dfrac{|b|}{b^2}$，则 $2^a<2^b$

C. 若 $b>a>e$，则 $a^b<b^a$

D. 若 $0<2a<b<3-a^2$，则 $\sin a\leqslant\sin\dfrac{b}{2}$

10. 已知动圆 Q 过点$(0,1)$，且与直线 l：$y=-1$ 相切，记动圆 Q 的圆心轨道为 Γ，过 l 上一动点 D 作曲线 Γ 的两条切线，切点分别为 A、B，直线 AB 与 y 轴相交于点 F，下列说法不正确的是

A. Γ 的方程为 $x^2=4y$

B. 直线 AB 过定点

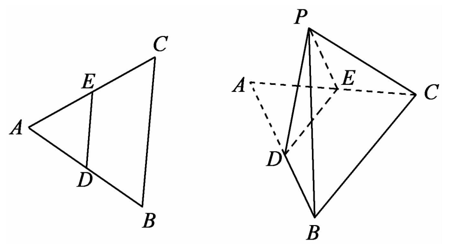
C. $\angle AOB$ 为钝角(O 为坐标原点)

D. 以 AB 为直径的圆与直线 $y=-1$ 相交

11. 已知函数 $y=\dfrac{x+1}{x-1}$与 $y=e^x$ 相交于 A，B 两点，与 $y=\ln x$ 相交于 C，D 两点，若 A，B，C，D 四点的横坐标分别为 x_1，x_2，x_3，x_4，且 $x_1<x_2$，$x_3<x_4$，则下列等式不成立的是

A. $x_1+x_2=0$　　B. $x_3x_4=1$　　C. $x_1\ln x_3=1$　　D. $x_4e^{x_1}=1$

12. 如图，已知$\triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形，D，E 分别是 AB，AC 的中点，将$\triangle ADE$ 沿着 DE 翻折，使点 A 到点 P 处，得到四棱锥 $P-BCED$，则下列命题错误的是



A. 翻折过程中，该四棱锥的体积有最大值为 3

B. 存在某个点 P 位置，满足平面 $PDE\perp$平面 PBC

C. 当 $PB\perp PC$ 时，直线 PB 与平面 $BCED$ 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

D. 当 $PB=\sqrt{10}$时，该四棱锥的五个顶点所在球的表面积为$\dfrac{52}{3}\pi$

第Ⅱ卷(非选择题，共 90 分)

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若 $\alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},0)$，且 $\sin\alpha=(2-\cos\alpha)\cdot\tan\dfrac{\alpha}{2}$，则 $\tan\alpha=$________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-2)$，$\boldsymbol{c}=(1,\lambda)$，若 $\boldsymbol{c}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，则 $\lambda=$________.

15. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 的右焦点为 F，过双曲线上一点 $P(x_0,y_0)(y_0\neq0)$的直线 $x_0x-2y_0y-4=0$ 与直线 $x=\sqrt{6}$相交于点 A，与直线 $x=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$相交于点 B，则$\dfrac{|AF|}{|BF|}=$________.

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+1,x<0\\ \ln(x+1),x\geqslant0\end{cases}$，若关于 x 的方程 $f(f(x))=a$ 恰有两个不相等的实数根 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，则$\dfrac{x_2+1}{x_1+2}$的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题

考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)

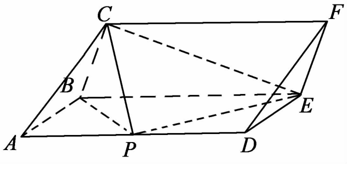
已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,$a_na_{n+1}=\dfrac{3a_{n+1}-a_n}{a_{n+1}-3a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求证:数列$\left\{a_n+\dfrac{1}{a_n}\right\}$为等比数列;

(2)设 $b_n=a_n^2+\dfrac{1}{a_n^2}$,记数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 S_n,求使得$\dfrac{S_n}{2}\in\mathbf{Z}$的正整数 n 的最小值.

18.(本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-DEF$ 中,$AD=2AB=4$,$\angle BAD=\dfrac{\pi}{3}$,$P$ 为 AD 的中点,$\triangle BCP$ 为等边三角形,直线 AC 与平面 $ABED$ 所成角大小为$\dfrac{\pi}{4}$.



(1)求证:$PE\perp$平面 BCP;

(2)求平面 ECP 与平面 CDP 夹角的余弦值.

19.(本小题满分 12 分)

2022 年 11 月 21 日,第 22 届世界杯在卡塔尔开幕.小组赛阶段,已知某小组有甲、乙、丙、丁四支球队,这四支球队之间进行单循环比赛(每支球队均与另外三支球队进行一场比赛);每场比赛胜者积 3 分,负者积 0 分;若出现平局,则比赛双方各积 1 分.若每场比赛中,一支球队胜对手或负对手的概率均为$\dfrac{1}{4}$,出现平局的概率为$\dfrac{1}{2}$.

(1)求甲队在参加两场比赛后积分 X 的分布列与数学期望;

(2)小组赛结束后,求四支球队积分均相同的概率.

20.(本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的准线与 x 轴的交点为 H,直线过抛物线 C 的焦点 F 且与 C 交于 A,B 两点,$\triangle HAB$ 的面积的最小值为 4.

(1)求抛物线 C 的方程;

(2)若过点 $Q(\frac{17}{4},1)$ 的动直线 l 交 C 于 M,N 两点,试问抛物线 C 上是否存在定点 E,使得对任意的直线 l,都有 $EM\perp EN$,若存在,求出点 E 的坐标;若不存在,则说明理由.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^{x+1}-m\sqrt{x}+n\sin x$,$m,n\in\mathbf{R}$.

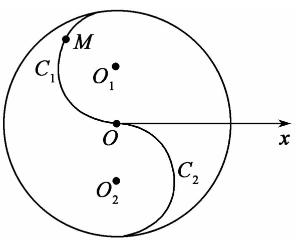
(1)若 $n=0$,讨论 $f(x)$ 的零点个数;

(2)若函数 $f(x)$ 有零点,证明:$m^2+n^2>e^3$.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[**选修 4—4:坐标系与参数方程**](10 分)

如图,在极坐标系 Ox 中,圆 O 的半径为 2,半径均为 1 的两个半圆弧 C_1,C_2 所在圆的圆心分别为 $O_1(1,\frac{\pi}{2})$,$O_2(1,\frac{3\pi}{2})$,M 是半圆弧 C_1 上的一个动点.



(1)当 $\angle MOO_1=\frac{\pi}{6}$ 时,求点 M 的极坐标;

(2)以 O 为坐标原点,极轴 Ox 为 x 轴正半轴,$\overrightarrow{OO_1}$ 的方向为 y 轴正方向建立平面直角坐标系. 若点 N 为线段 MO_2 的中点,求点 N 的轨迹方程.

23.[**选修 4—5:不等式选讲**](10 分)

设函数 $f(x)=|x+5|+2|x+2|$ 的最小值为 t.

(1)求 t 的值;

(2)若 a,b,c 为正实数,且 $\frac{1}{ta}+\frac{1}{2tb}+\frac{1}{3tc}=\frac{2}{3}$,求证:$\frac{a}{9}+\frac{2b}{9}+\frac{c}{3}\geq\frac{1}{2}$.