

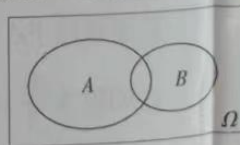
高一数学考试

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版必修第一册、第二册。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若向量 $\overrightarrow{MN} = (a, a+4)$ 与 $\overrightarrow{PQ} = (-5, a)$ 垂直,则非零实数 $a =$
A. 1 B. 2 C. -1 D. -2
2. “ $m=4$ ”是“ $f(x) = (m^2 - 3m - 3)x^{m+2}$ 是幂函数”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知集合 $M = \{0, 2, a\}$, $N = \{2a, 4-a\}$, $M \cap N \neq \emptyset$, 则 a 的可能取值的个数为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 在正六棱台 $ABCDEF - A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中, $AB = 2$, $A_1B_1 = 3$, $AA_1 = \sqrt{10}$, 则该棱台的体积为
A. $\frac{59\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{59\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{57\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{57\sqrt{3}}{2}$
5. 将一组互不相等的数 $x_1, x_2, \dots, x_7$ 删去中位数(设中位数为 m)后,得到一组新数据,则
A. 新数据的平均数一定大于原数据的平均数
B. 新数据的平均数一定小于原数据的平均数
C. 新数据的 60% 分位数一定大于 m
D. 新数据的 60% 分位数一定小于 m
6. 如图,这是一个古典概型的样本空间 Ω 和事件 A, B , 其中 $n(\Omega) = 120$, $n(A) = 40$, $n(B) = 30$, $n(A \cap B) = 10$, 则
A. $P(AB) = \frac{1}{4}$ B. $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$
C. A 与 B 互斥 D. A 与 B 不相互独立
7. 已知一个圆锥的侧面展开图是半径为 4, 圆心角为 $\frac{\pi}{2}$ 的扇形, 将该圆锥加工打磨成一个球状零件, 则该零件表面积的最大值为
A. $\frac{12\pi}{5}$ B. 2π C. $\frac{14\pi}{5}$ D. $\frac{256\pi}{15}$





8. 已知函数 $f(x) = \log_{a_2}(x^2 - x + 1)$, 设 $a = \log_2 3, b = \log_3 2, c = \log_3 \sqrt{2}$, 则

A. $f(a) < f(c) < f(b)$

B. $f(a) < f(b) < f(c)$

C. $f(a) > f(c) > f(b)$

D. $f(a) > f(b) > f(c)$

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设区间 $[m, n]$ 的长度为 $n - m$. 已知一元二次不等式 $(x + a)(x - \frac{5}{a}) \leq 0 (a > 0)$ 的解集的长度为 l , 则

A. 当 $a = 1$ 时, $l = 6$

B. l 的最小值为 4

C. 当 $a = 1$ 时, $l = 5$

D. l 的最小值为 $2\sqrt{5}$

10. 已知点 P 为平面 α 外一点, 则

A. 过点 P 只能作一个平面与 α 平行

B. 过点 P 可以作无数条直线与 α 平行

C. 过点 P 只能作一个平面与 α 垂直

D. 过点 P 只能作一条直线与 α 垂直

11. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) - 1 (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 在区间 $(-\frac{7}{6}, \frac{5}{6})$ 上只有最小值, 没有最

大值, 直线 $x = -\frac{7}{6}$ 和 $x = \frac{5}{6}$ 为 $f(x)$ 的图象的两条对称轴, 则

A. $\omega = 2$

B. $\varphi = -\frac{\pi}{3}$

C. 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{5}{6}$ 个单位长度得到一个偶函数的图象

D. 方程 $f(x) = \frac{1}{5}x$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上有 15 个实根

12. 已知 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $\vec{AO} = \lambda \vec{AB} + (1 - \lambda) \vec{AC}$. 若向量 $\vec{BA}$ 在向量 $\vec{BC}$ 上的投影向量为 $\mu \vec{BC}$, 则 $\mu \cdot \cos \angle AOC$ 的值可能为

A. $-\frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{8}$

C. $-\frac{1}{16}$

D. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

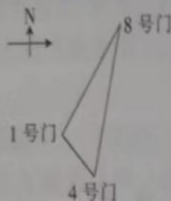
13. 若复数 $z = \frac{(1+i)^2}{1+3i}$, 则 z 在复平面内对应的点的坐标为 $\blacktriangle$, $|i + \bar{z}| = \blacktriangle$.

(本题第一空 3 分, 第二空 2 分)

14. 从集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 18\}$ 中任选一个元素, 则该元素是质数的概率为 $\blacktriangle$.

15. 刻画空间弯曲性是几何研究的重要内容, 用“曲率”刻画空间弯曲性, 规定: 多面体顶点的曲率等于 2π 与多面体在该点的面角之和的差 (多面体的面的内角叫做多面体的面角, 角度用弧度制). 例如, 正四面体的每个顶点有 3 个面角, 每个面角为 $\frac{\pi}{3}$, 所以正四面体在各顶点的曲率为 $2\pi - \frac{\pi}{3} \times 3 = \pi$. 在底面为矩形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD = \sqrt{2}PA$, PC 与底面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 顶点 B 的曲率为 $\blacktriangle$.

16. 明孝陵位于江苏省南京市玄武区紫金山南麓独龙阜玩珠峰下,东毗中山陵,南临梅花山,位于钟山风景名胜区内,其占地面积达 170 余万平方米,是中国规模最大的帝王陵寝之一.明孝陵景区共有 8 个门,1 号门位于植物园路,4 号门在 1 号门的南偏东 $53^{\circ}48'$ 的 492 m 处,8 号门在 4 号门的东偏北 $75^{\circ}48'$ 方向,且 1 号门在 8 号门的西偏南 $63^{\circ}18'$ 方向,则 1 号门到 8 号门的距离约为 $\triangle$ m. (结果精确到整数部分,参考数据:取 $\sin 68^{\circ}=0.927$, $\sin 53^{\circ}48'=0.807$, $\sin 12^{\circ}30'=0.216$, $\sin 75^{\circ}48'=0.969$)



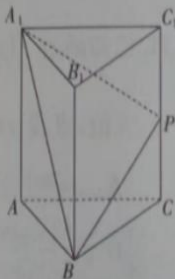
四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, P 为 CC_1 的中点, $A_1B_1=3$, $B_1C_1=4$, $A_1C_1=5$.

(1)证明: $A_1B_1 \perp$ 平面 BB_1C_1P .

(2)若四棱锥 $A_1-BB_1C_1P$ 的体积为 12,求 BB_1 .



18. (12 分)

已知在 $\triangle ABC$ 中, $A+B=5C$, $\sin(A-C)=2\sin B$.

(1)求 A ;

(2)设 $AC=3$, D 为 AB 边上一点,且 $CD=\sqrt{19}$,求 $\triangle ACD$ 的面积.

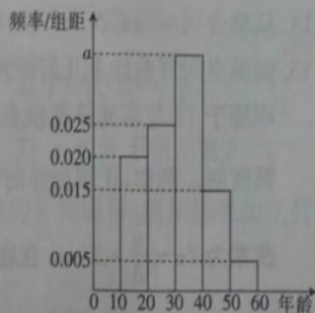
19. (12 分)

为了研究网民的上网习惯,某机构随机抽取了年龄在 10 岁到 60 岁的网民进行问卷调查,按年龄分为 5 组,即 $[10,20)$, $[20,30)$, $[30,40)$, $[40,50)$, $[50,60]$,并绘制出频率分布直方图,如图所示.

(1)若按分层抽样的方法,从上述网民中抽取 n 人做采访,其

中年龄在 $[30,40)$ 中被抽取的人数为 7,求 n ;

(2)若各区间的值以该区间的中点值作代表,求上述网民年龄的方差的估计值.



20. (12分)

某高校的入学面试中有 A, B, C 三道题目, 规则如下: 第一环节, 面试者先从三道题目中随机抽取一道, 若答对抽到的题目, 则面试通过, 若没答对抽到的题目, 则进入第二环节; 第二环节, 该面试者从剩下的两道题目中随机抽取一道, 若答对抽到的题目, 则面试通过, 若没答对抽到的题目, 则进入第三环节; 第三环节, 若该面试者答对剩下的一道题目, 则面试通过, 若没有答对剩下的题目, 则面试失败. 假设对抽到的不同题目能否答对是独立的, 李明答对 A, B, C 题的概率依次是 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$.

- (1) 求李明第一环节抽中 A 题, 且第一环节通过面试的概率;
- (2) 求李明第二环节或第三环节通过面试的概率.

21. (12分)

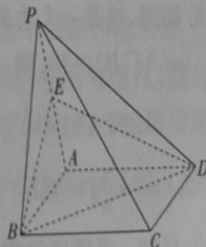
已知函数 $f(x) = \lg \sqrt[4]{x}$, $g(x) = \log_2(ax+1)$.

- (1) 若函数 $y = 1 - g(x)$ 在 $[1, 2]$ 内只有一个零点, 求 a 的取值范围.
- (2) 设函数 $\phi(x)$ 的最大值、最小值分别为 M, m , 记 $D[\phi(x)] = M - m$. 设 $a = 2$, 函数 $\varphi(x) = g(x) - \log_2 x$, 当 $x \in [1, t_1], t_2 \in [\frac{1}{10}, 10]$ 时, $D[\varphi(x)] > D[f(t_2)]$ 恒成立, 求 t_1 的取值范围.

22. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 且 $AD = 2, PA = 2, PD = 2\sqrt{2}, \angle PAB = 60^\circ$.

- (1) 设平面 $PAB \cap$ 平面 $PCD = l$, 证明: $l \parallel CD$.
- (2) E 是线段 PA 上的点, 且 $\overrightarrow{PA} = \lambda \overrightarrow{EA} (\lambda > 0)$, 二面角 $E-BD-A$ 的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 求 λ 的值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线