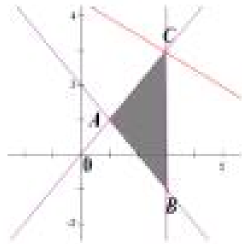
皖江名校联盟 2022 届高三第四次联考
文科数学

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	C	D	C	B	A	A	C	D	B	B

1.【解析】$A=(0,e), B=[-1,2), \complement_R B=\{x\,|\,x<-1,或x\ge 2\}$，$A\cap(\complement_R B)=[2,e)$.

2.【解析】$z=\dfrac{3+4i}{2-i}=\dfrac{2+11i}{5}$，所以$|z|=\sqrt{\dfrac{4}{25}+\dfrac{121}{25}}=\sqrt{5}$.或者根据复数模的性质.

$|z|=|\dfrac{3+4i}{2-i}|=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$.

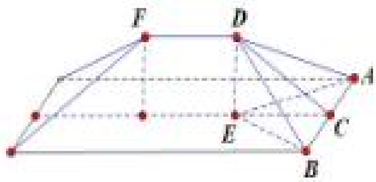


3.【解析】$S_7=7a_4=28\Rightarrow a_4=4$，故$a_2=3$，得$a_6=2a_4-a_2=5$.

4.【解析】如图，画出可行域，$z=4x+y$表示斜率为-4的一组平行线，当过点$C(3,3)$时，目标函数取得最大值$z_{max}=4\times3+3=15$.

5.【解析】在$\triangle ABC$中，$\cos A>\cos B\Leftrightarrow A<B\Leftrightarrow a<b\Leftrightarrow \sin A<\sin B$.

6.【解析】如图，不妨设$DE=1, AC=BC=CE=2$，



可得斜脊$AD=\sqrt{1+4+4}=3$，因为矩形宽$AB=4$，

所以长为8，这样正脊$DF=8-2\times2=4$，所以正脊与斜脊长度的比值为$4:3$即$\dfrac{4}{3}$.

7.【解析】因为$2\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{5}\sin(\alpha+\phi)=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，其中$\tan\phi=\dfrac{1}{2}$，

得$\sin(\alpha+\phi)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\alpha+\phi=2k\pi+\dfrac{\pi}{4}$或者$2k\pi+\dfrac{3\pi}{4}$，$k\in Z$.

则$\tan\alpha=\tan(\dfrac{\pi}{4}-\phi)=\dfrac{1-\dfrac{1}{2}}{1+1\times\dfrac{1}{2}}=\dfrac{1}{3}$或者$\tan\alpha=\tan(\dfrac{3\pi}{4}-\phi)=\dfrac{-1-\dfrac{1}{2}}{1-1\times\dfrac{1}{2}}=-3$.

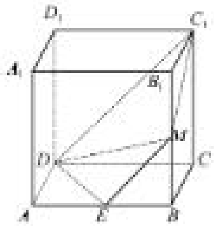
所以$\tan2\alpha=\dfrac{2\times\dfrac{1}{3}}{1-\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}}=\dfrac{3}{4}$或者$\tan2\alpha=\dfrac{2\times(-3)}{1-(-3)\times(-3)}=\dfrac{3}{4}$，故选A.

方法2：$2\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，两边平方得$\dfrac{4\sin^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\dfrac{10}{4}$.

因此$\dfrac{4\tan^2\alpha+4\tan\alpha+1}{\tan^2\alpha+1}=\dfrac{5}{2}$，可得$\tan\alpha=\dfrac{1}{3}$或者$\tan\alpha=-3$，后同解法1.

8.【解析】由题设 $f(2+x)+f(2-x)=0$，令 $x=0$ 得 $f(2)=4a+2b=0$；
$f(1+x)=f(1-x)$，令 $x=1$ 得 $f(0)=f(2)=0$。所以 $f(-1)=f(3)=-f(1)=-a-b$；
解方程组 $\begin{cases}4a+2b=0\\-a-b=1\end{cases}$ 得 $\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$，因此 $f(\frac{7}{2})=-f(\frac{1}{2})=-f(\frac{3}{2})=-[(\frac{3}{2})^2-2\times\frac{3}{2}]=\frac{3}{4}$.

9.【解析】如图，截面是等腰梯形 C_1MED，E 是 AB 的中点。



较小部分是三棱台 $BEM-CDC_1$，上底 $S_1=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，
下底 $S_2=\frac{1}{2}\times4\times4=8$。所以 $V=\frac{1}{3}(2+8+\sqrt{2\times8})\times4=\frac{56}{3}$.
方法 2：较小部分可看成四棱锥 $M-BCDE$ 和三棱锥 $M-CC_1D$ 的组合，
$V=\frac{1}{3}\times(\frac{2+4}{2}\times4)\times2+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times4\times4)\times4=\frac{56}{3}$.

10.【解析】因为 $f(a)=0$ 是极小值，所以在 $x=a$ 附近函数值都是正数，$a(a-b)>0$
因此 $a^2>ab$.

11.【解析】设 $CD=x, BD=3x, \angle ADB=\theta$，由余弦定理可得
$b^2=9+x^2+6x\cos\theta, c^2=9+9x^2-18x\cos\theta$，消去 $\cos\theta$ 得 $3b^2+c^2=36+12x^2$，
又 $b^2+c^2-bc=16x^2$，联立消去 x 得 $144=9b^2+c^2+3bc\ge6bc+3bc=9bc$
所以 $bc\le16$，因此 $S=\frac{1}{2}bc\sin\frac{\pi}{3}\le\frac{1}{2}\times16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$.
方法 2：$\overline{AD}=\frac{1}{4}\overline{AB}+\frac{3}{4}\overline{AC}$，所以 $\overline{AD}^2=\frac{1}{16}\overline{AB}^2+\frac{9}{16}\overline{AC}^2+\frac{3}{8}\overline{AB}\cdot\overline{AC}$
因此 $9=\frac{1}{16}c^2+\frac{9}{16}b^2+\frac{3}{16}bc\ge2\times\frac{3}{16}bc+\frac{3}{16}bc=\frac{9}{16}bc$，得 $bc\le16$，后同解法 1.

12.【解析】(1) 当 $a=\frac{e}{2}$ 时 $f'(x)=e^x-ex\ge0$，$f(x)$ 没有极值点，结论（1）错误；
(2) 考虑函数 $g(x)=\frac{e^x}{x^2}$，$g'(x)=\frac{e^x(x-2)}{x^3}$，$g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,2)$ 单调递减，
在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，唯一的极小值 $f(2)=\frac{e^2}{4}$。结合图像可知 $a=\frac{e^2}{4}$ 时 $f(x)$ 只有 2 个零点
（$x_1=2, x_2<0$），结论（2）错误。(3) $a=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 的唯一零点 x_0 是负数，
注意 $g(-1)=\frac{1}{e}<\frac{1}{2}, g(-\frac{1}{2})=\frac{4}{\sqrt{e}}>\frac{1}{2}$，所以结论（3）正确.

13.【答案】2【解析】$a=\log_5 10, b=\log_4 10$，得 $\frac{1}{a}=\lg5, \frac{1}{b}=\lg4=2\lg2$，所以
$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=2\lg5+2\lg2=2$

14.【答案】2【解析】$\overline{OA}$ 绕原点逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 得到 $\overline{OA'}=(-1,\sqrt{3})$，所以 $\overline{OB}=(2,-2\sqrt{3})$，
直线 AB 方程是 $x=2$，$\overline{OC}$ 在 $\overline{OA}$ 方向上的投影就是 $|OA|=2$.

15. 【答案】$\frac{1}{4}$ 【解析】$2=x+\frac{1}{4y}\ge 2\sqrt{\frac{x}{4y}}=\sqrt{\frac{x}{y}}\Rightarrow\frac{x}{y}\le 4\Rightarrow\frac{y}{x}\ge\frac{1}{4}$

16. 【答案】$(-\frac{4\pi}{3},-\frac{2\pi}{3}]\cup[\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{6})$

【解析】当$\omega>0$时，$\omega x+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},2\omega+\frac{\pi}{6}]$，所以$\frac{5\pi}{6}\le 2\omega+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{2}$，得$\frac{\pi}{3}\le\omega<\frac{7\pi}{6}$，

当$\omega<0$时，$\omega x+\frac{\pi}{6}\in[2\omega+\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6})$，所以$-\frac{5\pi}{2}\le 2\omega+\frac{\pi}{6}<-\frac{7\pi}{6}$，得$-\frac{4\pi}{3}<\omega\le-\frac{\pi}{3}$.

17. 【解析】(1)

$$\cos 2B-\sin(B-\frac{\pi}{2})=\cos 2B+\cos B=2\cos^2 B-1+\cos B=0$$

所以$\cos B=\frac{1}{2}$或者$\cos B=-1$（舍去），.. 3 分

又$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{\pi}{3}$. .... 5 分

(2) 因为$AD^2=2^2+c^2-4c\cos\frac{\pi}{3}=7$， .... 7 分

所以$c=3.S=\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin\frac{\pi}{3}=3\sqrt{3}$. .... 10 分

18. 【解析】(1) 由梯形中位线性质可得$AE=BE=1,\ EF=\frac{1}{2}(1+3)=2,EF\perp AB$，

折起后$EF\perp AE,EF\perp BE$ .... 2 分

$AE\perp EF$，$AE\perp CE$，$EF\cap CE=E\Rightarrow AE\perp$平面$BEF\Rightarrow AE\perp BE$, ... 4 分

所以$AE\perp BE$，$EF\perp BE$，$AE\cap EF=E\Rightarrow BE\perp$平面$AEF$； .... 6 分

(2) 由 (1) $BE\perp$平面AEF，得三棱锥$C-AEF$ 的高$h=BE=1$,

底面积$S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$,所以三棱锥$C-AEF$ 的体积$V=\frac{1}{3}\times1\times1=\frac{1}{3}$. .... 7 分

又由题设$CE^2=BE^2+BC^2=1+9=10$，$CE=\sqrt{10}$，$S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{10}=\frac{\sqrt{10}}{2}$ .... 9 分

因为$V_{C-AEF}=V_{F-ACE}$，设点F到平面ACE的距离为h，

则$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{10}}{2}\times h=\frac{1}{3}$，$h=\frac{\sqrt{10}}{5}$，即求点$F$到平面$ACE$的距离等于$\frac{\sqrt{10}}{5}$ .... 12 分

19. 【解析】(1) 由$S_{n+1}=S_n+2a_n-1$可得$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=2a_n-1$ 2分

因为$a_n-1\neq 0$，所以$\dfrac{a_{n+1}-1}{a_n-1}=2, a_1-1=1$，

故$\{a_n-1\}$是首项为1，公比为2的对比数列 5分

(2) 由(1)可得$a_n-1=1\times 2^{n-1}$，得$a_n=2^{n-1}+1$ 6分

$\therefore \dfrac{2^n}{a_na_{n+1}}=\dfrac{2^n}{(2^{n-1}+1)(2^n+1)}=2(\dfrac{1}{2^{n-1}+1}-\dfrac{1}{2^n+1})$ 8分

所以$T_n=2[\dfrac{1}{2^0+1}-\dfrac{1}{2^1+1}+\cdots+\dfrac{1}{2^{n-1}+1}-\dfrac{1}{2^n+1}]=2(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2^n+1})=1-\dfrac{2}{2^n+1}<1$ 12分

20. 【解析】(1) $f'(x)=(x+1)e^x$，令$f'(x)=0$得$x=-1$。 2分

在$(-\infty,-1)$上$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，在$(-1,+\infty)$上$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增

所以单调递增区间为$(-1,+\infty)$，单调递减区间为$(-\infty,-1)$ 4分

(2) 由题设$g(x)=xe^x-x-\ln x-1(x>0)$，$g'(x)=(x+1)(e^x-\dfrac{1}{x})$， 6分

令$g'(x)=0$得$x_0e^{x_0}=1$，$x_0+\ln x_0=0$， 8分

$g(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，在$(x_0,+\infty)$单调递增，

$g(x)$在$x=x_0$取唯一的极小值，也是最小值， 10分

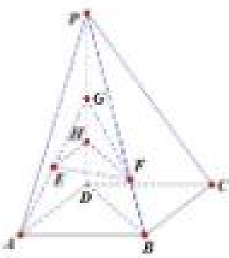
$g(x_0)=x_0e^{x_0}-x_0-\ln x_0-1=0$，所以$g(x)\geq g(x_0)=0$在$(0,+\infty)$恒成立 12分

另解：$g(x)=xe^x-x-\ln x-1=e^{x+\ln x}-(x+\ln x)-1$，证$h(t)=e^t-t-1\geq 0$即可.

21. 【解析】(1) 取DG中点H，连接EH,FH,BD，

由中位线定理得$EH//AD$且EH不属于平面$ABCD$，所以$EH//$平面$ABCD$ 2分

又因为$\dfrac{PH}{HD}=\dfrac{PF}{FD}=3$，得$HF//BD$，所以$HF//$平面$ABCD$



因为EH,HF是平面EFH内的2条相交直线

所以平面$EFH//$平面$ABCD$， 4分

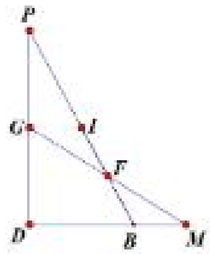
又$EF\subset$平面EFH，因此$EF//$平面$ABCD$； 6分

（2）。由已知易得直线GF在平面$ABCD$上的射影为直线DB，…………7分

在平面PDB内，延长GF交直线DB于M，

则GF与平面$ABCD$所成角是$\angle GMD$…………8分

过G作中位线GI,易得$BM=GI=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}$，…………9分



所以$DM=\frac{3}{2},GM=\sqrt{1+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$，…………10分

$\sin\angle GMD=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$…………11分

所以GF与平面$ABCD$所成角的正弦值等于$\frac{2\sqrt{13}}{13}$…………12分

22.【解析】（1）$f(x)$ 的定义域是$(0,+\infty)$，求导得$f'(x)=1-\frac{a}{x}=\frac{x-a}{x}$ …………1分

当$a\le 0$时$f'(x)>0$，函数$f(x)$没有极值点…………2分

当$a>0$时，令$f'(x)=0$得$x=a$。

在$(0,a)$上$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，在$(a,+\infty)$上，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增。

所以函数$f(x)$有极小值点$x=a$，无极大值点.…………4分

（2）由（1）知方程$f(x)=k$有2个不等的实根x_1,x_2时，$f(x)$在定义域上不单调，

一定有$a>0$，在$(0,a)$上$f(x)$单调递减，在$(a,+\infty)$上$f(x)$单调递增，

不妨设$0<x_1<a<x_2$. …………6分

考虑函数$g(x)=f(x)-f(2a-x),x\in(0,a)$.

因为$g(x)=x-a\ln x-(2a-x)+a\ln(2a-x)$，求导得

$g'(x)=1-\frac{a}{x}+1-\frac{a}{2a-x}=2-(\frac{1}{x}+\frac{1}{2a-x})a=2-\frac{2a^2}{x(2a-x)}$ …………8分

（也可以用复合求导$g'(x)=f'(x)-f'(2a-x)$，结果一样）

由$x\in(0,a)$得$0<x(2a-x)<a^2$，因此$\frac{2a^2}{x(2a-x)}>2$，$g'(x)<0$

所以$g(x)$在$(0,a)$上单调递减，$g(x)>g(a)=0$，

即$f(x)>f(2a-x),x\in(0,a)$ 10分

结合题设有$f(x_2)=f(x_1)>f(2a-x_1)$，注意到$x_2\in(a,+\infty),2a-x_1\in(a,+\infty)$，

而$f(x)$在$(a,+\infty)$上单调递增，所以$x_2>2a-x_1$，即$x_1+x_2>2a$. 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。