# 鄂南高中 黄冈中学 黄石二中 荆州中学 龙泉中学 武汉二中 孝感高中 襄阳四中 襄阳五中 宜昌一中 夷陵中学

# 2023 届高三湖北十一校第一次联考

# 数 学 试 题

命题学校：黄石二中　命题人：吕学武 彭方芳　审题学校：武汉二中　审题人：赖海燕

考试时间：2022 年 12 月 7 日 15:00-17:00

**一、单选题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.集合 $P=\{x\in R\mid y=ln(3-x)\}$，$Q=\{y\in R\mid y=2^x,x\in P\}$，则 $P\cap Q=$（　　）

A. $(-\infty,3)$　　B. $(0,3)$

C. $(1,3)$　　D. $(-\infty,8)$

2.复数 $z$ 满足 $|z-5|=|z-1|=|z+i|$，则 $|z|=$（　　）

A. $\sqrt{10}$　　B. $\sqrt{13}$

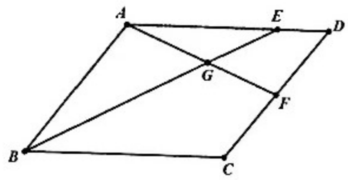
C. $3\sqrt{2}$　　D. 5

3.随机掷两个质地均匀的正方体骰子，骰子各个面分别标记有 1~6 共六个数字，记事件 A="骰子向上的点数是 1 和 3"，事件 B="骰子向上的点数是 3 和 6"，事件 C="骰子向上的点数含有 3"，则下列说法正确的是（　　）

A.事件 A 与事件 B 是相互独立事件　　B.事件 A 与事件 C 是互斥事件

C. $P(A)=P(B)=\frac{1}{18}$　　D. $P(C)=\frac{1}{6}$

4.在平行四边形 $ABCD$ 中，$E$、$F$ 分别在边 $AD$、$CD$ 上，$AE=3ED$，$DF=FC$，$AF$ 与 $BE$ 相交于点 $G$，记 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，则 $\overrightarrow{AG}=$（　　）




A. $\frac{3}{11}\vec{a}+\frac{4}{11}\vec{b}$　　B. $\frac{6}{11}\vec{a}+\frac{3}{11}\vec{b}$

C. $\frac{4}{11}\vec{a}+\frac{5}{11}\vec{b}$　　D. $\frac{3}{11}\vec{a}+\frac{6}{11}\vec{b}$

5.在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABC$，$PA=6$，$BC=3$，$\angle CAB=\frac{\pi}{6}$，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球半径为（　　）

A. 3　　B. $3\sqrt{2}$

C. $3\sqrt{3}$　　D. 6

2023 届高三湖北十一校第一次联考

6.已知函数$f(x)=sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$上恰好取到一次最大值与一次最小值，则$\omega$的取值范围是（　　）

A.$(4,7]$　　　　B.$[4,7)$

C.$(7,10]$　　　　D.$[7,10)$

7.意大利数学家斐波那契以兔子繁殖数量为例，引入数列：1，1，2，3，5，8，...，该数列从第三项起，每一项都等于前两项的和，即递推关系式为$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$，$n\in N^*$，故此数列称为斐波那契数列，又称"兔子数列".已知满足上述递推关系式的数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=A\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n+B\cdot\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$，其中A、B的值可由$a_1$和$a_2$得到，比如兔子数列中$a_1=1$，$a_2=1$代入解得$A=\frac{1}{\sqrt{5}}$，$B=-\frac{1}{\sqrt{5}}$.利用以上信息计算$\left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^5\right]=$（　　）.（$[x]$表示不超过$x$的最大整数）

A.10　　　　B.11

C.12　　　　D.13

8.已知$a=\frac{1}{e\ln\sqrt{2}}$，$b=\frac{2}{\sqrt{e}}$，$c=\frac{3\sqrt[3]{e}}{4}$（其中$e$为自然常数），则$a$、$b$、$c$的大小关系为（　　）

A.$a<c<b$　　　　B.$b<a<c$

C.$c<b<a$　　　　D.$c<a<b$

**二、多选题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题列出的四个选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对得5分，部分选对得2分，有选错的得0分.**

9.某校为了解学生每个月在图书馆借阅书籍的数量，图书管理员甲抽取了一个容量为100的样本，并算得样本的平均数为5，方差为9；图书管理员乙也抽取了一个容量为100的样本，并算得样本的平均数为7，方差为16.若将两个样本合在一起组成一个容量为20的新样本，则新样本数据的（　　）

A.平均数为6　　　　B.平均数为6.5

C.方差为12.5　　　　D.方差为13.5

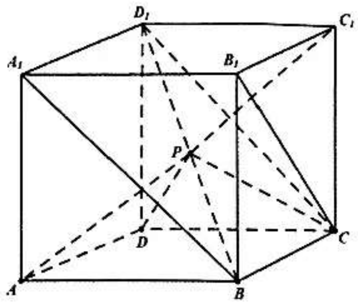
10.如图，在边长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$P$在线段$BD_1$上运动（包括端点），下列选项正确的有（　　）

A.$AP\perp B_1C$

B.$PD\perp BC$

C.直线$PC_1$与平面$A_1BCD_1$所成角的最小值是$\frac{\pi}{6}$

D.$PC+PD$的最小值为$2\sqrt{3}$



11.已知$f(x)=x^3+bx^2+x+d$，$b$、$d\in R$，下列说法正确的是（　　）

A.存在$b$，$d$使得$f(x)$是奇函数

B.任意$b$、$d$，$f(x)$的图像是中心对称图形

C.若$x_1$，$x_2$为$f(x)$的两个极值点，则${x_1}^2+{x_2}^2>1$

D.若$f(x)$在$R$上单调，则$-\sqrt{3}\le b\le\sqrt{3}$

12.已知$F_1$、$F_2$分别为双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的左、右焦点，过点$F_2$的直线与双曲线的右支交于$A$、$B$两点，记$\Delta AF_1F_2$的内切圆$I_1$的半径为$r_1$，$\Delta BF_1F_2$的内切圆$I_2$的半径为$r_2$.若$r_1r_2=a^2$，则（　　）

A.$I_1$、$I_2$在直线$x=a$上

B.双曲线的离心率$e=2$

C.$\Delta ABF_1$内切圆半径最小值是$\dfrac{3}{2}a$

D.$r_1+r_2$的取值范围是$\left[2a,\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a\right]$

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13.$(y-2)(x-3)^4$的展开式中含$x^3y$项的系数为________.

14.已知正项等差数列$\{a_n\}$满足$3a_n=a_{3n}$，且$a_4$是$a_3-3$与$a_8$的等比中项，则$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n$=________.

15.过点$P(4,5)$作圆$C:(x-1)^2+(y-2)^2=4$的两条切线，切点分别为$A$、$B$，则$AB$的直线方程为________.

16.若函数$f(x)=\dfrac{e^x}{x^3}-a\left(\dfrac{3}{x}+\ln x\right)$只有一个极值点，则$a$的取值范围是________.

**四、解答题：本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17.（本小题满分10分）

已知在$\Delta ABC$中，边$a$、$b$、$c$所对的角分别为$A$、$B$、$C$，$\dfrac{\sin(B-A)}{\sin A}+\dfrac{\sin A}{\sin C}=1$.

（1）证明：$a$、$b$、$c$成等比数列；

（2）求角$B$的最大值.

18.（本小题满分12分）

已知正项数列$\{a_n\}$，其前$n$项和$S_n$满足$a_n(2S_n-a_n)=n$，$n\in N^*$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

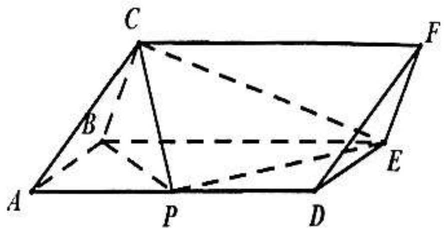
（2）证明：$\dfrac{1}{S_1^2}+\dfrac{1}{S_2^2}+\cdots+\dfrac{1}{S_n^2}<2$.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-DEF$ 中，$AD=2AB=4$，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，$P$ 为 $AD$ 的中点，$\Delta BCP$ 为等边三角形，直线 $AC$ 与平面 $ABED$ 所成角大小为 $\frac{\pi}{4}$.

（1）求证：$PE\perp$ 平面 $BCP$；

（2）求平面 $ECP$ 与平面 $CDP$ 夹角的余弦值.




20.（本小题满分 12 分）

某学校为了迎接党的二十大召开，增进全体教职工对党史知识的了解，组织开展党史知识竞赛活动并以支部为单位参加比赛.现有两组党史题目放在甲、乙两个纸箱中，**甲箱有 5 个选择题和 3 个填空题，乙箱中有 4 个选择题和 3 个填空题**，比赛中要求每个支部在甲或乙两个纸箱中随机抽取两题作答.每个支部先抽取一题作答，答完后题目不放回纸箱中，再抽取第二题作答，两题答题结束后，再将这两个题目放回原纸箱中.

（1）如果第一支部从乙箱中抽取了 2 个题目，求第 2 题抽到的是填空题的概率；

（2）若第二支部从甲箱中抽取了 2 个题目，答题结束后错将题目放入了乙箱中，接着第三支部答题，第三支部抽取第一题时，从乙箱中抽取了题目.已知第三支部从乙箱中取出的这个题目是选择题，求第二支部从甲箱中取出的是 2 个选择题的概率.

21.（本小题满分 12 分）

已知点 $M(4,4)$ 在抛物线 $\Gamma$：$x^2=2py$ 上，过动点 $P$ 作抛物线的两条切线，切点分别为 $A$、$B$，且直线 $PA$ 与直线 $PB$ 的斜率之积为 $-2$.

（1）证明：直线 $AB$ 过定点；

（2）过 $A$、$B$ 分别作抛物线准线的垂线，垂足分别为 $C$、$D$，问：是否存在一点 $P$ 使得 $A$、$C$、$P$、$D$ 四点共圆？若存在，求所有满足条件的 $P$ 点；若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-a\cos x+bx\ln x-bx$，$a$、$b\in R$.

（1）若 $b=0$ 且函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上是单调递增函数，求 $a$ 的取值范围；

（2）设 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，若 $0<a<1$，$x_1$、$x_2$ 满足 $f'(x_1)=f'(x_2)$，证明：$\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}>2\sqrt{\frac{-b}{1+a}}$.

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。