绝密★启用前

张家口市2023年高三年级第二次模拟考试

数学试题

班级__________ 姓名__________

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、班级和考号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid(x-2)(4-x)>0\}$，$B=\left\{x\left|\frac{1}{3-x}>0\right.\right\}$，则 $(\complement_{R}A)\cup(\complement_{R}B)=$

A. $(2,3)$　　B. $[3,4]$

C. $(-\infty,2]\cup[3,+\infty)$　　D. $(-\infty,3]\cup[4,+\infty)$

2. 已知复数 z 在复平面上对应的点为 $(1,-1)$，则 $\left(\frac{1+i}{z}\right)^{3}=$

A. 1　　B. -1　　C. i　　D. $-i$

3. 已知点 $P(x_0,y_0)$ 为圆 $C:x^2+y^2=2$ 上的动点，则直线 $l:x_0x-y_0y=2$ 与圆 C 的位置关系为

A. 相交　　B. 相离　　C. 相切　　D. 相切或相交

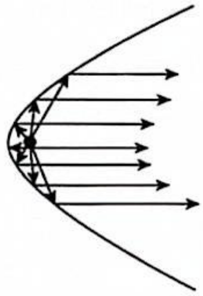
4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\left(\frac{3x}{2},\frac{1}{2}\right)$，$\boldsymbol{b}=(-1,x)$，若 $|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=4\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2$，则实数 x 的值为

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. $\frac{1}{2}$

5. 2021年5月15日，中国首次火星探测任务天问一号探测器在火星成功着陆. 截至目前，祝融号火星车在火星上留下1 900多米的"中国脚印"，期待在2050年实现载人登陆火星. 已知所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，且所有行星轨道的半长轴的三次方与它的公转周期的二次方的比值都相等. 若火星与地球的公转周期之比约为9∶5，则地球运行轨道的半长轴与火星运行轨道的半长轴的比值约为

A. $\sqrt[3]{\frac{25}{81}}$　　B. $\sqrt[3]{\frac{81}{25}}$　　C. $\sqrt[3]{\frac{5}{9}}$　　D. $\sqrt[3]{\frac{9}{5}}$

6. 探照灯、汽车前灯的反光曲面、手电筒的反光镜面、太阳灶的镜面等都是抛物镜面. 灯泡放在抛物线的焦点位置,通过镜面反射就变成了平行光束,如图所示,这就是探照灯、汽车前灯、手电筒的设计原理. 已知某型号探照灯反射镜的纵断面是抛物线的一部分,光源位于抛物线的焦点处,灯口直径是 80 cm,灯深 40 cm,则光源到反射镜顶点的距离为



A. 20 cm　　B. 10 cm　　C. 30 cm　　D. 40 cm

7. 欧拉函数 $\varphi(n)(n\in\mathbf{N}^*)$ 的函数值等于所有不超过正整数 n,且与 n 互质的正整数的个数,例如:$\varphi(1)=1$,$\varphi(3)=2$. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=\varphi(2^n)$,其前 n 项和为 S_n,则 $S_{10}=$

A. 1 024　　B. 2 048　　C. 1 023　　D. 2 047

8. 已知函数 $f(x)=\sqrt{2\ln(x+1)+x-m}$,若曲线 $y=\cos x$ 上存在点 (x_0,y_0) 使得 $f(f(y_0))=y_0$,则实数 m 的取值范围是

A. $(-\infty,\ln 2]$　　B. $[-1,\ln 2]$　　C. $(-\infty,2\ln 2]$　　D. $[0,2\ln 2]$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 中央广播电视总台《2023 年春节联欢晚会》以温暖人心的精品节目、亮点满满的技术创新、美轮美奂的舞美效果为全球华人送上了一道红红火火的文化大餐. 某机构随机调查了 18 位观众对 2023 年春晚节目的满意度评分情况,得到如下数据:a,60,70,70,72,73,74,74,75,76,77,79,80,83,85,87,93,100. 若 a 恰好是这组数据的上四分位数,则 a 的值可能为

A. 83　　B. 84　　C. 85　　D. 87

10. 将函数 $f(x)=-2\sin^2\left(x-\frac{\varphi}{2}\right)+\frac{3}{2}\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度,得到函数 $y=g(x)$ 的图象,若 $g(x)-g(-x)=0$ 恒成立,则

A. 函数 $g(x)$ 的最小正周期为 2π

B. 函数 $g(x)$ 的图象的对称中心为 $\left(\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},\frac{1}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$

C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ 上的最小值为 1,最大值为 $\frac{3}{2}$

D. 函数 $f(x)$ 的极小值点为 $x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$

11. 已知在棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,点 P 为下底面 $ABCD$ 上的动点,则

A. 当 P 在对角线 BD 上运动时,三棱锥 $A\text{-}PB_1D_1$ 的体积为定值

B. 当 P 在对角线 BD 上运动时,异面直线 D_1P 与 B_1C 所成角可以取到 $\frac{\pi}{3}$

C. 当 P 在对角线 BD 上运动时,直线 D_1P 与平面 A_1BD 所成角可以取到 $\frac{\pi}{3}$

D. 若点 P 到棱 AA_1 的距离是到平面 BCC_1B_1 的距离的两倍,则点 P 的轨迹为椭圆的一部分

12. 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义，若 $\forall \varepsilon>0$，$\exists \delta>0$，使得对于在区间 I 上的任意 x_1, x_2，当 $|x_1-x_2|<\delta$ 时，恒有 $|f(x_1)-f(x_2)|<\varepsilon$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上一致连续. 也就是说，若函数 $f(x)$ 在区间 I 上一致连续，对于区间 I 内任意 x_1, x_2，只要 x_1, x_2 充分接近，那么 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 也能够充分接近，则下列结论正确的是

A. 函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上一致连续

B. 函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上一致连续

C. 函数 $f(x)=\sin x$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上一致连续

D. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上一致连续

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^n$ $(n\in\mathbf{N})$ 的展开式的各二项式系数的和为 64，则常数项为________.（用数字作答）

14. 函数 $f(x)=2^{\sqrt{x^2-4x+4}}+\sqrt{x^2-2x}$ 的最小值为________.

15. 已知抛物线 $y=x^2-ax-3(a\in\mathbf{R})$ 与 x 轴的交点分别为 A，B，点 C 的坐标为 $(0,-3)$，若过 A，B，C 三点的圆与 y 轴的另一个交点为 $D(0,b)$，则 $b=$________.

16. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过点 $P(2\sqrt{a^2-b^2},0)$ 作直线 l 交椭圆 C 于 M，N 两点，若 $\overrightarrow{PM}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{NM}$，$|\overrightarrow{F_2M}|=2|\overrightarrow{F_2N}|$，则椭圆 C 的离心率为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=1$，S_n 为其前 n 项和，且 $na_{n+1}=2S_n+2(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求证：$T_n<\dfrac{3}{8}$.

18.（本小题满分 12 分）

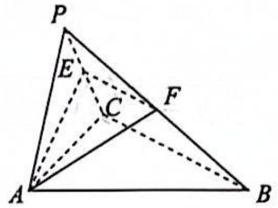
在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $\tan A+\tan B+\tan C=\sqrt{3}\tan B\tan C$.

(1) 求 A；

(2) 若不等式 $b(c-b)\leqslant\lambda a^2$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱锥 P-ABC 中，侧面 PAC 是边长为 2 的正三角形，$BC=4$，$AB=2\sqrt{5}$，E，F 分别为 PC，PB 的中点，平面 AEF 与底面 ABC 的交线为 l.



(1)证明：l//平面 PBC.

(2)若三棱锥 P-ABC 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$，试问在直线 l 上是否存在点 Q，使得直线 PQ 与平面 AEF 所成角为 α，异面直线 PQ，EF 所成角为 β，且满足 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$？若存在，求出线段 AQ 的长度；若不存在，请说明理由.

20.（本小题满分 12 分）

已知甲盒中装有大小质地完全相同的 3 个白球、2 个红球，乙盒中装有大小质地完全相同的 4 个白球、1 个红球.

(1)从甲、乙两盒中各任取两个球，记取出的球中红球的个数为随机变量 X，求 X 的分布列和数学期望；

(2)先从甲盒中任取两个球放入乙盒，再从乙盒中任取两个球，求从乙盒中取出两个白球的概率.

21.（本小题满分 12 分）

已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线为 $y=\sqrt{3}x$，右焦点为 $F(2,0)$.

(1)求双曲线 C 的方程；

(2)若过点 F 作直线 l 交双曲线 C 的右支于 P，Q 两点，点 M 满足 $\overrightarrow{FP}=\overrightarrow{QM}$，求证：存在两个定点 E_1，E_2，使得$|ME_1|-|ME_2|$为定值，并求出这个定值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=-x^2+x-a\ln x(a\in\mathbf{R})$.

(1)若函数 $f(x)$为其定义域上的单调函数，求实数 a 的取值范围；

(2)若函数 $f(x)$的极值点为 x_1，$x_2(x_1\neq x_2)$，求证：$|f(x_1)-f(x_2)|<\frac{x_1+x_2}{2}-2a$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。