

巴中市普通高中 2020 级 “一诊” 考试

数学 (理科)

(满分 150 分 120 分钟完卷)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、班级、考号填写在答题卡规定的位置.
2. 答选择题时请使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 非选择题答题时必须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔, 将答案书写在答题卡规定的位置, 在规定的答题区域以外答题无效, 在试题卷上答题无效.
3. 考试结束后, 考生将答题卡交回.

一、选择题: 本大题共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | x = 2n - 1, n \in A\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{-1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 1\}$
2. 设复数 z 满足 $z(1+i) = 2$, 则 $|\bar{z}| = (\quad)$
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
3. 若一组样本数据 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 的期望和方差分别为 2, 0.04, 则数据 $5y_1 + 1, 5y_2 + 1, 5y_3 + 1, \dots, 5y_n + 1$ 的期望和方差分别为 $(\quad)$
A. 3, 1 B. 11, 1 C. 3, 0.2 D. 11, 0.2
4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_7 + a_{10} = a_{11} + 3$, 则 $S_{11} = (\quad)$
A. 33 B. 66 C. 22 D. 44
5. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的渐近线为 $y = \pm 2x$, 则双曲线的离心率为 $(\quad)$.
A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $2\sqrt{3}$
6. 已知 a, b 是两条不同直线, 若 $a \parallel$ 平面 β , 则 “ $a \parallel b$ ” 是 “ $b \parallel \beta$ ” 的 $(\quad)$
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 已知函数 $f(x) = x(a + \frac{2}{1+2^x})$ 为偶函数, 则 $a = (\quad)$.
A. -1 B. -2 C. 2 D. 1
8. 已知 $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = 2$, 则 $\tan \theta = (\quad)$
A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x - (a+4)x + 5, & x < 2, \\ (2a-3)x, & x \geq 2 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围为 $(\quad)$
A. $(0, \frac{3}{2})$ B. $[0, \frac{3}{2})$ C. $(0, \frac{7}{6}]$ D. $[0, \frac{7}{6}]$

数学 (理科) · 第 1 页 (共 4 页)



10. 随机掷两枚质地均匀的骰子，它们向上的点数之和除以4，余数分别为0, 1, 2, 3，所对应的概率分别为 P_0, P_1, P_2, P_3 ，则 ()

A. $P_1 < P_0 = P_2 < P_3$
B. $P_0 < P_1 = P_3 < P_2$
C. $P_2 < P_1 = P_0 < P_3$
D. $P_1 < P_2 = P_3 < P_0$

11. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $2\cos^2 A - \cos A = 2\cos^2 B + 2\cos^2 C - 2 + \cos(B - C)$ ，则 $A =$ ()

A. $\frac{\pi}{6}$
B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{2\pi}{3}$
D. $\frac{5\pi}{6}$

12. 若 $a = 1.1 \ln 1.1$, $b = 0.1e^{0.1}$, $c = \frac{1}{9}$ ，则 a, b, c 的大小关系为 ()

A. $a < b < c$
B. $c < a < b$
C. $b < a < c$
D. $a < c < b$

二、填空题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分。

13. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线方程为_____

14. $(x - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项是_____

15. 已知长方体的表面积为22，过一个顶点的三条棱长之和为6，则该长方体外接球的表面积为_____

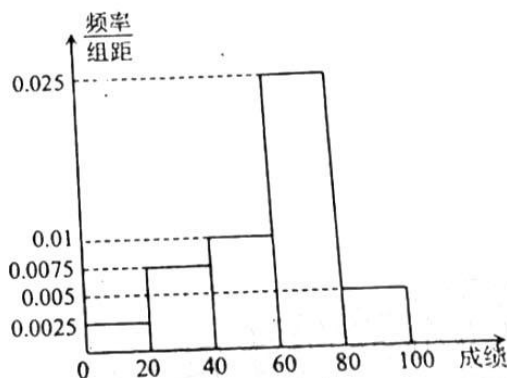
16. 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 为单位向量，若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, $(\vec{c} + 2\vec{a}) \cdot (\vec{c} + 2\vec{b}) = -1$ ，则 $(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (\vec{c} - \vec{b})$ 的取值范围为_____

三、解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。17—21题为必考题，每个试题考生都要作答。22、23为选考题，考生按要求作答。

(一) 必考题：共60分

17. (本小题满分12分)

某中学为了解高中数学学习中抽象思维与性别的关系，随机抽取了男生120人，女生80人进行测试。根据测试成绩按 $[0, 20)$, $[20, 40)$, $[40, 60)$, $[60, 80)$, $[80, 100]$ 分组得到右图所示的频率分布直方图，并且男生的测试成绩不小于60分的有80人。



(1) 填写下面的 2×2 列联表，判断是否有95%的把握认为高中数学学习中抽象思维与性别有关；

	成绩小于60	成绩不小于60	合计
男			
女			
合计			

(2) 规定成绩不小于60(百分制)为及格，按及格和不及格用分层抽样，随机抽取10名学生进行座谈，再在这10名学生中选2名学生发言，设及格学生发言的人数为 X ，求 X 的分布列和期望。

21.

附:

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

18. (本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$.

(1) 证明: 数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列;

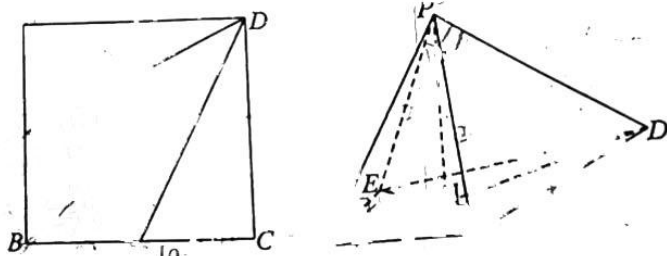
(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n}$, $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$, 证明: $S_n < 2$.

19. (本小题满分12分)

如图, 正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, 将 $\triangle AED, \triangle DCF$ 分别沿 DE, DF 折起, 使 A, C 两点重合于点 P , 过 P 作 $PH \perp BD$, 垂足为 H .

(1) 证明: $PH \perp$ 平面 $BFDE$;

(2) 求 PB 与平面 PED 所成角的正弦值.



20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 左顶点为 D , 离心率为 $\frac{1}{2}$, 经过 F_1 的直线交椭圆于 A, B 两点, $\triangle F_2AB$ 的周长为 8.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过直线 $x=4$ 上一点 P 作椭圆 C 的两条切线, 切点分别为 M, N , 求 $S_{\triangle DMN}$ 的最大值.

说明: 若点 (x_0, y_0) 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上, 则椭圆 C 在点 (x_0, y_0) 处的切线方程为 $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$.



21. (本小题满分12分)

设函数 $f(x) = e^x - bx - 2b$, $g(x) = ax^2 - x - 1$ ($a < 0$).

(1) 当 $b = 0$ 时, 设 $h(x) = g(x)f(x)$, 求函数 $h(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 , 证明 $f'(\frac{x_1 + x_2}{2}) < 0$.

(二) 选考题, 共10分, 请考生在22, 23题中任选一题作答, 如果多做, 按第一题记分.

22. [选修4—4, 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ (t 为参数), 以 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta + 2\sin\theta$.

(1) 求 l 的普通方程和 C 的直角坐标方程;

(2) 设 $P(1, 1)$, 直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. [选修4—5, 不等式选讲] (10分)

设函数 $f(x) = |x+1| + |x+3|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集;

(2) 若 $a > 0, b > 0$, 且 $f(a) + f(b) = 12$, 求 $\frac{1}{a}(b + \frac{4}{b})$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线