

绝密★考试结束前

2022 学年第二学期期中杭州地区(含周边)重点中学

高一年级数学学科试题

命题: 永嘉中学 李艳丹、倪阿亮、金传快 审校: 淳安中学 王金玉 审核: 严州中学 刘景红

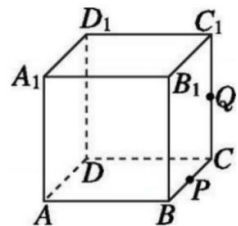
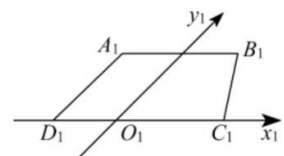
考生须知:

1. 本卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟;
2. 答题前, 在答题卷密封区内填写班级、考试号和姓名;
3. 所有答案必须写在答题卷上, 写在试卷上无效;
4. 考试结束后, 只需上交答题卷。

第 I 卷

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 $\vec{a} = (2, -1), \vec{b} = (x, 1)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 x 等于
A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
2. 设复数 $z = -1 - i$ (i 为虚数单位), 则 $2 - z$ 的模等于
A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $\sqrt{10}$ D. 10
3. 已知 $\triangle ABC$ 中, $a:b:c = 1:\sqrt{3}:2$, 则 $\angle A:\angle B:\angle C$ 等于
A. 1:2:3 B. 2:3:1 C. 1:3:2 D. 3:1:2
4. 直径为 6 cm 的一个大金属球, 熔化后铸成若干个直径为 2 cm 的小球, 如果不计损耗, 可铸成这样的小球的个数为
A. 3 B. 6 C. 9 D. 27
5. 如图, 梯形 $A_1B_1C_1D_1$ 是一水平放置的平面图形 $ABCD$ 在斜二测画法下的直观图. 若 A_1D_1 平行于 y_1 轴, $A_1B_1 \parallel C_1D_1$, $A_1B_1 = \frac{3}{4}C_1D_1 = 3$, $A_1D_1 = 1$, 则平面图形 $ABCD$ 的面积是
A. 14 B. 7 C. $7\sqrt{2}$ D. $14\sqrt{2}$
6. 设 $a = \log_3 7$, $b = 2^{1.1}$, $c = 0.8^{3.1}$, 则
A. $b < a < c$ B. $c < a < b$ C. $c < b < a$ D. $a < c < b$
7. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 6, P 为 BC 的中点, Q 为 CC_1 的中点, 过点 A_1, P, Q 的平面截正方体所得的截面的面积 $S =$
A. $\frac{21\sqrt{15}}{2}$ B. $\frac{21\sqrt{17}}{2}$ C. $\frac{81\sqrt{2}}{4} + 9\sqrt{6}$ D. $\frac{27\sqrt{2}}{4} + 9\sqrt{6}$



8. 已知非零向量 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$, 满足 $|\vec{OA}|=4, |\vec{OB}|=2|\vec{OC}|$, 且 $3 + \vec{OA} \cdot \vec{OC} + \vec{OC} \cdot \vec{OB} = |\vec{OC}|^2 + \vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 则 $|\vec{AB}|$ 的最小值为

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B. 3 C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D. 1

二、**选择题**: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 下列说法中, 正确的有

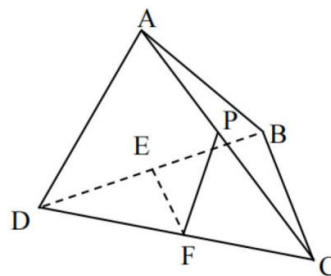
- A. 复数 z_1, z_2 满足 $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$;
 B. “ θ 为钝角”是“复数 $z = \cos\theta + i\sin\theta$ 在复平面内对应的点在第二象限”的充要条件;
 C. 已知复数 z_1, z_2 , “ z_1, z_2 的虚部相等”是“ $z_1 = z_2$ ”的必要条件
 D. 在复数范围内, 若 $2i - 3$ 是关于 x 的实系数方程 $2x^2 + px + q = 0$ 的一根, 则该方程的另一根是 $2i + 3$

10. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 下列四个命题中正确的是

- A. 若 $\cos A < \sin B$, 则 $\triangle ABC$ 一定是钝角三角形
 B. 若 $a^2 - b^2 < c^2$, 则 $\triangle ABC$ 一定是锐角三角形
 C. 若 $b\cos C + c\cos B = b$, 则 $\triangle ABC$ 一定是等腰三角形
 D. 若 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$, 则 $\triangle ABC$ 一定是等边三角形

11. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = AC = DB = DC = 3$, $AD = BC = 2$, E, F 分别是 BD, CD 的中点, P 是棱 AC 上 (除端点外) 的动点, 下列选项正确的是

- A. 直线 PF 与 AB 是异面直线;
 B. 当 $AP = 2PC$ 时, 三棱锥 $P-ABD$ 体积为 $\frac{2\sqrt{7}}{9}$;
 C. $PD + PB$ 的最小值为 $\sqrt{17}$;
 D. 三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积 11π .



12. 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(x) \neq 0, f(1) = \frac{1}{4}, f\left(\frac{s+t}{2}\right)f\left(\frac{s-t}{2}\right) = \frac{1}{4}(f(s)+f(t)), s, t \in \mathbb{R}$ 则下列判断正确的是

- A. $f(x)$ 为奇函数 B. $f(x)$ 是周期函数且最小正周期为 6
 C. $f(100) = \frac{1}{4}$ D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 3$ 对称

第 II 卷

三、**填空题**: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若向量 $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \vec{b} = (-1, \sqrt{3})$, 则 \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影向量坐标为 \blacktriangle .

14. 已知集合 $A = \{x | y = \ln(2x^2 - x - 6)\}$, $B = \{x | 9^{x+m} - 27 > 0\}$, 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 则实数 m 的取值范围为 \blacktriangle .

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $B = 30^\circ$, $AD = 2$, $CD = 2BD$, 若 BC 边上的高与 AB 边上的高之比为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $b = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

16. 已知 $2a - b = 2$, ($a, b \in R$) 则 $(4a^2 - 1)(1 - b^2)$ 的最大值为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知复数 z 满足 $(1 + 3i)\bar{z} = 5 + 5i$.

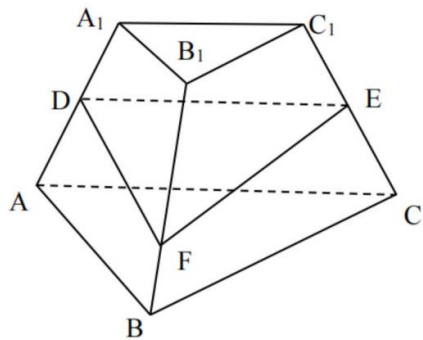
(1) 求 $z - \bar{z}$;

(2) 求 $\left(\frac{z}{2z-3}\right)^{2023}$.

18. (12 分) 正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1 = 3A_1B_1 = 3$.

(1) 求三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的表面积;

(2) D, E 分别是 AA_1, CC_1 的中点, F 为 BB_1 上一点, 且 $B_1F = 2FB$, 几何体 $A_1B_1C_1DFE$ 的体积记为 V_1 , 几何体 $ABCDFE$ 的体积记为 V_2 , 求 $\frac{V_1}{V_2}$ 的值.

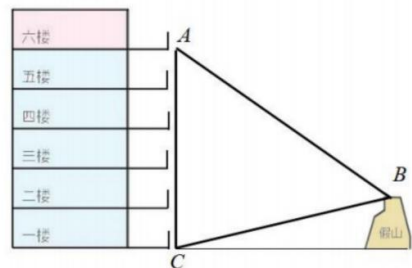


19. (12 分) 如图所示, 有两个兴趣小组同时测量一个小区内的假山高度, 已知该小区每层楼高 $4m$.

(1) 兴趣小组 1 借助测角仪进行测量, 在假山水平面 C 点测得 B 点的仰角为 15° , 在六楼 A 点处测得 B 点的俯角为 45° , 求假山的高度 (精确到 0.1);

(2) 兴趣小组 2 借助测距仪进行测量, 可测得 $AB = 22m$, $BC = 16m$, 求假山的高度 (精确到 0.1).

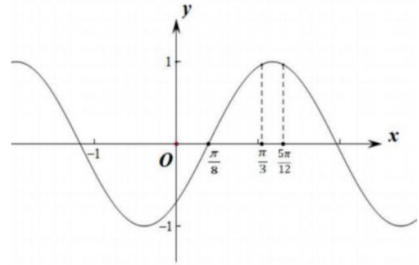
附: $\sqrt{3} \approx 1.732$.



20. (12分) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, 其中 $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$, 且 $f(\frac{\pi}{3}) = f(\frac{5\pi}{12})$,

$$f(\frac{\pi}{8}) = 0.$$

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
(2) 若 $\tan \alpha = 2$, 求 $f(\alpha)$ 的值.



21. (12分) 在① $b \sin B \sin C + c \cos A = c \cos^2 B$, ② $\frac{\sin(\frac{C+B}{2})}{\cos B} = \frac{\sin A}{\cos(\frac{C-B}{2})}$ 这两个条件中任选一个,

补充在下面问题中, 并作答.

问题: 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

- (1) 证明: $A = 2B$;
(2) 若 $\frac{ac}{b+c} = 1$, 求 c 的取值范围.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \lambda(x^3 - 4x^2 + 5x - 5) + x^2 - x + 3$,

$$g(x) = \lambda(-x^3 - x - 3) + x^3 - x^2 + 2x - 1 \quad \lambda \in R.$$

- (1) 当 $\lambda = 0$ 时, 解不等式 $f(x) + g(x) \geq 2(x+1)$;
(2) 记 $\max\{x, y\}$ 表示实数 x, y 中的较大者. 任意的 $\lambda \in (0, 1)$, 是否有 $\max\{|f(x)|, |g(x)|\} > \frac{10}{7}$ 恒成立? 若是, 请证明; 否则, 请说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线浙江**官方微信号：[zjgkjzb](https://www.zjgkjzb.com)。



微信搜一搜

浙考家长帮

