**高2024届高考诊断考试（一）数学试题**

**（试卷满分：150分 120分钟完卷）**

**一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分）**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

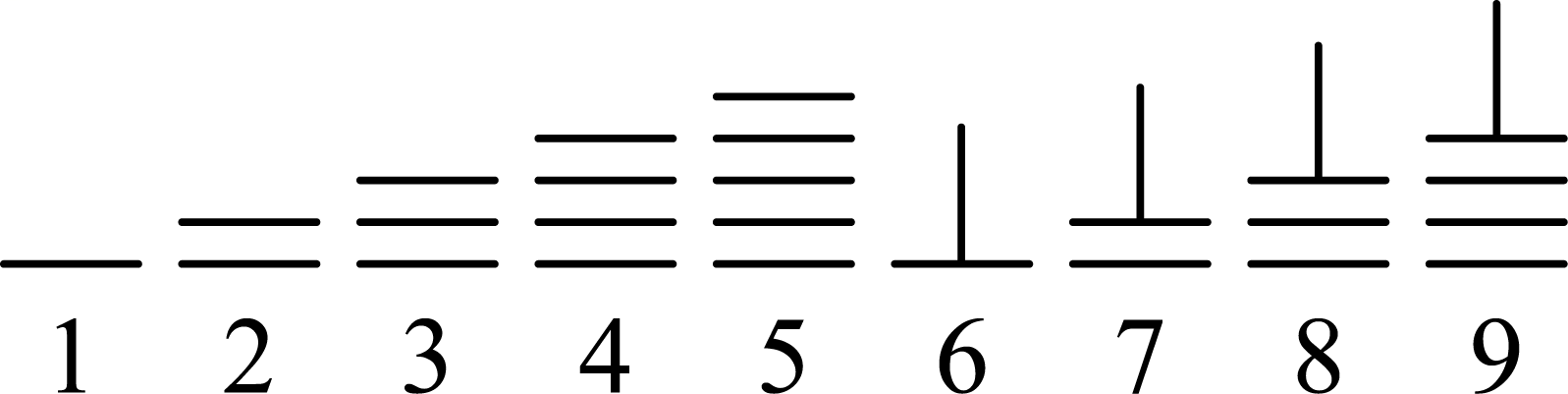
2. 已知复数，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

3. 已知，则（ ）

A  B.  C.  D. 

4. 数学来源于生活，约3000年以前，我国人民就创造出了属于自己计数方法．十进制的算筹计数法就是中国数学史上一个伟大的创造，算筹实际上是一根根同长短的小木棍．下图是利用算筹表示数1～9的一种方法．例如：3可表示为“”，26可表示为“”，现有5根算筹，据此表示方法，若算筹不能剩余，则用1～9这9个数字表示的所有两位数中，个位数与十位数之和为5的概率是（ ）

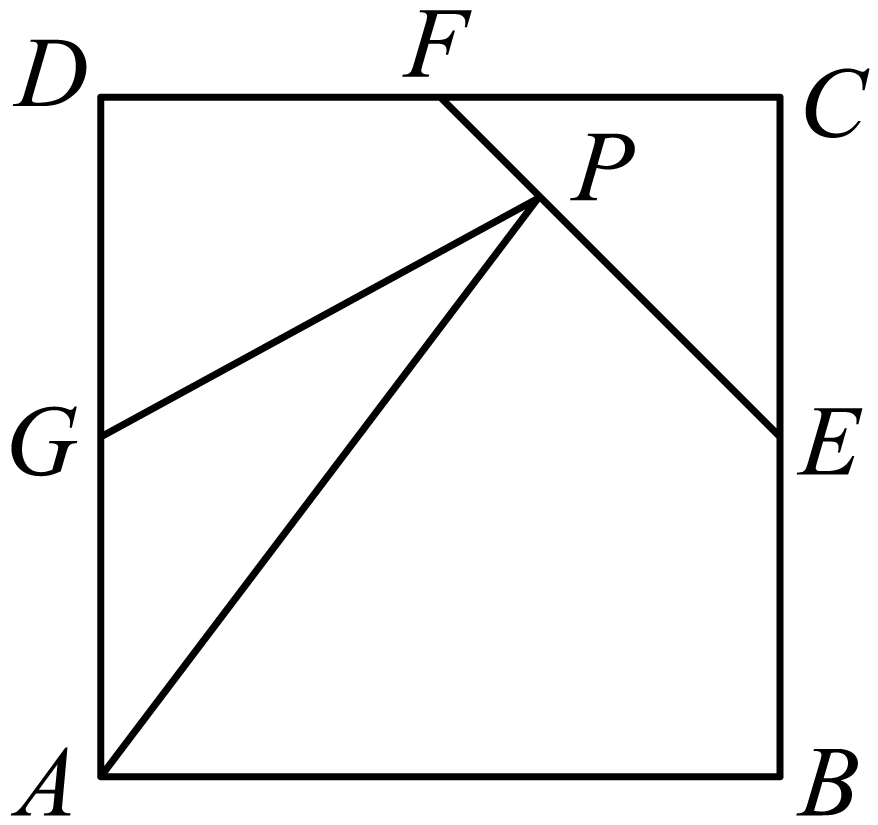


A.  B.  C.  D. 

5. 若数列的前项积，则的最大值与最小值的和为（ ）

A.  B.  C. 2 D. 3

6. 如图所示，正方形的边长为2，点，，分别是边，，的中点，点是线段上的动点，则的最小值为（ ）



A.  B. 3 C.  D. 48

7. 椭圆的左右焦点为，，点*P*为椭圆上不在坐标轴上的一点，点*M*，*N*满足，，若四边形的周长等于，则椭圆*C*的离心率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

8. 已知偶函数满足，，且当时，.若关于的不等式在上有且只有个整数解，则实数的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

**二、多选题（共4小题，每小题5分，共20分）**

9. 已知函数，则（ ）

A.  B. 的最小正周期为

C. 在上单调递减 D. 在上单调递增

10. 某市为响应教育部《切实保证中小学每天一小时校园体育活动的规定》号召，提出“保证中小学生每天一小时校园体育活动”的倡议.在某次调研中，甲、乙两个学校学生一周的运动时间统计如下表：

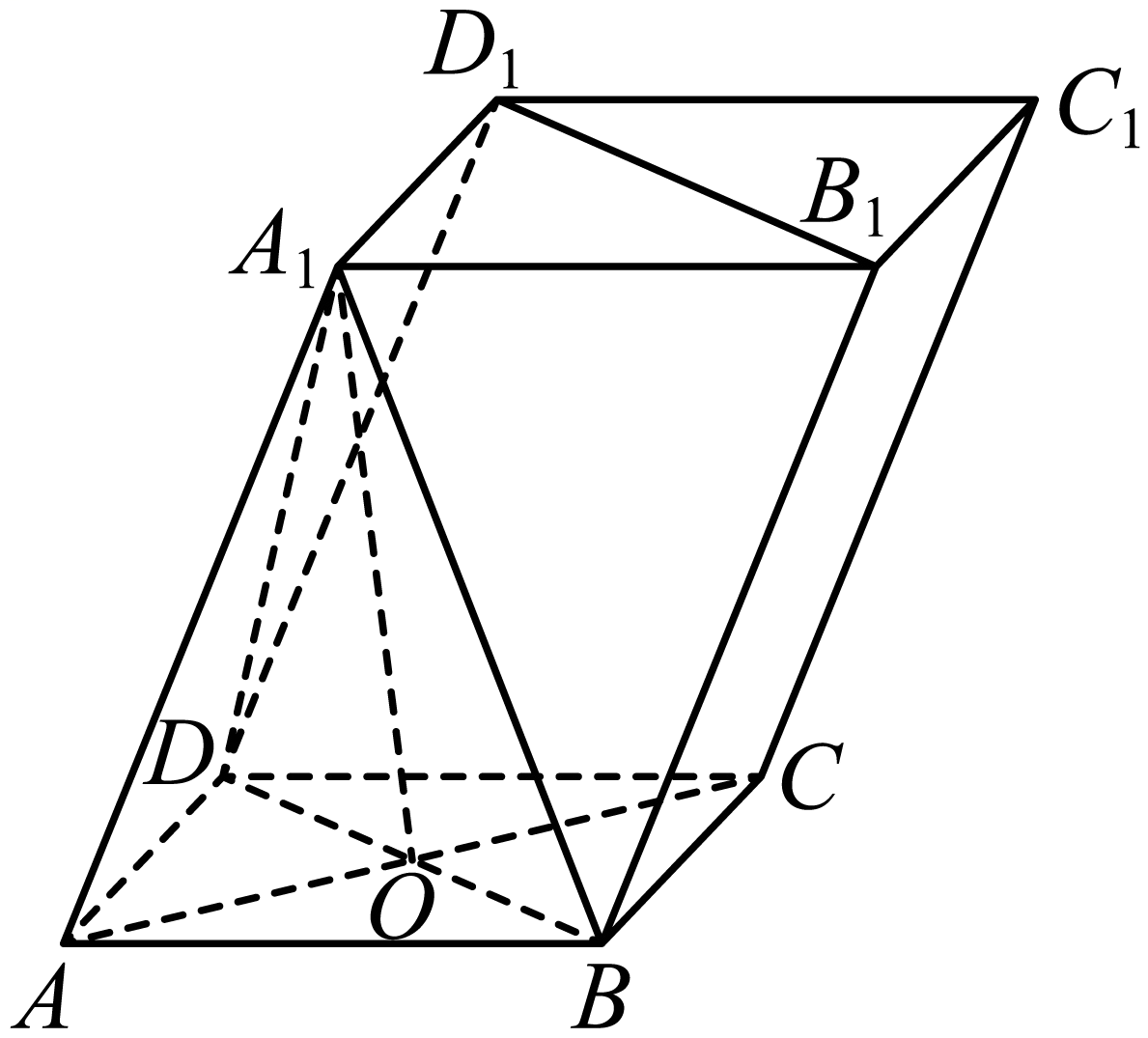
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 学校 | 人数 | 平均运动时间 | 方差 |
| 甲校 | 2000 | 10 | 3 |
| 乙校 | 3000 | 8 | 2 |

记这两个学校学生一周运动的总平均时间为，方差为，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

11. 如图，平行六面体中，，，与交于点*O*，则下列说法正确的有（ ）



A. 平面平面

B. 若，则平行六面体的体积

C. 

D. 若，则

12. 已知函数，下列选项正确的是（ ）

A. 有最大值

B 

C. 若时，恒成立，则

D. 设为两个不相等的正数，且，则

**三、填空题（共4小题，每小题5分，共20分）**

13. 展开式中的各二项式系数之和为256，则的系数是\_\_\_\_\_\_\_

14. 现从甲、乙、丙3人中选派一人参加“垃圾分类”知识竞答，他们商议通过玩“石头、剪刀、布”游戏解决：如果其中两人手势相同，另一人不同，则选派手势不同的人参加；否则重新进行一局“石头、剪刀、布”游戏，直到确定人选为止.在每局游戏中，甲、乙、丙各自出3种手势是等可能的，且各局游戏是相互独立的，则直到第三局游戏才最终确定选派人员的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15. 已知等比数列满足：，.数列满足，其前项和为，若恒成立，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

16. 已知抛物线上存在两点（异于坐标原点），使得，直线*AB*与*x*

轴交于*M*点，将直线*AB*绕着*M*点逆时针旋转与该抛物线交于*C*，*D*两点，则四边形*ACBD*面积的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题（共6小题，共70分）**

17. 在中，角所对的边分别为，．

（1）求角；

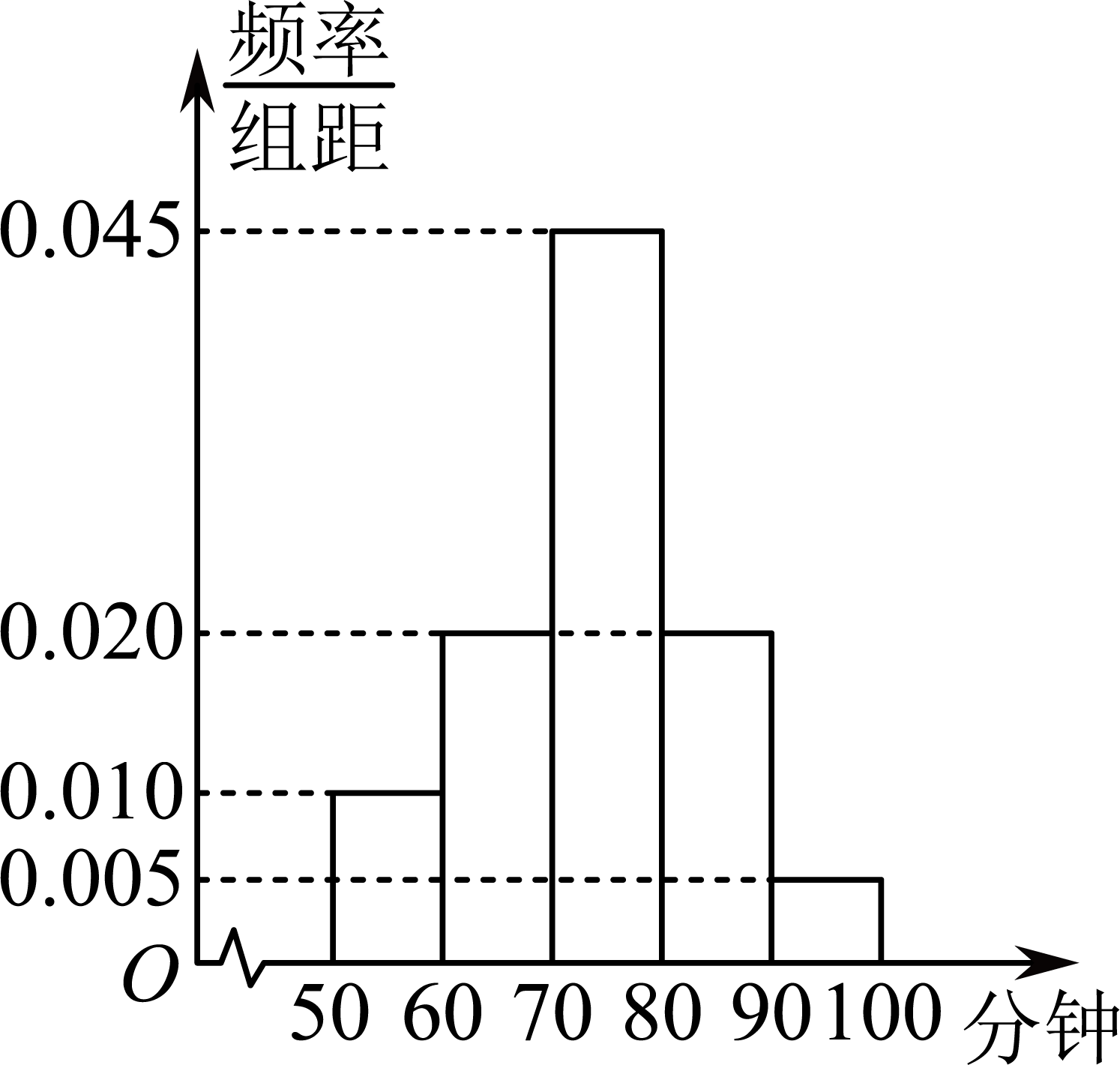
（2）若的面积为，且，求的周长．

18. 已知数列的首项，且满足.

（1）求证：是等比数列；

（2）求数列的前项和.

19. 书籍是精神世界的入口，阅读让精神世界闪光，阅读逐渐成为许多人的一种生活习惯，每年4月23日为世界读书日．某研究机构为了解某地年轻人的阅读情况，通过随机抽样调查了位年轻人，对这些人每天的阅读时间（单位：分钟）进行统计，得到样本的频率分布直方图，如图所示．



（1）根据频率分布直方图，估计这位年轻人每天阅读时间的平均数（单位：分钟）；（同一组数据用该组数据区间的中点值表示）

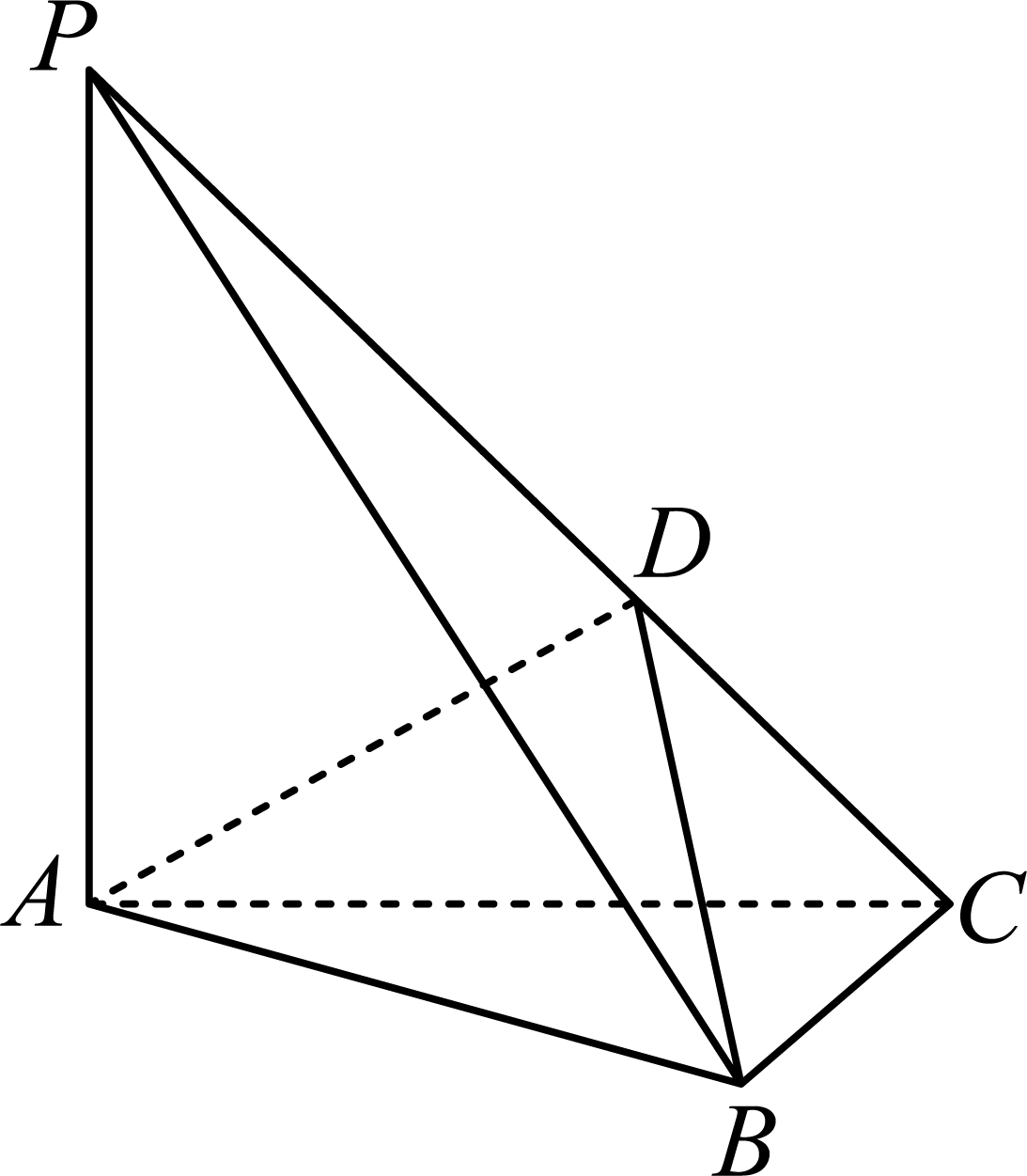
（2）若年轻人每天阅读时间近似地服从正态分布，其中近似为样本平均数，求；

（3）为了进一步了解年轻人的阅读方式，研究机构采用分层抽样的方法从每天阅读时间位于分组，，的年轻人中抽取10人，再从中任选3人进行调查，求抽到每天阅读时间位于的人数的分布列和数学期望．

附参考数据：若，则①；②；③

．

20. 如图所示，三棱锥中，已知平面，平面平面．



（1）证明：平面；

（2）若，，在线段上（不含端点），是否存在点，使得二面角的余弦值为，若存在，确定点的位置；若不存在，说明理由．

21. 在平面直角坐标系中，已知点、，内切圆与直线相切于点，记点*M*的轨迹为*C*.

（1）求*C*的方程；

（2）设点*T*在直线上，过*T*的两条直线分别交*C*于*A*、*B*两点和*P*，*Q*两点，连接.若直线的斜率与直线的斜率之和为0，试比较与的大小.

22. 已知函数．

（1）当时，

（I）求处的切线方程；

（II）判断的单调性，并给出证明；

（2）若恒成立，求的取值范围．

公众号：高中试卷君